

ΘΕΜΑΤΑ Β

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.1

**Θέμα 7982 (B2)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει αν το σώμα κινείται προς τη θετική φορά και αν τα σύμβολα  $v_0$ ,  $v$ ,  $a$  είναι τα μέτρα ή οι αλγεβρικές τιμές των αντίστοιχων μεγεθών.

Η σχέση  $v^2 = v_0^2 + 2as$  ισχύει με την προϋπόθεση ότι το σώμα κινείται προς τη θετική φορά ή εφ' όσον το σύμβολο  $a$  είναι το **μέτρο** της επιτάχυνσης.

Η γενικότερη σχέση είναι :  $v^2 = v_0^2 + 2|a|s$ .

**Θέμα 7995 (B1)**

Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι η κίνηση εξελίσσεται στον άξονα  $x'x$  και ζητείται η αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της θέσης  $x$ .

**Θέμα 8024 (B2)**

Σχόλιο :

Το εμβαδό στο διάγραμμα  $a - t$  είναι ίσο (αριθμητικά) με τη μεταβολή της ταχύτητας στην ίδια χρονική διάρκεια :  $E_{\text{ορθ}} = \Delta v$ .

Επειδή  $v_0 = 0$ , άρα  $\Delta v = v$ , προκύπτει ότι το εμβαδό στο διάγραμμα  $a - t$  για τη χρονική διάρκεια

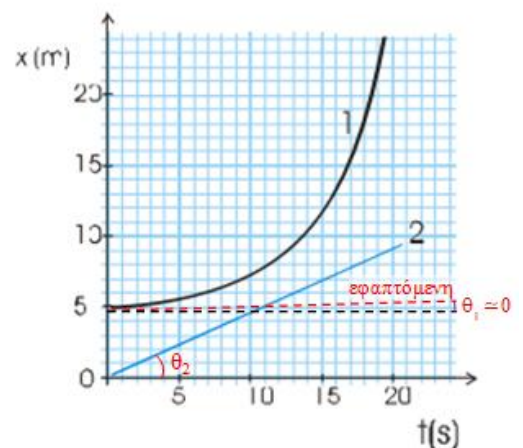
$0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$  είναι ίσο με την τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t = 6 \text{ s}$  :  $E_{\text{ορθ}} = v$ .

Δεν είναι σαφές από την εκφώνηση αν ζητείται να εξετάσουν οι μαθητές ότι το εμβαδό είναι ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας στη χρονική διάρκεια  $0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$  ή ότι είναι ίσο με την ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $6 \text{ s}$ .

**Θέμα 8048 (B2)**

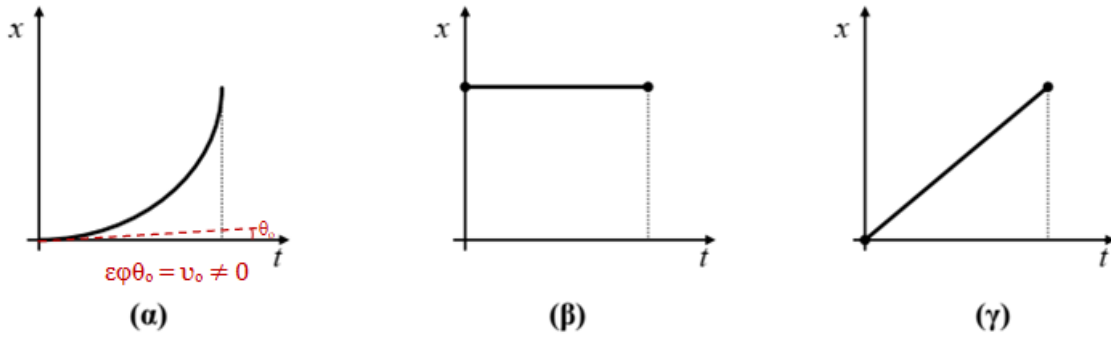
Σχόλιο

Το διάγραμμα (1) δεν έχει σχεδιαστεί σωστά, ώστε τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο άξονας  $t$  να εφάπτεται στην καμπύλη.



**Θέμα 7979 (B1)**

Στα παρακάτω διαγράμματα παριστάνεται η θέση ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα σε συνάρτηση με τον χρόνο.



**A)** Να

επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Από τα διαγράμματα αυτά εκείνο που αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s το κινητό βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 0$  m, είναι το διάγραμμα:

*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 8*

**Απάντηση**

Το διάγραμμα (β) αντιστοιχεί σε ακινησία ( $x = \text{σταθ.}$ ), ενώ το διάγραμμα (γ) αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, αφού είναι πλάγια ημιευθεία και επομένως έχει σταθερή κλίση (άρα η ταχύτητα έχει σταθερή τιμή).

Στο διάγραμμα (α) αυξάνεται η κλίση με την πάροδο του χρόνου, άρα αυξάνεται και το μέτρο της ταχύτητας. Δηλαδή, το διάγραμμα (α) περιγράφει (ευθύγραμμη) επιταχυνόμενη κίνηση.

**Δεν γνωρίζουμε όμως αν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι  $x_0 = 0$**  (δεν έχει σημειωθεί το μηδέν στην αρχή των αξόνων).

**Δεν μπορούμε να πούμε ότι η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη, γιατί δεν γνωρίζουμε αν η καμπύλη είναι παραβολή.**

Επίσης, **στην αρχή των αξόνων ( $t = 0$ ;) ο άξονας του χρόνου δεν εφάπτεται στην καμπύλη, άρα το κινητό έχει αρχική ταχύτητα ( $v_0 \neq 0$ ).**

Επομένως, **το διάγραμμα (α) δεν αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα αλλά σε ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα.**

**Δηλαδή καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή.**

**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας χαρακτηρίζει την κίνηση ευθύγραμμη ομαλή, ενώ γράφει την εξίσωση της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης!  
Επίσης, στα δεδομένα **δεν** δίνεται ότι  $x_0 = 0$  και  $v_0 = 0$ , ούτε αναφέρεται ότι η καμπύλη στο διάγραμμα (α) είναι παραβολή!

**B1.** Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η εξίσωση θέσης ενός κινητού που εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση** είναι της μορφής:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

**Από τα δεδομένα έχουμε  $x_0 = 0$  και  $v_0 = 0$ .**

Επομένως η εξίσωση θέσης του κινητού είναι:

$$x = \frac{1}{2} a t^2, \text{ δηλαδή } \text{παραβολή.}$$

### Θέμα 8028 (B2)

**Σχόλια :** 1) Στην απάντησή του ο συγγραφέας για το χρονικό διάστημα  $20\text{ s} \rightarrow 30\text{ s}$ , υπολογίζει το εμβαδό  $E_2 = 150\text{ m}$ , ενώ η μετατόπιση είναι  $\Delta x_2 = -150\text{ m}$ . Επομένως :  $\Delta x_2 \neq E_2$  ! Αυτό είναι λάθος ! Για την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης ισχύει :  $\Delta x_2 = E_2$ .

Η απόλυτη τιμή του εμβαδού είναι ίση με το διάστημα (και όχι με τη μετατόπιση) :  $s_2 = |E_2| = 150\text{ m}$ .

2) Το 2ο σχήμα του διαγράμματος το ονομάζει τραπέζιο !

**B2.** Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μετατόπιση προκύπτει από το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή της γραφικής παράστασης της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και τον άξονα του χρόνου. Συγκεκριμένα ισχύει:

$$\Delta x = E_1 - E_2$$

Από το τραπέζιο του σχήματος προκύπτει:

$$E_1 = \frac{10 + 20}{2} \cdot 30\text{ m} \quad \boxed{\Delta x_1 = +450\text{ m}} \quad (1)$$

Από το **τραπέζιο** του σχήματος προκύπτει:

$$E_2 = \frac{10 \cdot 30}{2} \text{ m} \quad \boxed{\Delta x_2 = -150\text{ m}} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει:  $\Delta x = +300\text{ m}$

Συνεπώς σωστό το (α)

### Θέμα 13269 (2.1)

**Σχόλιο :** Όταν ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα, για να αλλάξει η φορά της ταχύτητας πρέπει να αποκτήσει επιβράδυνση. Η επιβράδυνση όμως θα μεταβάλλει και το μέτρο της ταχύτητας του σώματος. Αφού το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό, άρα δεν υπάρχει επιβράδυνση, επομένως και η φορά της ταχύτητας είναι σταθερή.

Η απάντηση του συγγραφέα είναι λανθασμένη. Δεν είναι δυνατό να αλλάξει η φορά της ταχύτητας, χωρίς να μεταβληθεί το μέτρο της.

**B.** Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, το σημειακό κινητό σε δύο οποιαδήποτε, ίσα μεταξύ τους, χρονικά διαστήματα  $\Delta t$  μετατοπίζεται εξίσου κατά  $\Delta x$  (η φορά της κίνησης του κινητού δεν μεταβάλλεται). Τα ίσα διαστήματα  $S$  μπορούν να διανύονται με αντίθετες φορές κίνησης και σ' αυτήν την περίπτωση η κίνηση ΔΕΝ είναι ευθύγραμμη ομαλή.

## Θέμα 12016 (B2)

### Σχόλια :

1) Η εκφώνηση αναφέρει ότι «η μέγιστη τιμή του μέτρου της επιβράδυνσης που μπορεί να αναπτύξει το αυτοκίνητο είναι  $\alpha = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ».

Αυτό όμως δεν εξασφαλίζει ότι η επιβράδυνση έχει σταθερό μέτρο  $\alpha = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , ώστε να μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

2) Στη απάντησή του ο συγγραφέας θεωρεί ότι η επιβράδυνση έχει σταθερό μέτρο και υπολογίζει το μέτρο της μετατόπισης  $\Delta x$  χωρίς να δικαιολογήσει τον χαρακτηρισμό της εκφώνησης «ελάχιστη μετατόπιση».

Από τη χρονική στιγμή  $t_{\text{αντ.}} = 1 \text{ s}$  το αυτοκίνητο επιβραδύνεται ομαλά, με αλγεβρική τιμή

επιτάχυνσης  $\alpha = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και ακινητοποιείται τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Ισχύει:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \alpha = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_{\text{αντ.}}}, v_1 - v_0 = \alpha \cdot (t_1 - t_{\text{αντ.}}), t_1 - t_{\text{αντ.}} = \frac{v_1 - v_0}{\alpha}, t_1 = t_{\text{αντ.}} + \frac{v_1 - v_0}{\alpha},$$

$t_1 = 5 \text{ s}$ . Από τη χρονική στιγμή  $t_{\text{αντ.}} = 1 \text{ s}$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$  το μέτρο της

μετατόπισης του αυτοκινήτου είναι:

$$\Delta x_{\text{πεδ.}} = v_0 \cdot (t_1 - t_{\text{αντ.}}) + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (t_1 - t_{\text{αντ.}})^2, s_{\text{πεδ.}} = 40 \text{ m.}$$

Έτσι, το μέτρο της συνολικής μετατόπισης του αυτοκινήτου από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι

την χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$  είναι:  $\Delta x = \Delta x_{\text{αντ.}} + \Delta x_{\text{πεδ.}}, \Delta x = 60 \text{ m}$ .

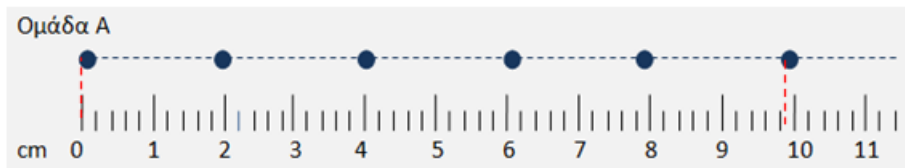
### Θέμα 13098 (B1)

Δύο ομάδες μαθητών εκτελούν στο εργαστήριο πειράματα μελέτης ευθύγραμμων κινήσεων.

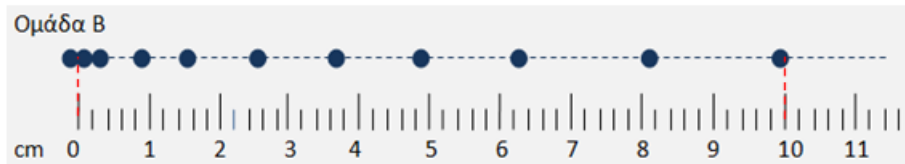
Η ομάδα A χρησιμοποιεί ένα ηλεκτρικό αυτοκινητάκι, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η ομάδα B χρησιμοποιεί ένα μικρό αμαξίδιο, το οποίο με νήμα συνδέεται μέσω μιας μικρής τροχαλίας με ένα βαρίδι. Άφησαν το βαρίδι ελεύθερο και καθώς πέφτει προκαλεί μια επιταχυνόμενη κίνηση στο αμαξίδιο. Τα οχήματα και των δύο ομάδων κινήθηκαν ευθύγραμμα πάνω στον πάγκο και σέρνουν πίσω τους από μια χαρτοταινία, στην οποία κατάλληλος μηχανισμός αφήνει στίγματα κάθε 0,2 s.

Οι μαθητές και των δύο ομάδων, πήραν την αντίστοιχη χαρτοταινία και με τη βοήθεια υποδεκάμετρου σημείωσαν τις τροχιές των κινητών, ενώνοντας με διακεκομμένη γραμμή τα στίγματα (κουκίδες), ενώ κάτω από αυτές σημείωσαν τις ενδείξεις του υποδεκάμετρου σε cm, αρχίζοντας με μηδέν στην πρώτη κουκίδα.

Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα A πέντε κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή  $t_0 = 0$ .



Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα B δέκα κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή  $t_0 = 0$ .



Αφού μελετήσετε προσεκτικά τις εργασίες των δύο ομάδων:

A) Να επιλέξετε τη σχέση που ισχύει για το μέτρο της ταχύτητας του κινητού της ομάδας A ( $v_A$ ) και το μέτρο της μέσης ταχύτητας του κινητού της ομάδας B ( $\bar{v}_B$ ), όπως αυτή προκύπτει για τη χρονική διάρκεια στην οποία έγιναν οι πρώτες δέκα κουκίδες μετά τη στιγμή  $t_0 = 0$ :

- i.  $v_A = \bar{v}_B$       ii.  $v_A = 2 \cdot \bar{v}_B$       iii.  $\bar{v}_B = 2 \cdot v_A$

**Μονάδες 4**

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**Σχόλιο :** Η βαθμονόμηση δεν είναι ακριβής. Η 1η κουκίδα δεν είναι στη θέση  $x = 0$  ούτε για το A ούτε για το B. Επομένως οι μετρήσεις και οι υπολογισμοί μπορούν να γίνουν μόνο προσεγγιστικά και η ζητούμενη σχέση θα βρεθεί προσεγγιστικά.

### Θέμα 13348 (B1)

Μαθητές μελετούν στο εργαστήριο ευθύγραμμες κινήσεις. Χρησιμοποιούν ένα μικρό αμαξίδιο, το οποίο με νήμα συνδέεται μέσω μιας μικρής τροχαλίας με ένα βαρίδι. Άφησαν το βαρίδι ελεύθερο και καθώς πέφτει προκαλεί μια επιταχυνόμενη κίνηση στο αμαξίδιο. Η κίνηση είναι ευθύγραμμη και το αμαξίδιο σέρνει πίσω του χαρτοταινία, στην οποία κατάλληλος μηχανισμός αφήνει στίγματα κάθε 0,2 s.

Οι μαθητές πήραν την χαρτοταινία και με τη βοήθεια υποδεκάμετρου σημείωσαν την τροχιά του κινητού, ενώνοντας με διακεκομμένη γραμμή τα στίγματα (κουκίδες), ενώ κάτω από αυτές σημείωσαν τις ενδείξεις του υποδεκάμετρου σε cm, αρχίζοντας με μηδέν στην πρώτη κουκίδα.

Ο καθηγητής τους υπέδειξε ότι η μέση ταχύτητα του κινητού για μετατόπιση μεταξύ τριών διαδοχικών κουκίδων, μπορεί να θεωρηθεί ως η στιγμιαία ταχύτητά του τη στιγμή που βρίσκεται στην μεσαία κουκίδα.

Με βάση την παραπάνω υπόδειξη, αν  $v_1$  το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας στη θέση που αντιστοιχεί στην κουκίδα  $x_1 = 3 \text{ cm}$  και  $v_2$  το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας στη θέση που αντιστοιχεί στην κουκίδα  $x_2 = 8 \text{ cm}$  του υποδεκάμετρου, ποια από τις παρακάτω σχέσεις, αποδίδει τον λόγο των μέτρων των δύο αυτών ταχυτήτων;

A) Να επιλέξετε τη σωστή σχέση

α)  $\frac{v_1}{v_2} = 1$

β)  $\frac{v_1}{v_2} = 0,44$

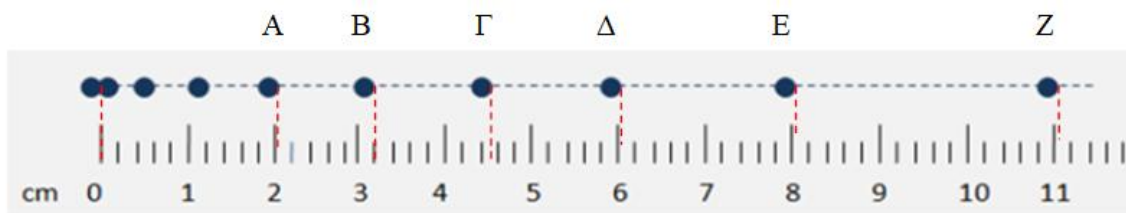
γ)  $\frac{v_1}{v_2} = 0,2$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Απάντηση



Η στιγμιαία ταχύτητα  $v_1$  του κινητού στη θέση  $x_1 = 3,2 \text{ cm}$  (και όχι  $3 \text{ cm}$  σύμφωνα με την εκφώνηση) είναι η μέση ταχύτητα μεταξύ των θέσεων A, Γ :

$$v_1 = \frac{s_{AG}}{\Delta t_{AG}} \approx \frac{2,5 \text{ cm}}{0,4 \text{ s}} \Rightarrow v_1 \approx 6,25 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Η στιγμιαία ταχύτητα  $v_2$  του κινητού στη θέση  $x_2 = 8 \text{ cm}$  είναι η μέση ταχύτητα μεταξύ των θέσεων Δ, Z :

$$v_2 = \frac{s_{\Delta Z}}{\Delta t_{\Delta Z}} \approx \frac{5 \text{ cm}}{0,4 \text{ s}} \Rightarrow v_2 \approx 12,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Το πηλίκο των ταχυτήτων είναι :  $\frac{v_1}{v_2} \approx \frac{6,25 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{12,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \approx 0,5$ .

**Καμία από τις απαντήσεις που δίνονται δεν είναι σωστή.**

**Σχόλια :** 1) Η βαθμονόμηση δεν είναι ακριβής. Η 6η κουκίδα βρίσκεται στη θέση  $x = 3,2 \text{ cm}$  (όχι  $3 \text{ cm}$ ) και τα διαστήματα δεν είναι ίσα μεταξύ τους.

2) Η θέση του σημείου Γ (έβδομη κουκίδα) είναι  $x_\Gamma \cong 4,5 \text{ cm}$  και όχι  $4,2 \text{ cm}$  όπως υποστηρίζει ο συγγραφέας στην απάντησή του.

Η κουκίδα στη θέση  $x_1 = 3 \text{ cm}$ , είναι η έκτη κουκίδα. Θα βρούμε τη στιγμιαία ταχύτητα του σώματος στη θέση αυτή, ως μέση ταχύτητα αυτού κατά την μετατόπισή του από την πέμπτη, μέχρι την έβδομη κουκίδα. Κατά προσέγγιση παρατηρώντας την χαρτοταινία, αυτή η μετατόπιση φαίνεται να είναι από  $2 \text{ cm}$ , μέχρι  $4,2 \text{ cm}$ .  
Ο χρόνος για την μετατόπιση αυτή είναι ο χρόνος για να καταγραφούν δύο κουκίδες από τον μηχανισμό, δηλαδή  $0,4 \text{ s}$ .

$$\text{Οπότε } v_1 = \bar{v} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{(4,2 - 2) \text{ cm}}{0,4 \text{ s}} = \frac{2,2 \text{ cm}}{0,4 \text{ s}} \quad (1)$$

## Θέμα 13273 (B1)

### Σχόλια

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει τις μονάδες του ερωτήματος Α) και το ερώτημα Β) με τις μονάδες του.

2) Το διάγραμμα του Β δεν έχει σχεδιαστεί σωστά!

Αφού το Β έχει αρχική ταχύτητα, τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο άξονας του χρόνου δεν πρέπει να εφάπτεται στην καμπύλη.

**Αν οι εξεταζόμενοι/ες χρησιμοποιήσουν άλλη χρονική στιγμή από την  $t = 10$  s, θα υπολογίσουν άλλη τιμή για την επιτάχυνση του Β!**

π.χ. για  $t = 2$  s, με βάση το διάγραμμα είναι :  $x_B \cong 5$  m. Άρα :

$$5 = 5 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \alpha_B \cdot 2^2 \Leftrightarrow \alpha_B = -2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

δηλαδή η επιτάχυνση του Β προκύπτει αρνητική!

Από τις τιμές  $v_{0,B} = 5$  m/s,  $\alpha_B = 1$  m/s<sup>2</sup> (που προκύπτει από την εξίσωση  $x_B = v_{0,B}t + \frac{1}{2}\alpha_B t^2$ , για  $x_B = 100$  m και  $t = 10$  s) υπολογίζω τις θέσεις του Β τις χρονικές στιγμές 2 s, 4 s, 6 s, 8 s.

$$\underline{t = 2 \text{ s}} : x_B = 5 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 = 10 + 2 = 12 \text{ m.}$$

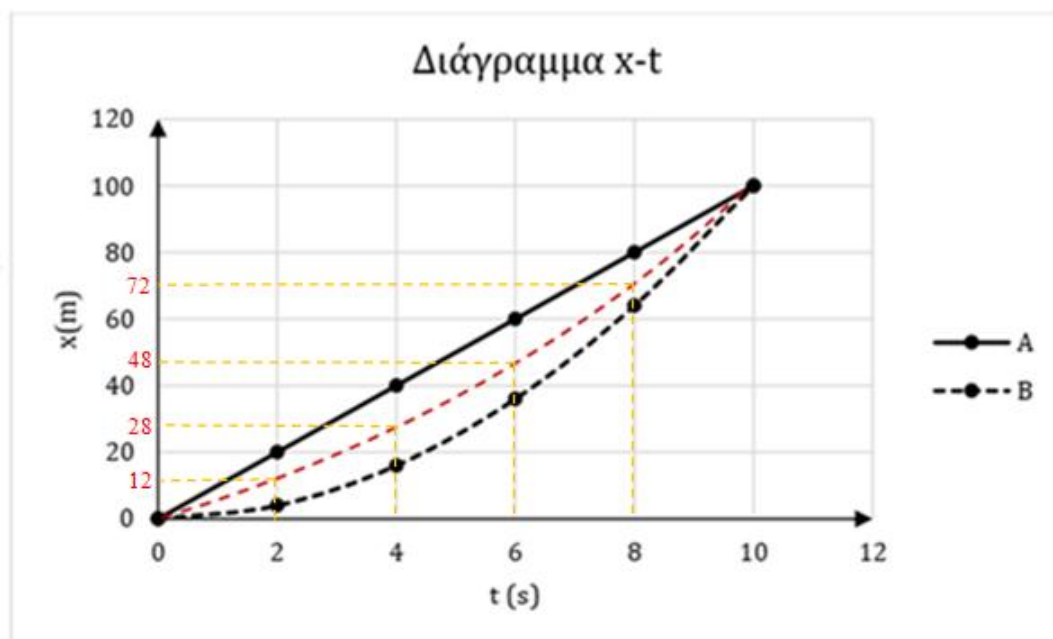
$$\underline{t = 4 \text{ s}} : x_B = 5 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 = 20 + 8 = 28 \text{ m.}$$

$$\underline{t = 6 \text{ s}} : x_B = 5 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6^2 = 30 + 18 = 48 \text{ m.}$$

$$\underline{t = 8 \text{ s}} : x_B = 5 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8^2 = 40 + 32 = 72 \text{ m.}$$

**Οι τιμές του  $x_B$  που υπολογίστηκαν δεν αντιστοιχούν στα σημεία του διαγράμματος που δίνει η εκφώνηση.**

**Το σωστό διάγραμμα είναι (περίπου) όπως δείχνει η διακεκομμένη κόκκινη καμπύλη στο επόμενο σχήμα.**



### Θέμα 13465 (B1)

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη.

Δεν μπορεί να υπολογιστεί η ταχύτητα στην περίπτωση που η κίνηση δεν είναι ευθύγραμμη.

### Θέμα 13469 (B1)

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας υπολογίζει σωστά τη μετατόπιση στο χρονικό διάστημα  $4\text{ s} \rightarrow 8\text{ s}$  από το εμβαδό του τραapeζίου (αλγεβρικά) και δίπλα γράφει «Εμβαδό τραapeζίου κατ' απόλυτη τιμή».

Η απόλυτη τιμή του εμβαδού είναι ίση με το διάστημα που διανύθηκε και όχι με τη μετατόπιση.

Για τη μετατόπιση που διανύει επιστρέφοντας και για το χρονικό διάστημα  $4\text{ s} - 8\text{ s}$  είναι:

$$\Delta x' = \frac{(4\text{s}+2\text{s}) \cdot (-10\text{m/s})}{2} = -30\text{ m} \quad (\text{Εμβαδόν τραapeζίου κατ' απόλυτη τιμή}) \quad (\text{Μονάδες 2})$$

### Θέμα 13510 (2.1)

Σχόλιο

Στην ερώτηση «η τιμή της ταχύτητας του κινητού την χρονική στιγμή  $t_0 = 0\text{ s}$  είναι . . . », δεν μπορεί να δοθεί απάντηση : «τα δεδομένα δεν είναι αρκετά ώστε να απαντήσουμε».

### Θέμα 13543 (2.1)

Σχόλιο : Η σχέση  $s = \frac{v^2}{2\alpha}$  ισχύει μόνο όταν το σώμα κινείται προς τη θετική φορά ή εφ' όσον το

σύμβολο  $\alpha$  είναι το μέτρο της επιτάχυνσης. Η γενικότερη σχέση είναι :  $s = \frac{v^2}{2|\alpha|}$ .

### Θέμα 13546 (2.1)

Σχόλια :

1) Η σχέση :  $s = \frac{v_1 + v_0}{2} \cdot \Delta t$  ισχύει μόνο όταν

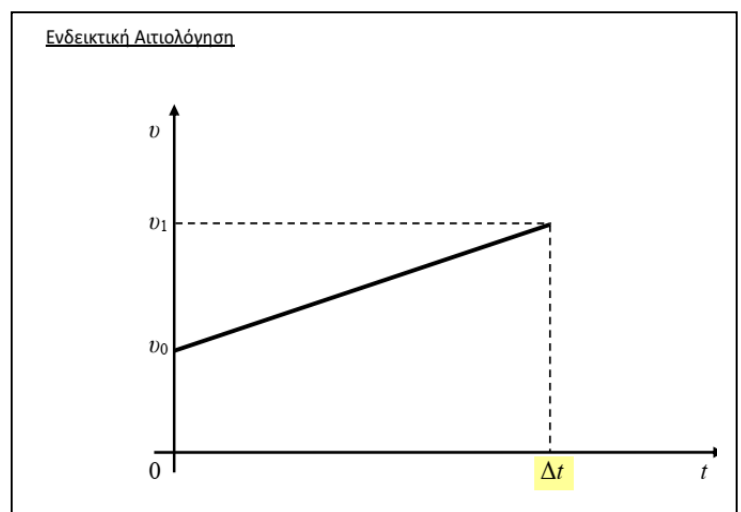
το σώμα κινείται προς τη θετική φορά ή εφ' όσον τα σύμβολα  $v_0, v_1$  είναι τα μέτρα των ταχυτήτων.

Η γενικότερη σχέση είναι :  $s = \frac{|v_1 + v_0|}{2} \cdot \Delta t$ .

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας έχει σημειώσει στον άξονα του χρόνου το σύμβολο  $\Delta t$  σε μία χρονική στιγμή.

Αυτό είναι λάθος!

Με  $\Delta t$  συμβολίζεται η χρονική διάρκεια από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t$ .



### Θέμα 13549 (2.2)

#### Σχόλιο :

Η διατύπωση : « . . . το εμβαδό . . . να συγκριθεί με ένα από τα μεγέθη του πίνακα . . . » είναι ασαφής. Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά τη σύγκριση του εμβαδού με την τιμή ενός μεγέθους του πίνακα τη χρονική στιγμή  $t = 6 \text{ s}$ .

### Θέμα 13570 (2.1)

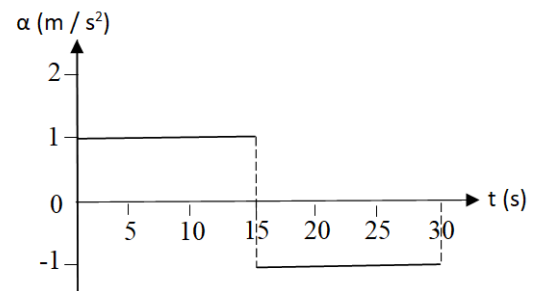
Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε τη μεταβολή της επιτάχυνσης ενός σώματος ως προς το χρόνο κίνησης.

A. Επιλέξτε ποιο από τα διαγράμματα παριστάνει την τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο:

α)

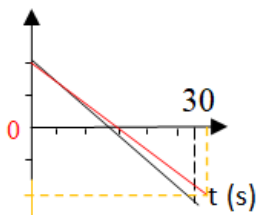
β)

γ)

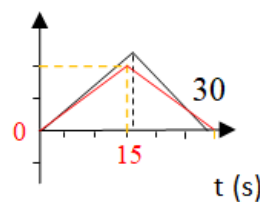


Μονάδες 4

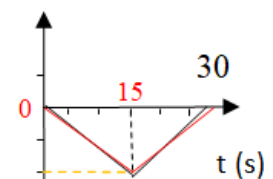
υ (m/s)



υ (m/s)



υ (m/s)



B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

#### Σχόλια :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει αν η κίνηση είναι ευθύγραμμη. Δεν μπορεί να υπολογιστεί η ταχύτητα στην περίπτωση που η κίνηση δεν είναι ευθύγραμμη.

Τα διαγράμματα  $v - t$  δεν έχουν σχεδιαστεί με ακρίβεια.

π.χ. στα διαγράμματα α, β το 1ο και το 2ο χρονικό διάστημα δεν είναι ίσα με 15 s.

Επίσης, τα διαγράμματα  $v - t$  δεν έχουν τιμές, οπότε δεν μπορούμε να διαπιστώσουμε π.χ. αν η

μεταβολή της ταχύτητας στο 1ο διάστημα είναι ίση με  $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Άρα δεν μπορούμε να είμαστε βέβαιοι ότι το διάγραμμα β είναι το σωστό.

### Θέμα 13620 (2.1)

#### Σχόλιο

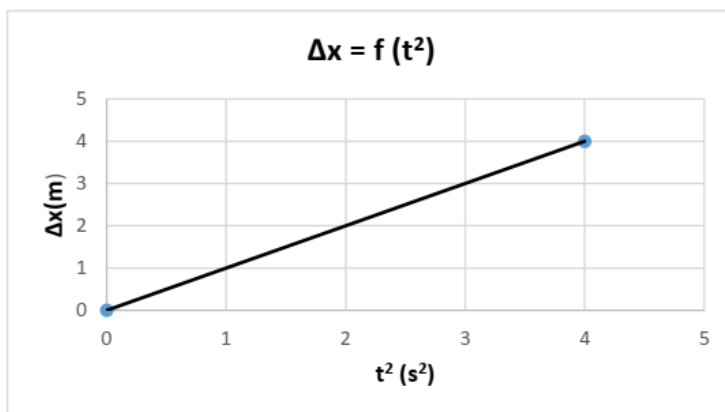
Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  τα κινητά βρίσκονται στην αρχή του άξονα x ( $x_{0,A} = x_{0,B} = 0$ ).

Στα διαγράμματα  $x - t$  και  $v - t$  δεν έχει σημειωθεί η τιμή μηδέν στην αρχή των αξόνων.

### Θέμα 13782 (2.2)

Σχόλιο :

Το διάγραμμα θα έπρεπε να αναπαριστά τη μεταβολή της θέσης  $x$  ως προς το  $t^2$  και όχι της μετατόπισης  $\Delta x$ .



### Θέμα 14833 (2.1)

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο αθλητής έχει σταθερή επιτάχυνση.

Αν η επιτάχυνση δεν είναι σταθερή, τότε η κίνηση δεν είναι ομαλά επιταχυνόμενη και από τη σχέση

$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  υπολογίζεται η αλγεβρική τιμή της μέσης επιτάχυνσης.

#### ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Η επιτάχυνση με την οποία κινείται ο αθλητής δίδεται από τη σχέση:  $\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  (1)

Από τα δεδομένα της χρονοφωτογράφισης έχουμε:

$$t_1 = 2s, v_1 = 4 \frac{m}{s} \text{ και } t_2 = 6s, v_2 = 12 \frac{m}{s}$$

$$\text{Συνεπώς: } \Delta t = t_2 - t_1 \text{ ή } \Delta t = 4s \quad (2) \text{ και } \Delta v = v_2 - v_1 \text{ ή } \Delta v = 12 \frac{m}{s} - 4 \frac{m}{s} \text{ ή } \Delta v = 8 \frac{m}{s} \quad (3)$$

$$\text{Από την (1) με αντικατάσταση από (2) και (3) προκύπτει } \alpha = \frac{8 \frac{m}{s}}{4s} \text{ ή } \alpha = 2 \frac{m}{s^2}$$

Δηλαδή σωστή απάντηση η (γ)

### Θέμα 14847 (2.2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το μέτρο της επιβράδυνσης είναι σταθερό, ώστε να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.2

### Θέμα 7971 (2.2)

#### Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι «από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 30$  s ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη που έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x$ ».

### Θέμα 7998 (B1)

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **οι σφαίρες βρίσκονται στον ίδιο τόπο**.

### Θέμα 8033 (B1)

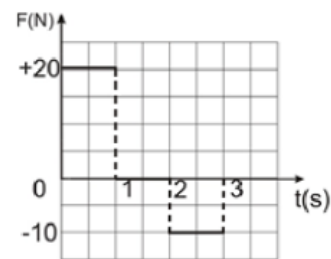
Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000 Kg εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση **στον άξονα  $x$** ».

## Θέματα 8025 (B2), 8026 (B2)

### Σχόλια :

Τα αρχικά διαγράμματα που υπήρχαν στις εκφωνήσεις των θεμάτων 8025 (B2), 8026 (B2) έχουν αντικατασταθεί από το διάγραμμα της εκφώνησης του θέματος 8004 (B2), με αποτέλεσμα **να μην συμφωνούν οι απαντήσεις που δίνονται από τους συγγραφείς με τις εκφωνήσεις των θεμάτων 8025 (B2), 8026 (B2) !**

**B2.** Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη σταθερής διεύθυνσης η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα που παριστάνεται στη διπλανή εικόνα, οπότε το κιβώτιο αρχίζει να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα  $x$ .



**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Τη χρονική στιγμή  $t = 3$  s

(α) το κιβώτιο ηρεμεί.

(β) το κιβώτιο εξακολουθεί να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα  $x$ .

(γ) το κιβώτιο κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα  $x$ .

*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 9*

**B2.** Σωστή η απάντηση (α)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η δύναμη το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} \rightarrow 1 \text{ s}$  είναι σταθερή και το κιβώτιο αρχικά είναι ακίνητο επομένως εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Η ταχύτητα του κιβωτίου τη χρονική στιγμή  $t = 1 \text{ s}$  είναι

$$v_1 = a\Delta t \text{ ή } v_1 = \frac{F}{m}\Delta t$$

ταχύτητα του κιβωτίου το χρονικό διάστημα  $1 \text{ s} \rightarrow 2 \text{ s}$  είναι σταθερή, άρα τη χρονική στιγμή

$$t = 2 \text{ s} \text{ η ταχύτητα του είναι } v_2 = v_1.$$

Η δύναμη το χρονικό διάστημα  $2 \text{ s} \rightarrow 3 \text{ s}$  είναι σταθερή, με φορά αντίθετη της ταχύτητας, επομένως το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Η ταχύτητα του κιβωτίου

$$\text{τη χρονική στιγμή } t = 3 \text{ s} \text{ είναι } v_3 = v_2 - |\alpha|\Delta t$$

$$\text{ή } v_3 = \frac{F}{m}\Delta t - \frac{F}{m}\Delta t \text{ και τελικά}$$

$$v_3 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

## Θέμα 12016 (B1)

### Σχόλια :

1) Το διάγραμμα περιέχει πειραματικές τιμές, άρα για να εξεταστεί αν το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση πρέπει να συγκριθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος με το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας, το οποίο για την Ελλάδα και σε υψόμετρο μηδέν είναι  $g_0 = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και όχι  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  που δίνει η εκφώνηση.

Δεν υπάρχει σημείο στην επιφάνεια της Γης στο οποίο η επιτάχυνση της βαρύτητας να έχει μέτρο μεγαλύτερο από  $9,83 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας αναφέρει : «Εφόσον οι συντεταγμένες όλων των σημείων αναγράφονται στο γράφημα, οποιαδήποτε δύο σημεία μας εξυπηρετούν».

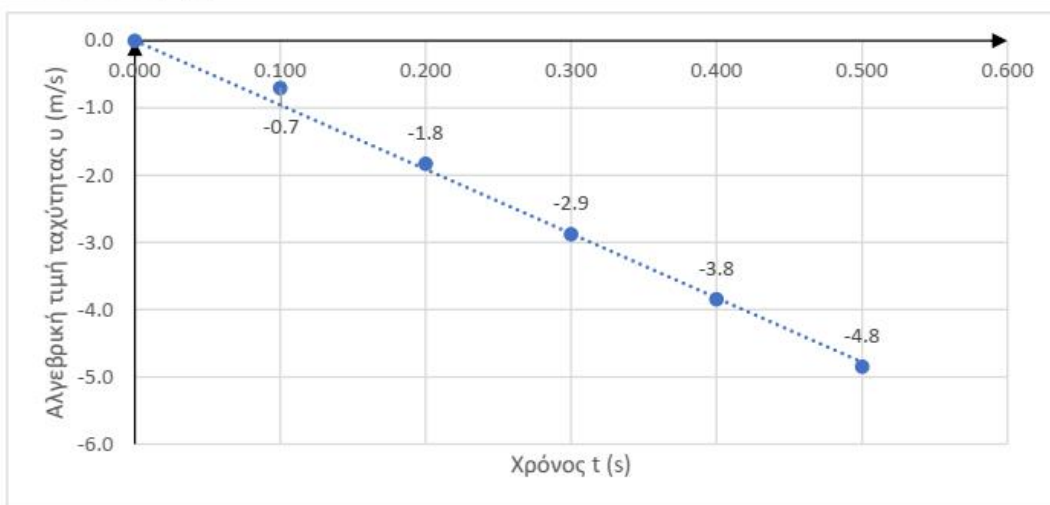
Όμως, **το σημείο που αντιστοιχεί στη 2η μέτρηση δεν βρίσκεται πάνω στη γραμμή του διαγράμματος, άρα δεν είναι σωστό να το χρησιμοποιήσουμε στους υπολογισμούς.**

Πράγματι, αν χρησιμοποιήσουμε την 1η και τη 2η μέτρηση, προκύπτει :

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,1 \text{s}} \Rightarrow \alpha = -7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow |\alpha| = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Η τιμή αυτή διαφέρει σημαντικά από την τιμή που υπολογίζει ο συγγραφέας στην απάντησή του.

### B1.2. Αιτιολόγηση.



Εφόσον, οι συντεταγμένες όλων των σημείων αναγράφονται στο γράφημα, οποιαδήποτε δύο από αυτά μας εξυπηρετούν. Επιλέγουμε αυθαίρετα το πρώτο (1<sup>ο</sup>) σημείο (0, 0) και το τέταρτο (4<sup>ο</sup>) σημείο (0,3 s, -2,9  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ), οπότε ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου

τμήματος του γραφήματος είναι:  $\lambda = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-2,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0}{0,3 \text{s} - 0} = -\frac{29}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Η απόλυτη τιμή του συντελεστή διεύθυνσης λ ισούται με το μέτρο της επιτάχυνσης  $\vec{a}$  του σώματος. Έτσι, για το μέτρο  $a$  της επιτάχυνσης  $\vec{a}$  του σώματος ισχύει:  $a = |\lambda| = \frac{29}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Επειδή  $a \neq g$ , η κίνηση του σώματος δεν είναι ελεύθερη πτώση.

**Μονάδες 8**

### Θέμα 13100 (B1)

Σχόλιο : Στη διάρκεια της πτώσης η ταχύτητα της σφαίρας αυξάνεται. Άρα, **οι ζητούμενες ταχύτητες είναι στην πραγματικότητα οι μέσες ταχύτητες της σφαίρας  $\bar{v}_1, \bar{v}_2$  κατά τη διάρκεια της διόδου από τις φωτοπύλες.**

### Θέμα 13101 (B1)

Σχόλιο : Η ερώτηση ιδιαίτερα δύσκολη για το επίπεδο της Α΄ Λυκείου.

### Θέμα 13270 (B2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν **το μέτρο της επιβραδύνουσας δύναμης παραμένει σταθερό κατά τη διάρκεια της κίνησης.**

Οι εκφράσεις «ελάχιστο χρονικό διάστημα», «μέγιστη τιμή του μέτρου της επιβραδύνουσας δύναμης» είναι παραπλανητικές.

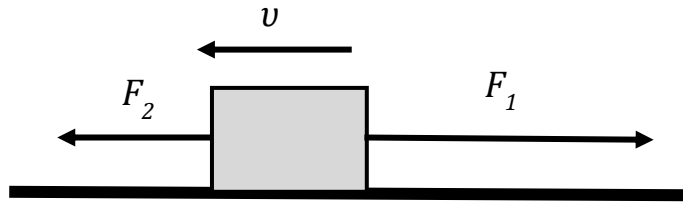
### Θέμα 13272 (B2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει αν η συνισταμένη δύναμη έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα.

Στην περίπτωση που η συνισταμένη έχει διαφορετική διεύθυνση από την αρχική ταχύτητα, τότε η κίνηση δεν είναι ευθύγραμμη και δεν ισχύουν οι αλγεβρικές σχέσεις.

**Θέμα 13512 (2.1)**

Το σώμα του παρακάτω σχήματος κινείται προς τα αριστερά πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $v$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s ασκούνται στο σώμα ταυτόχρονα δύο οριζόντιες δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  ( $F_1 > F_2$ ).



Κάποια χρονική στιγμή ( $t > t_0$ ) και ενώ το σώμα εξακολουθεί να κινείται προς τα αριστερά καταργούμε τη δύναμη  $F_2$ .

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

- α.** Το σώμα θα αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά.
- β.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα μειώνεται πιο γρήγορα.
- γ.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα αρχίσει να αυξάνεται.

**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

Σχόλιο

Το σώμα επιβραδύνεται και κάποια στιγμή θα σταματήσει. Στη συνέχεια θα κινηθεί προς τα δεξιά και το μέτρο της ταχύτητας θα αυξάνεται.

**Για να θεωρηθεί σωστή μόνο η απάντηση (β), έπρεπε να αναφέρει η εκφώνηση :**

**«Αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης  $\vec{F}_2$**

- α.** το σώμα θα αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά.
- β.** το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα μειώνεται πιο γρήγορα.
- γ.** το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα αρχίσει να αυξάνεται».

**Θέμα 13548 (2.1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «Κιβώτιο βρίσκεται **ακίνητο** πάνω σε **λείο** οριζόντιο επίπεδο. **Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$**  ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ ».

**Θέμα 13550 (2.1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «**Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$**  ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  **η οποία έχει την ίδια διεύθυνση με την ταχύτητα** και το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται ομαλά».

## Θέμα 13546 (2.2)

Σχόλια :

1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «**Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  η οποία έχει την ίδια διεύθυνση με την ταχύτητα** και το σώμα αρχίζει να επιταχύνεται», ώστε να εξασφαλιστεί ότι το σώμα συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει ότι «το μέτρο της επιτάχυνσης είναι της μορφής :  $\alpha = -K \cdot t$ , όπου  $K$  μία θετική σταθερά». Σύμφωνα με τη σχέση αυτή το μέτρο της επιτάχυνσης είναι αρνητικό (!) και (η απόλυτη τιμή της) αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο! Αν το σύμβολο  $\alpha$  είναι η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης, τότε αφού  $v > 0$  και  $\alpha < 0$ , το σώμα εκτελεί επιβραδυνόμενη και όχι επιταχυνόμενη κίνηση!

Αφού το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται γραμμικά με το χρόνο, η σχέση που περιγράφει σωστά το μέτρο της επιτάχυνσης είναι :  $\alpha = \alpha_0 - K \cdot t$ , όπου  $\alpha_0$  το μέτρο της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή  $t = 0$  (δηλ. τη στιγμή που αρχίζει να ενεργεί η δύναμη) και  $K$  θετική σταθερά.

Η αντίστοιχη σχέση για το μέτρο της δύναμης είναι :  $F = m\alpha_0 - mKt$  ή  $F = F_0 - mKt$ .

### 2.2 Σωστή η απάντηση (γ)

#### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με **το μέτρο της επιτάχυνσής του να είναι της μορφής:**

$$\alpha = -K \cdot t \quad (1), \text{ όπου } K \text{ μία θετική σταθερά.}$$

Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για το μέτρο της δύναμης  $F$  έχουμε

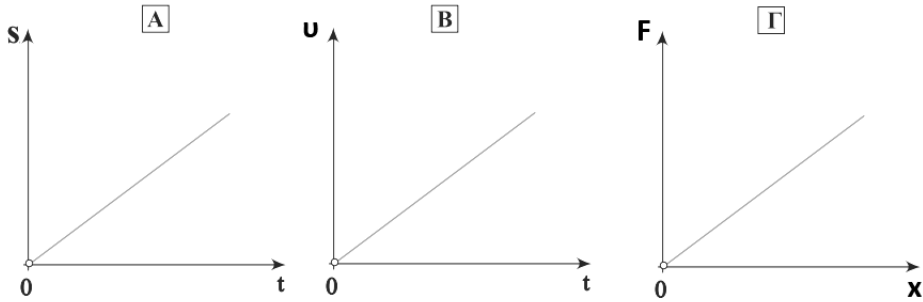
$$F = m \cdot a \stackrel{(1)}{\Rightarrow} F = -m \cdot K \cdot t \text{ δηλ. η δύναμη μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο.}$$

## Θέμα 13553 (2.2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «**Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  η οποία έχει την ίδια διεύθυνση με την ταχύτητα**, οπότε αρχίζει να επιβραδύνεται».

### Θέμα 13568 (2.1)

Τα πιο κάτω διαγράμματα έχουν κοινή μορφή, αλλά αναπαριστούν διαφορετικό φυσικό μέγεθος στον κατακόρυφο άξονα. Στο (Α) παρουσιάζεται το διάστημα που διανύει ένα κινούμενο σώμα σε σχέση με το χρόνο. Στο (Β) περιγράφεται η ταχύτητα με την οποία κινείται ένα δεύτερο σώμα σε σχέση με το χρόνο και στο (Γ) απεικονίζεται η γραφική παράσταση της δύναμης που δέχεται ένα τρίτο σώμα σε σχέση με τη μετατόπισή του.



**A.** Το κάθε διάγραμμα είναι κατάλληλο για έναν από τους τέσσερις τρόπους υπολογισμού που περιγράφονται στις πιο κάτω φράσεις:

- 1) Μπορώ να υπολογίσω την ταχύτητα από την κλίση της ευθείας.
- 2) Μπορώ να υπολογίσω την μετατόπιση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου.
- 3) Μπορώ να υπολογίσω την επιτάχυνση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου.
- 4) Αν είναι δύναμη που επιμηκύνει ελατήριο μπορώ να υπολογίσω τη σταθερά του από την κλίση της ευθείας.

Στο τετράδιό σας να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα:

Γραφική παράσταση	Αριθμός πρότασης
A	
B	
Γ	

*Μονάδες 6*

**B.** Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

*Μονάδες 6*

### Σχόλια

Η εκφώνηση έχει πολλές ασάφειες.

1. Δεν αναφέρει ότι τα διαγράμματα A και B αντιστοιχούν σε ευθύγραμμες κινήσεις.
2. Από την κλίση στο διάγραμμα  $s - t$  υπολογίζουμε **το μέτρο** της ταχύτητας και όχι «την ταχύτητα» (η οποία είναι διανυσματικό μέγεθος).
3. Από εμβαδό στο διάγραμμα  $v - t$  υπολογίζουμε **την αλγεβρική τιμή** της μετατόπισης και όχι «τη μετατόπιση» (η οποία είναι διανυσματικό μέγεθος).
4. Στην 4η φράση έπρεπε να αναφέρει: «Αν F είναι **το μέτρο** της δύναμης που επιμηκύνει ένα **ατσάλινο** ελατήριο και x είναι **η επιμήκυνση** του ελατηρίου, τότε μπορώ να υπολογίσω τη σταθερά του από την κλίση της ευθείας.

**Θέμα 13617 (2.1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση αναφέρει αρχικά ότι το σώμα κινείται ευθύγραμμα, ενώ στη συνέχεια δίνει ότι τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  είναι ακίνητο!

Επίσης, δεν αναφέρει ότι **η συνισταμένη δύναμη έχει σταθερή διεύθυνση** και το διάγραμμα δείχνει πως μεταβάλλεται **η αλγεβρική τιμή** της συνισταμένης δύναμης με το χρόνο.

Μία καλύτερη διατύπωση θα ήταν : «Σε σώμα μάζας  $m = 1 \text{ Kg}$  που είναι ακίνητο αρχικά πάνω σε οριζόντια επιφάνεια, ασκείται οριζόντια συνισταμένη δύναμη που έχει σταθερή διεύθυνση.

Η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με το επόμενο διάγραμμα».

**Θέμα 13618 (2.1)**

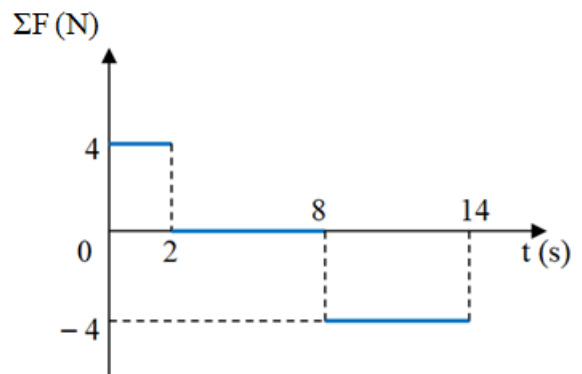
Σχόλιο :

Στη χρονική διάρκεια  $[0 \text{ s}, 2 \text{ s}]$  η συνισταμένη δύναμη έχει τιμή  $4 \text{ N}$ , ενώ στη χρονική διάρκεια  $(2 \text{ s}, 8 \text{ s})$  έχει τιμή  $0 \text{ N}$ .

**Τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$  η συνισταμένη δύναμη δεν έχει συγκεκριμένη τιμή**, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Επομένως **δεν υπάρχει απάντηση** στο ερώτημα :

«Πόση είναι η τιμή της δύναμης τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$ ».



**Θέμα 14204 (2.2)**

Στην ενδεικτική λύση ο συγγραφέας δίνει λάθος απάντηση !

Από τον συνδυασμό των σχέσεων που γράφει, προκύπτει η σχέση :  $\Delta \vec{v}_B = 4 \Delta \vec{v}_A$  (και όχι  $\Delta \vec{v}_A = 4 \Delta \vec{v}_B$ ), άρα σωστή απάντηση είναι η  $\gamma$  (και όχι η  $\beta$ ).

2.2.

A.  $\beta$ )

Μονάδες 4

B.

Ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \vec{v}_A = \vec{a}_A \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta \vec{v}_B = \vec{a}_B \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{\frac{m}{2}} \cdot 2 \cdot \Delta t = 4 \cdot \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Delta \vec{v}_A = 4 \cdot \Delta \vec{v}_B.$$

Μονάδες 9

**Θέμα 14839 (2.1)**

Σχόλιο : Το δεδομένο της εκφώνησης «το βάρος των αντικειμένων στην επιφάνειά της (Σελήνης) είναι περίπου το  $\frac{1}{4}$  του βάρους τους στη Γη» είναι περιττό και **λάθος**.

Το βάρος ενός σώματος στη Σελήνη είναι (περίπου) το  $\frac{1}{6}$  του βάρους του στη Γη :

$$g_{\Sigma} \approx \frac{1}{6} g_{\Gamma} \Leftrightarrow m g_{\Sigma} \approx \frac{1}{6} m g_{\Gamma} \Leftrightarrow B_{\Sigma} \approx \frac{1}{6} B_{\Gamma}.$$

**Θέμα 13770 (2.1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση αναφέρει στην αρχή : «Ο αστροναύτης . . . ρίχνει ένα σφυρί (δηλαδή το εκτοξεύει), ενώ στη συνέχεια αναφέρεται στο νόμο της ελεύθερης πτώσης !

**Η σχέση  $\vec{g}_{\Gamma} = 6 \vec{g}_{\Sigma}$  είναι λάθος γιατί υποδηλώνει ότι τα διανύσματα της επιτάχυνσης  $\vec{g}_{\Gamma}$  στην επιφάνεια της Γης και της επιτάχυνσης  $\vec{g}_{\Sigma}$  στην επιφάνεια της Σελήνης έχουν την ίδια κατεύθυνση, πράγμα το οποίο δεν ισχύει γενικά.**

Η εκφώνηση έπρεπε να δίνει τη σχέση των μέτρων των επιταχύνσεων  $g_{\Gamma} = 6 g_{\Sigma}$ .

**Θέμα 12004 (B1)**

Το βάρος του σώματος, με τη βοήθεια του δυναμόμετρου A, βρέθηκε ίσο με 50 N (Σχήμα 1). Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας δύο δυναμόμετρα (το A και ένα ίδιο δυναμόμετρο B) κρεμάμε το σώμα όπως στο σχήμα 2.

**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Οι τιμές των δυναμόμετρων A και B είναι:

**(α)** Δυναμόμετρο A: 50 N, Δυναμόμετρο B: 100 N

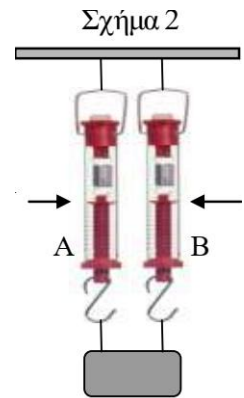
**(β)** Δυναμόμετρο A: 50 N, Δυναμόμετρο B: 50 N

**(γ)** Δυναμόμετρο A: 25 N, Δυναμόμετρο B: 25 N

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 4**

**Μονάδες 8**



Σχόλια :

1) Για να απαντήσουμε στην ερώτηση **πρέπει να υποθέσουμε ότι οι τάσεις των νημάτων  $\vec{T}_A$ ,  $\vec{T}_B$  στο σχήμα 2 είναι ίσες.**

Για να ισχύει αυτό, πρέπει να συντρέχουν οι εξής προϋποθέσεις :

α) το σώμα να είναι ομογενές και κανονικό γεωμετρικό στερεό (π.χ. ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο).

β) τα νήματα να έχουν ίσα μήκη και τα σημεία πρόσδεσης των νημάτων να ισαπέχουν από τις πλαϊνές έδρες του σώματος.

**Αν δεν ισχύει κάποια από τις προϋποθέσεις, τότε οι ενδείξεις των δυναμομέτρων δεν είναι ίσες και τα δεδομένα δεν αρκούν για να απαντήσουμε στην ερώτηση.**

**Η ερώτηση απαιτεί γνώσεις που δεν διαθέτουν οι μαθητές της Α' Λυκείου.**

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που σκούνται στα σώματα! Για να δικαιολογήσει ότι οι τάσεις των νημάτων στο σχήμα 2 είναι ίσες, χρησιμοποιεί το επιχειρήμα ότι τα δυναμόμετρα είναι ίδια!

**B1.** Σωστή η απάντηση **(γ)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στο Σχήμα 2 είναι το βάρος του προς τα κάτω και οι δύο τάσεις των νημάτων προς τα πάνω. **Οι δύο τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια.** Επομένως:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 2T - B = 0 \Rightarrow T = 25 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα θα ασκεί σε κάθε νήμα αντίθετη δύναμη.

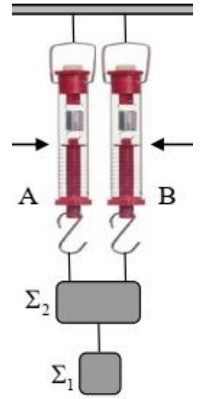
Τα νήματα είναι τεντωμένα και αβαρή, επομένως η δύναμη που δέχεται κάθε νήμα από το δυναμόμετρο είναι 25 N.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, κάθε νήμα ασκεί στο αντίστοιχο δυναμόμετρο δύναμη 25 N.

### Θέμα 13545 (2.1)

Τα βάρη των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , με τη βοήθεια των δυναμόμετρων Α και Β, βρέθηκαν ίσα με 50 N και 90 N αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα Α και Β κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

(α) Δυναμόμετρο Α: 50 N, Δυναμόμετρο Β: 90 N

(β) Δυναμόμετρο Α: 70 N, Δυναμόμετρο Β: 70 N

(γ) Δυναμόμετρο Α: 90 N, Δυναμόμετρο Β: 50 N

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Σχόλια :

1) Για να απαντήσουμε στην ερώτηση **πρέπει να υποθέσουμε ότι οι τάσεις των πάνω νημάτων  $\vec{T}_A$ ,  $\vec{T}_B$  είναι ίσες.**

Για να ισχύει αυτό, πρέπει να συντρέχουν οι εξής προϋποθέσεις :

α) το σώμα  $\Sigma_2$  να είναι ομογενές κανονικό γεωμετρικό στερεό (π.χ. ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο),

β) η προέκταση του κάτω νήματος να διέρχεται από το κέντρο μάζας του  $\Sigma_2$ ,

γ) τα πάνω νήματα να έχουν ίσα μήκη και τα σημεία πρόσδεσης των πάνω νημάτων να ισαπέχουν από τις πλαϊνές έδρες του  $\Sigma_2$ .

**Αν δεν ισχύει κάποια από τις προϋποθέσεις, τότε οι ενδείξεις των δυναμομέτρων δεν είναι ίσες και τα δεδομένα δεν αρκούν για να απαντήσουμε στην ερώτηση.**

**Η ερώτηση απαιτεί γνώσεις που δεν διαθέτουν οι μαθητές της Α' Λυκείου.**

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας θεωρεί τα δύο σώματα σαν συσσωμάτωμα και δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που σκούνται στα σώματα!

Για να δικαιολογήσει ότι οι τάσεις των νημάτων στο σχήμα 2 είναι ίσες, χρησιμοποιεί το επιχειρήμα ότι τα δυναμόμετρα είναι ίδια!

#### 2.1 Σωστή η απάντηση (β)

##### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το συνολικό βάρος που είναι κρεμασμένο στα νήματα, στο τρίτο σχήμα, είναι αυτό και των δύο σωμάτων δηλαδή  $B_{12} = 140 \text{ N}$ .

Θεωρώντας τα δύο σώματα ως ένα (συσσωμάτωμα) και δεδομένου ότι οι δύο τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια έχουμε:

$$\Sigma F_{12} = 0 \Rightarrow 2T - B_{12} = 0 \Rightarrow T = 70 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα θα ασκεί σε κάθε νήμα αντίθετη δύναμη.

Τα νήματα είναι τεντωμένα και αβαρή, επομένως η δύναμη που δέχεται κάθε νήμα από το δυναμόμετρο είναι 70 N.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, κάθε νήμα ασκεί στο αντίστοιχο δυναμόμετρο δύναμη 70 N.

### Θέμα 8027 (2.2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το τεντωμένο τμήμα του σκοινιού είναι οριζόντιο. Η μάζα του σκοινιού δεν επηρεάζει την απάντηση αφού το τεντωμένο και οριζόντιο τμήμα του σκοινιού είναι ακίνητο.

Ο όρος «άμαζο» σκοινί είναι αδόκιμος και δεν αναφέρεται σε κανένα σχολικό σύγγραμμα Φυσικής.

### Θέμα 8041 (B2)

#### Σχόλια

1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «**τη χρονική στιγμή  $t = 10$  s το σώμα είναι έτοιμο να κινηθεί**».

Κατά τη χρονική διάρκεια  $0 \text{ s} \leq t \leq 10 \text{ s}$  το σώμα είναι ακίνητο και η τριβή είναι στατική.

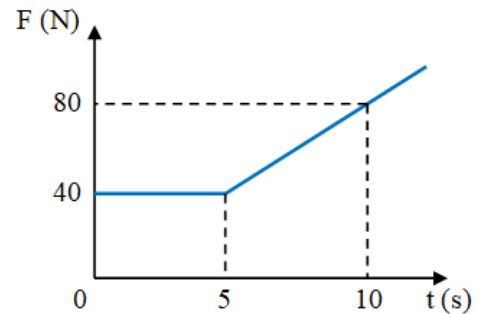
**Τη χρονική στιγμή  $t = 10$  s η τριβή αποκτά τη μέγιστη τιμή**

**$T_{op} = 80 \text{ N}$  και το σώμα είναι έτοιμο να κινηθεί.**

**Άρα, το σώμα θα αρχίσει να κινείται μετά τη χρονική στιγμή  $t = 10$  s.**

2) Για να επιταχυνθεί το σώμα, πρέπει το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  να ξεπεράσει το μέτρο της  $\vec{T}_{op}$  :  $F > T_{op} = 80 \text{ N}$ .

Άρα, το διάγραμμα της δύναμης πρέπει να επεκταθεί και μετά τη χρονική στιγμή  $t = 10$  s.



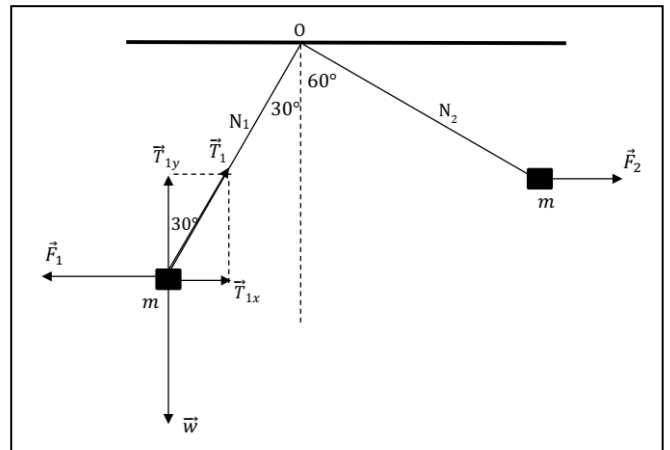
### Θέμα 13657 (2.1)

Σχόλιο : Η έκφραση «το ελατήριο ταλαντώνεται οριζοντίως» είναι λανθασμένη. Το σώμα ταλαντώνεται με την επίδραση του ελατηρίου. Στη διάρκεια της ταλάντωσης το ελατήριο συσπειρώνεται και επιμηκώνεται.

Η έννοια της ταλάντωσης δεν διδάσκεται στην Α' Λυκείου.

### Θέμα 13614 (2.2)

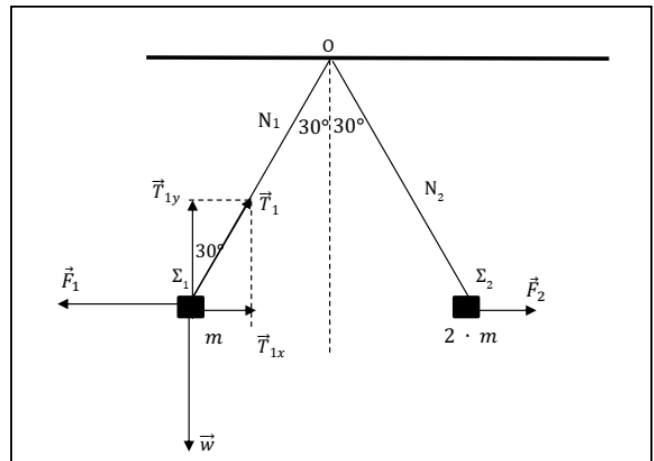
Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας σχεδιάζει τις δυνάμεις που ασκούνται μόνο στο  $\Sigma_1$  και όχι στο  $\Sigma_2$ !



**Θέμα 13615 (2.2)**

Σχόλια :

- 1) Δεν είναι απαραίτητη η τιμή της μάζας  $m$  ούτε η τιμή της  $\epsilon\phi 30^\circ$ .
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας σχεδιάζει τις δυνάμεις που ασκούνται μόνο στο  $\Sigma_1$  και όχι στο  $\Sigma_2$ !



**Θέμα 13572 (2.2)**

Λεία σφαίρα μάζας 100 kg ισορροπεί ακουμπώντας σε δύο αμετακίνητες σφήνες γωνιών βάσης  $\phi_1=30^\circ$  (Σφήνα 1) και  $\phi_2=60^\circ$  (Σφήνα 2), όπως στο σχήμα. Τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται η σφαίρα στα σημεία επαφής από τις σφήνες είναι:

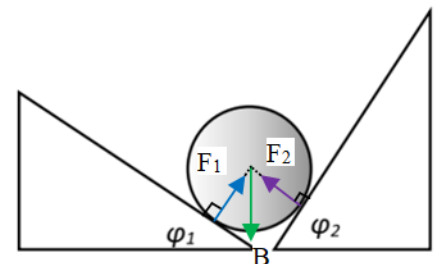
**A.** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

- α)  $m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ$ ,  $m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ$ ,
- β)  $m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ$ ,  $m \cdot g \cdot \eta\mu 60^\circ$ ,
- γ)  $m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ$ ,  $m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ$ .

**B.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

Μονάδες 9



**Απάντηση**

Αφού η σφαίρα είναι λεία, οι δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  είναι κάθετες στις επιφάνειες και διέρχονται από το κέντρο της σφαίρας.

**Αν η σφαίρα είναι ομογενής, τότε ο φορέας του βάρους διέρχεται από το κέντρο της.**

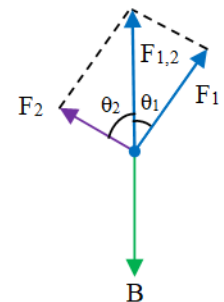
Αφού η σφαίρα ισορροπεί, η συνισταμένη  $\vec{F}_{1,2}$  των δυνάμεων  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  είναι αντίθετη από το βάρος, άρα είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω και έχει μέτρο :  $F_{1,2} = mg$ . (1)

Η γωνία  $\theta_1$  που σχηματίζει  $\vec{F}_1$  με την  $\vec{F}_{1,2}$  είναι ίση με τη γωνία  $\phi_1$  γιατί είναι οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές :  $\theta_1 = \phi_1 = 30^\circ$ .

Όμοια :  $\theta_2 = \phi_2 = 60^\circ$ .

$$\text{Ισχύουν οι σχέσεις : } F_1 = F_{1,2} \cdot \sigma\upsilon\nu\theta_1 \xrightarrow{(1)} F_1 = mg \sigma\upsilon\nu 30^\circ,$$

$$F_2 = F_{1,2} \cdot \sigma\upsilon\nu\theta_2 \xrightarrow{(1)} F_2 = mg \sigma\upsilon\nu 60^\circ.$$



Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η σφαίρα είναι ομογενής.
- 2) Η απάντηση προϋποθέτει γνώσεις Φυσικής που δεν διαθέτουν οι μαθητές της Α' Λυκείου (ισορροπία στερεού, κέντρο μάζας ομογενούς σφαίρας).

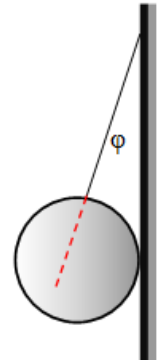
### Θέμα 13573 (2.2)

Λεία σφαίρα μάζας  $m$  ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με τον κατακόρυφο τοίχο.

A. Επιλέξτε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο και σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα :

α)  $\frac{m \cdot g}{\sin\varphi} \eta\mu\varphi$  ,                      β)  $\frac{m \cdot g}{\eta\mu\varphi} \sigma\upsilon\upsilon\varphi$  ,                      γ)  $m \cdot g$  .

Μονάδες 6



B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

### Απάντηση

Στη σφαίρα ασκούνται 3 δυνάμεις : το βάρος  $\vec{B}$  , η δύναμη  $\vec{F}$  από τον τοίχο και η τάση του νήματος  $\vec{T}$  . Αφού η σφαίρα είναι λεία, η δύναμη  $\vec{F}$  είναι κάθετη στον τοίχο άρα διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας.

Αν η σφαίρα είναι ομογενής, τότε ο φορέας του βάρους διέρχεται από το κέντρο της.

Για να ισορροπεί η σφαίρα, πρέπει και ο φορέας της τάσης  $\vec{T}$  να διέρχεται από το κέντρο της.

Σχεδιάζω τις δυνάμεις και αναλύω την  $\vec{T}$  σε κάθετες συνιστώσες  $\vec{T}_x$  ,  $\vec{T}_y$  .

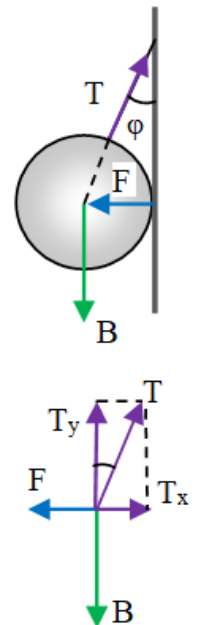
Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας σε κάθε άξονα :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F = T_x \Leftrightarrow F = T\eta\mu\varphi. \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow B = T_y \Leftrightarrow B = T\sigma\upsilon\upsilon\varphi. \quad (2)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) :

$$\frac{F}{B} = \frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\upsilon\varphi} \Leftrightarrow F = mg \cdot \frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\upsilon\varphi}. \quad (\text{δηλ. } F = m g \epsilon\varphi)$$



### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η σφαίρα είναι ομογενής.
- 2) Στο σχήμα της εκφώνησης το νήμα δεν έχει σχεδιαστεί σωστά ώστε η προέκτασή του να διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας.
- 3) Η απάντηση προϋποθέτει γνώσεις Φυσικής που δεν διαθέτουν οι μαθητές της Α' Λυκείου (ισορροπία στερεού, κέντρο μάζας ομογενούς σφαίρας).

**Τα ίδια σχόλια ισχύουν και για την ερώτηση 2.2 από το θέμα 13578.**

Επιπλέον, στο Θέμα 13578 (2.2), το ερώτημα A δεν έχει διατυπωθεί σωστά.

Η σωστή διατύπωση είναι : «Αν η δύναμη που ασκεί το νήμα στη σφαίρα έχει διπλάσιο μέτρο από τη δύναμη που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα, . . . ».

**Θέμα 13773 (2.1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να δίνει τη σχέση των μέτρων των ταχυτήτων του κύβου  $v_1 < v_2$ .

**Θέμα 13616 (2.1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «Ένα σώμα ολισθαίνει σε οριζόντιο, τραχύ και ακλόνητο δάπεδο χωρίς την επίδραση εξωτερικής δύναμης  $\vec{F}$ ».

**Θέμα 13776 (2.1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει ότι **το μέτρο της δύναμης είναι ίδιο στις δύο περιπτώσεις**.

**Θέμα 13097 (B2)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η δύναμη  $\vec{F}$  είναι σταθερή.

**Θέμα 13465 (B2)**

Σχόλιο : Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν αναφέρονται στο σχολικό βιβλίο, επομένως η ερώτηση είναι εκτός ύλης.

**Θέμα 13575 (2.2)**

Σχόλια

- 1) Η εκφώνηση έχει περιττά δεδομένα. Δεν είναι απαραίτητη η τιμή της μάζας, ούτε η τιμή του  $g$ .
- 2) Η ερώτηση είναι ιδιαίτερα δύσκολη για το επίπεδο της Α΄ Λυκείου γιατί απαιτεί την ανάλυση δύο δυνάμεων και τον συνδυασμό αρκετών σχέσεων.

**Θέμα 13570 (2.2)**

Σχόλια :

1) Η έκφραση «θετική σε μέτρο επιτάχυνση» δεν έχει νόημα.

Το μέτρο ενός μεγέθους είναι πάντοτε θετικό ή μηδέν.

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : «Σώμα . . . κινείται πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση  $\vec{a}$ , η οποία έχει τη θετική φορά».

2) Στην απάντησή του συγγραφέας αναφέρει : «Το σώμα κινείται οριζόντια με σταθερή θετική σε μέτρο επιτάχυνση (άρα το διάνυσμα της επιτάχυνσης “δείχνει” τη φορά της κίνησης και θα πρέπει να έχει την ίδια φορά με τη δύναμη F)».

Όμως, η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το σώμα κινείται προς τη θετική φορά ούτε ευσταθεί το επιχείρημα ότι «το διάνυσμα της επιτάχυνσης “δείχνει” τη φορά της κίνησης».

Επίσης, η δύναμη  $\vec{F}$  δεν έχει την ίδια διεύθυνση με την επιτάχυνση  $\vec{a}$ , άρα δεν έχει νόημα η διατύπωση : «το διάνυσμα της επιτάχυνσης . . . θα πρέπει να έχει την ίδια φορά με τη δύναμη».

**Το διάνυσμα της επιτάχυνσης πρέπει να έχει την ίδια φορά με την οριζόντια συνιστώσα της δύναμης  $\vec{F}_x$**  (η οποία δεν έχει σχεδιαστεί στο σχήμα της απάντησης).

**2.2) Σωστή απάντηση: (β)**

Το σώμα κινείται οριζόντια με σταθερή θετική σε μέτρο επιτάχυνση (άρα το διάνυσμα της επιτάχυνσης “δείχνει” τη φορά της κίνησης και θα πρέπει να έχει την ίδια φορά με τη δύναμη F) οπότε, σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton, ισχύει:

$$F_{ολ} = ma \quad (1)$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  της δύναμης  $F$  και η τριβή  $T$  (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος). Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολx} = F_x - T \quad (2)$$

Την οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  την υπολογίζουμε με ανάλυση της  $F$  ως:

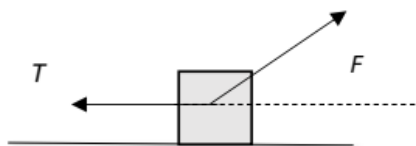
$$F_x = F \cdot \sin 30^\circ \quad (3)$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3), προκύπτει

$$ma = F \cdot \sin 30^\circ - T$$

$$T = F \cdot \sin 30^\circ - ma$$

Και ο σχεδιασμός της τριβής





**Θέμα 13780 (2.1)**

Σχόλιο :

Η διατύπωση : « . . . για την τιμή της στατικής τριβής . . . » είναι ασαφής (το σχολικό βιβλίο με τον όρο «τιμή» ενός μεγέθους εννοεί άλλοτε την αλγεβρική τιμή και άλλοτε το μέτρο του).

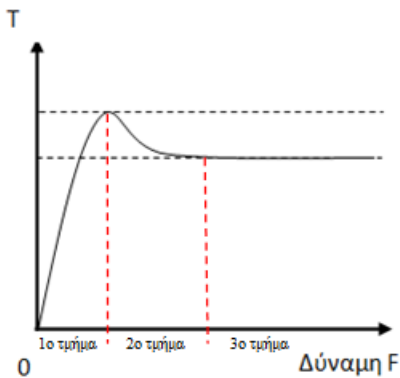
Επομένως, είναι πιθανό να σχηματίσει ο μαθητής την εντύπωση ότι ο όρος «τιμή» αναφέρεται στο **μέτρο** της στατικής τριβής και να δώσει σωστή την απάντηση β.

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : « . . . για την **αλγεβρική τιμή** της στατικής τριβής . . . », η οποία παραπέμπει σαφώς στην απάντηση γ.

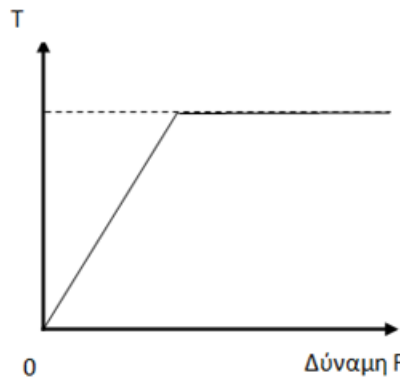
**Θέμα 13577 (2.1)**

Σε σώμα μάζας  $m$  που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη  $\vec{F}$ , οριζόντιας διεύθυνσης το μέτρο της οποίας αυξάνεται προοδευτικά. Κάποια στιγμή το σώμα τίθεται σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η επιφάνεια στην οποία ολισθαίνει το σώμα εμφανίζει τριβή και η αντίσταση του αέρα μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

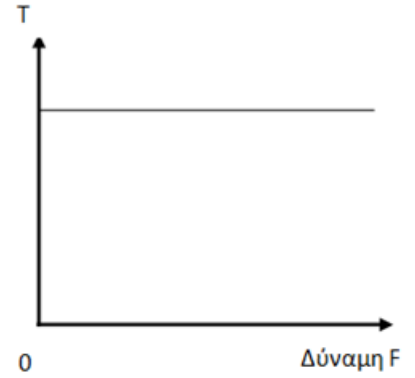
**A.** Ποιο από τα πιο κάτω διαγράμματα αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της τριβής ως προς την δύναμη  $\vec{F}$ ;



(α)



(β)



(γ)

*Μονάδες 6*

**B.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 6*

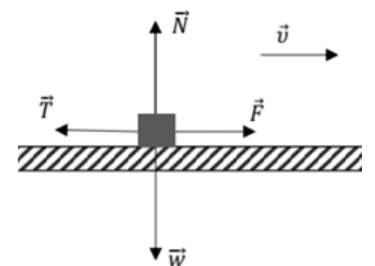
**Απάντηση**

Αρχικά το σώμα είναι ακίνητο και η τριβή είναι στατική, άρα ισχύει :  $T = F$ .

Επομένως **σε αυτό το διάστημα, το διάγραμμα  $T = f(F)$  είναι πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα που σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα της  $F$  :**

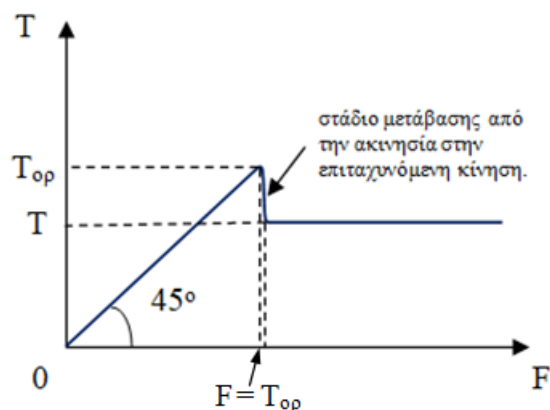
$$\epsilon\phi\theta = \frac{T}{F} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ.$$

Τη στιγμή που η στατική τριβή αποκτά τη μέγιστη τιμή (οριακή τριβή  $T_{op}$ ) το σώμα είναι έτοιμο να κινηθεί.



Αυξάνοντας ελάχιστα το μέτρο της δύναμης, το σώμα ξεκινά και αλλάζει το είδος τριβής (τριβή ολίσθησης  $T$ ). Το μέτρο της τριβής ελαττώνεται (σχεδόν ακαριαία) από  $T_{op}$  σε  $T$  και στη συνέχεια παραμένει σταθερό. **Αφού η τριβή ολίσθησης είναι σταθερή, σε αυτό το διάστημα το διάγραμμα είναι οριζόντιο ευθύγραμμο τμήμα.**

**Το διάγραμμα που περιγράφει (ποιοτικά) τη σχέση ανάμεσα στο μέτρο της τριβής και της δύναμης  $F$  έχει σχεδιαστεί στο διπλανό σχήμα.**



Σύμφωνα με τον συγγραφέα της ερώτησης, το σωστό διάγραμμα είναι το (α). Όμως, **το διάγραμμα (α) έχει δύο βασικά λάθη :**

1) στο 1ο τμήμα που αυξάνεται το μέτρο της τριβής η γωνία δεν είναι  $45^\circ$ , άρα η στατική τριβή δεν θα είχε το ίδιο μέτρο με τη δύναμη  $F$  (και προς το τέλος το διάγραμμα είναι καμπύλη, που σημαίνει ότι η στατική τριβή δεν είναι ούτε ανάλογη με τη δύναμη  $F$ ),

2) στο 2ο τμήμα το μέτρο της τριβής μειώνεται σταδιακά (ενώ συγχρόνως αυξάνεται το μέτρο της δύναμης  $F$ ).

Όμως, όταν το μέτρο της δύναμης  $F$  ξεπεράσει ελάχιστα το μέτρο της  $T_{op}$ , το σώμα ξεκινά και το μέτρο της τριβής μειώνεται (σχεδόν ακαριαία) από  $T_{op}$  σε  $T$ .

Άρα το 2ο τμήμα του διαγράμματος πρέπει να είναι σχεδόν κατακόρυφο.

### Παρατήρηση :

Από τη στιγμή που ξεκινά το σώμα, κινείται με επιτάχυνση μέτρου :  $\alpha = \frac{F - T}{m}$ .

**Αφού το μέτρο της δύναμης  $F$  αυξάνεται συνεχώς ενώ το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι σταθερό, το μέτρο της επιτάχυνσης αυξάνεται, άρα η κίνηση δεν είναι ομαλά επιταχυνόμενη.**

### Συμπέρασμα

**Η ερώτηση είναι λανθασμένη, αφού κανένα διάγραμμα δεν περιγράφει σωστά το φαινόμενο.**

**Σε κάθε περίπτωση, η ερώτηση δεν αντιστοιχεί στο επίπεδο γνώσεων των μαθητών της Α΄ Λυκείου.**

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.1

### Θέμα 8012 (B2)

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει την κινητική ενέργεια  $\frac{1}{2}mv$ .

#### Εναλλακτικός τρόπος λύσης:

Από την Α. Δ. Μ. Ε. για την πτώση της σφαίρας από ύψος  $h$  και ταχύτητα  $v$  ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος, έχουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$$
$$0 + mgh = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v + 0$$

### Θέμα 8025 (B1)

#### Σχόλιο

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι το αεροπλάνο είναι ακίνητο τη στιγμή που το εγκαταλείπουν οι αλεξιπτωτιστές.

Αν το αεροπλάνο κινείται, οι αλεξιπτωτιστές έχουν αρχική ταχύτητα και δεν θα εκτελέσουν ελεύθερη πτώση.

Μία καλύτερη διατύπωση θα ήταν : « . . . εγκαταλείπουν το ακίνητο ελικόπτερο στο οποίο επέβαιναν και εκτελούν ελεύθερη πτώση ».

### Θέμα 8038 (B2)

#### Σχόλια

1) Η έκφραση «ευθύγραμμο δάπεδο» δεν έχει νόημα. Μάλλον ο συγγραφέας εννοεί «επίπεδη οριζόντια επιφάνεια».

2) Το διάγραμμα έπρεπε να δείχνει πως μεταβάλλεται το μέτρο της επιτάχυνσης  $a$  σε συνάρτηση με τη θέση  $x$  του κιβωτίου και όχι με τη μετατόπιση  $\Delta x$ .

### Θέμα 12855

#### Σχόλιο

Οι απαντήσεις  $\beta$ ,  $\gamma$  επικαλύπτονται, αφού :  $-1 \neq 1$ .

Επομένως, **η ερώτηση έχει δύο σωστές απαντήσεις** :  $(\beta)$ ,  $(\gamma)$ .

### Θέμα 13102 ((B2)

Σχόλιο : Η διατύπωση «αρχίζει να κινείται . . . με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση» είναι άστοχη.

Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «αρχίζει να κινείται . . . με σταθερή επιτάχυνση».

**Θέμα 8044 (B1)**

Εργάτης δένει με αβαρές σκοινί ένα κιβώτιο και το σύρει σε οριζόντιο δάπεδο, όπως παριστάνεται στη διπλανή εικόνα. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η επίδραση του αέρα παραλείπεται.

**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Αν συμβολίσουμε με  $W_F$  το έργο της δύναμης που ασκεί ο εργάτης στο κιβώτιο, και  $W_T$  το έργο της δύναμης της τριβής ολίσθησης τότε για κάθε μετατόπιση του κιβωτίου θα ισχύει:

- α)  $W_F > W_T$     β)  $W_T = -W_F$     γ)  $W_F < W_T$

Μονάδες 4

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

**Απάντηση**

Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  υπολογίζεται από τη σχέση :

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos\theta \quad (1)$$

Από το σχήμα φαίνεται ότι :  $\theta < 90^\circ \Rightarrow \cos\theta > 0 \xrightarrow{(1)} W_F > 0$ .

Το έργο της τριβής ολίσθησης υπολογίζεται από τη σχέση :

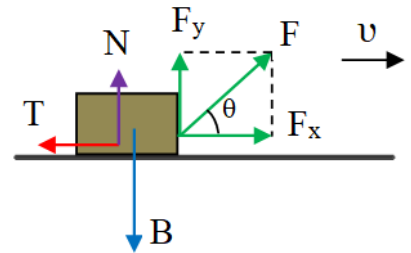
$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ \Rightarrow W_T = -T \cdot \Delta x \quad (2)$$

Επομένως :  $W_T < 0$ .

Αφού  $W_F > 0$  και  $W_T < 0$ , άρα :  $W_F > W_T$ . [α] : Σωστή]

Αφού το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα, άρα :  $\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_x = T \Leftrightarrow T = F \cdot \cos\theta$ . (3)

(2), (3)  $\Rightarrow W_T = -F \cdot \Delta x \cdot \cos\theta \xrightarrow{(1)} W_T = -W_F$ . [β] : Σωστή]



**Σχόλιο :** Υπάρχουν δύο σωστές απαντήσεις !

**Θέμα 13574 (B2)**

**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας αποκαλεί τη σχέση  $T = \mu N$  «ορισμό της τριβής», ενώ πρόκειται για το νόμο της τριβής ολίσθησης.

**2.2) Σωστή απάντηση: (α)**

Το έργο της τριβής θα είναι:  $W_T = T \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ$ , άρα

$$-20\sqrt{3} = T \cdot 10 \cdot (-1)$$

Άρα  $T = 2\sqrt{3} \text{ N}$  και από τον ορισμό της τριβής:

$$T = \mu \cdot N \text{ ή } N = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

Στον κάθετο άξονα:

Με βάση τον 1<sup>ο</sup> νόμο Newton:

$$F_y + B_y = N \text{ ή } F_y = N - m \cdot g \cdot \sin 30^\circ = 5\sqrt{3} \text{ N}$$

Και δεδομένου ότι:  $F_y = F \cdot \eta\mu 30^\circ$

Προκύπτει ότι:  $F = 10\sqrt{3} \text{ N}$

### Θέμα 13272 (B1)

Σχόλια :

- 1) Η διατύπωση «... σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ » είναι ανακριβής. Δεν υπάρχει σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης στο οποίο η επιτάχυνση της βαρύτητας να έχει μέτρο μεγαλύτερο από  $9,83 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .
- 2) Η εκφώνηση αναφέρει «η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στον ακόλουθο πίνακα», ενώ στον πίνακα υπάρχουν η δυναμική και η κινητική ενέργεια!

### Θέμα 13511 (2.2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη, ώστε να δεχτούμε ότι το σώμα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους του.

### Θέμα 13567 (2.2)

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν έχει σχεδιάσει όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, δεν αναλύει τη δύναμη  $\vec{F}$  σε συνιστώσες, δεν σημειώνει τη φορά της επιτάχυνσης ούτε σημειώνει τη γωνία  $\varphi$  στο σχήμα!

#### 2.2) Σωστή απάντηση: (β)

Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton

$$F_{ολ} = ma \quad (1)$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  της δύναμης  $F$  και η τριβή  $T$  (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος).

Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολx} = F_x - T \quad (2)$$

Την οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  την υπολογίζουμε με ανάλυση της  $F$  ως:

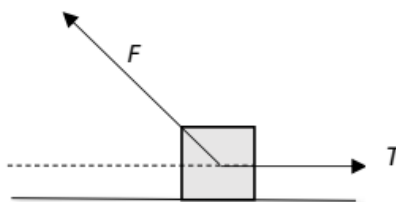
$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \quad (3)$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3) προκύπτει

$$ma = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - T$$

$$T = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - ma$$

Και ο σχεδιασμός της τριβής



Οπότε το έργο της τριβής είναι:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ = -(F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - ma) \cdot \Delta x$$

Δεδομένου ότι η κατεύθυνση της τριβής σχηματίζει γωνία  $180^\circ$  με την κατεύθυνση της μετατόπισης.

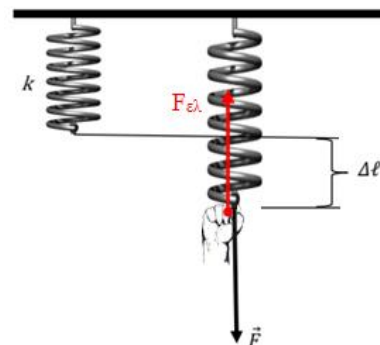
### Θέμα 13615 (2.1)

#### Σχόλια

1) Στην απάντησή του ο συγγραφέας θεωρεί ότι οι δυνάμεις  $\vec{F}$ ,  $\vec{F}_{ελ}$  ασκούνται στο ελατήριο και εφαρμόζει τον 1ο νόμο του Newton. Αυτό είναι λάθος!

Η δύναμη  $\vec{F}$  ασκείται από τον άνθρωπο στο ελατήριο ενώ η δύναμη  $\vec{F}_{ελ}$  ασκείται από το ελατήριο στον άνθρωπο. Οι δύο δυνάμεις έχουν σχέση δράσης - αντίδρασης, γι' αυτό τελικά ισχύει:  $F = F_{ελ} = k \cdot x$ .

2) Στο διάγραμμα ο άξονας των τετμημένων συμβολίζεται με  $x$  και όχι με  $\Delta x$ .



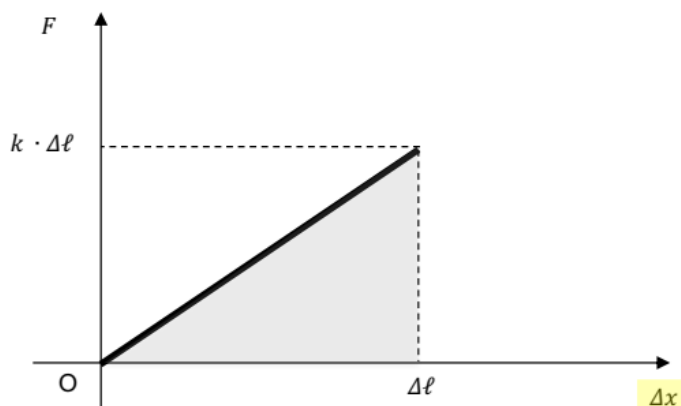
A. γ)

Μονάδες 4

B. Αφού το άκρο του ελατηρίου κινείται με σταθερή ταχύτητα, συμπεραίνουμε ότι ισχύει ο 1ος Νόμος του Newton:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή} \quad F - F_{ελ} = 0 \quad \text{ή} \quad F = F_{ελ} \quad \text{ή} \quad F = k \cdot \Delta x$$

Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται με την μετατόπιση, συνεπώς δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της αλγεβρικά. Μπορούμε όμως να το υπολογίσουμε γραφικά, με βάση την γραφική παράσταση που ακολουθεί, αφού ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδό:



### Θέμα 13769 (2.1)

**Σχόλιο:** Η εκφώνηση λέει στην αρχή: «Ο αστροναύτης . . . ρίχνει ένα σφυρί (δηλαδή το εκτοξεύει), ενώ στη συνέχεια αναφέρεται στο νόμο της ελεύθερης πτώσης!

Η σχέση  $\vec{g}_Γ = 6 \cdot \vec{g}_Σ$  είναι λάθος, γιατί υποδηλώνει ότι τα διανύσματα της επιτάχυνσης  $\vec{g}_Γ$  στην επιφάνεια της Γης και της επιτάχυνσης  $\vec{g}_Σ$  στην επιφάνεια της Σελήνης έχουν την ίδια κατεύθυνση, πράγμα το οποίο δεν ισχύει γενικά.

Η εκφώνηση έπρεπε να δίνει τη σχέση των μέτρων των επιταχύνσεων  $g_Γ = 6 \cdot g_Σ$ .

**Θέμα 13106 (B2)**

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας παρέλειψε τον υπολογισμό της δυναμικής ενέργειας στη θέση Γ.

**B2****A)**

Θέση	$U$ (J)	$K$ (J)	$E_{MHX}$ (J)
<b>A</b>	<b>100</b>	<b>0</b>	<b>100</b>
<b>B</b>	80	20	<b>100</b>
<b>Γ</b>	<b>60</b>	40	<b>100</b>
<b>Δ</b>	0	<b>100</b>	<b>100</b>

**B)** Επειδή το σφαιρίδιο κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του, δηλαδή εκτελεί ελεύθερη πτώση, ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

Από τη θέση B βρίσκουμε  $E_{MHX}^B = U_B + K_B = 100$  J

Άρα σε κάθε θέση θα είναι  $E_{MHX}^A = E_{MHX}^B = E_{MHX}^Γ = E_{MHX}^Δ = 100$  J  
όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη του πίνακα, μετά την συμπλήρωσή του.

Στη θέση A το σφαιρίδιο «αφήνεται», δηλαδή δεν έχει ταχύτητα, άρα  $K_A = 0$ ,  
οπότε  $U_A = E_{MHX}^A = 100$  J

Στη θέση Δ δίνεται μηδέν η δυναμική ενέργεια, που σημαίνει ότι έχει θεωρηθεί ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική βαρυτική ενέργεια, το οριζόντιο έδαφος, στο οποίο καταλήγει πέφτοντας το σφαιρίδιο.

Οπότε  $K_Δ = E_{MHX}^Δ = 100$  J

**Θέμα 13271 (B1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο έδαφος.

**Θέμα 13269 (2.2)**

Σχόλια :

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

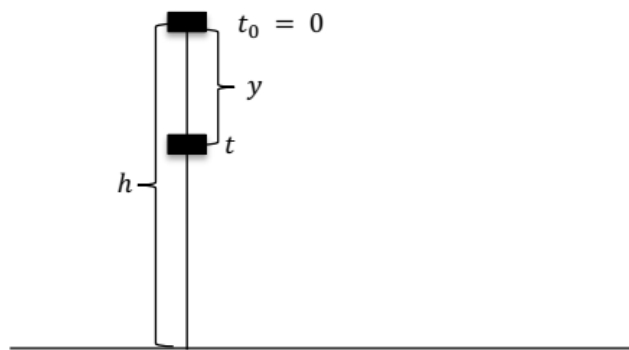
α) η σχέση  $U = mg \left( h - \frac{1}{2} g t^2 \right)$  ισχύει για  $0 \leq t \leq \sqrt{\frac{2h}{g}}$ .

Για  $t > \sqrt{\frac{2h}{g}}$ , η δυναμική ενέργεια είναι  $U = 0$ .

β) το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο έδαφος.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας υπολογίζει τη δυναμική ενέργεια χωρίς να ορίσει το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

**B.**



Το σημειακό αντικείμενο εκτελεί ελεύθερη πτώση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Έτσι, τη χρονική στιγμή  $t$  το σημειακό αντικείμενο έχει μετατοπιστεί κατά  $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ , οπότε η γήινη βαρυτική δυναμική ενέργειά του είναι:

$$U = m \cdot g \cdot (h - y) = m \cdot g \cdot \left( h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right)$$

**Μονάδες 9**

**Θέμα 14841 (2.2)**

Σχόλιο

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **η αρχική ταχύτητα είναι κατακόρυφη**.

Αν η αρχική ταχύτητα δεν είναι κατακόρυφη, τότε στο ψηλότερο σημείο δεν μηδενίζεται η κινητική ενέργεια ( $K_{\min} \neq 0$ ) και τα διαγράμματα διαφοροποιούνται.

## Θέμα 13571 (2.2)

### Σχόλια :

1) Στην εκφώνηση δίνεται ότι το  $h$  είναι το αρχικό ύψος του κύβου από το οριζόντιο δάπεδο.

Στα διαγράμματα όμως το  $h$  είναι η μεταβλητή κατακόρυφη απόσταση του κύβου από το δάπεδο!

Αυτό δημιουργεί σύγχυση στον αναγνώστη. Θα έπρεπε τα διαγράμματα να απεικονίζουν τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας  $K$  σε συνάρτηση με την κατακόρυφη απόσταση  $y$  από το δάπεδο (και όχι με το ύψος  $h$ ), όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας (χωρίς να σχεδιάσει το σχήμα) καταλήγει στη σχέση :  $K_{\text{τελ}} = mgy$ . Με βάση τη σχέση αυτή, για  $y = 0$  είναι :  $K = 0$ , δηλαδή η κινητική ενέργεια του κύβου μηδενίζεται στη βάση του επιπέδου!

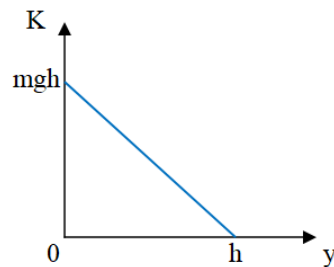
Επομένως, το σωστό διάγραμμα θα ήταν το β) και όχι το α).

**Η απάντηση του συγγραφέα είναι λανθασμένη!**

Η σωστή σχέση είναι :  $K = mgh - mgy$ . (1)

Για  $y = h \xrightarrow{(1)} K = 0$ .

Για  $y = 0 \xrightarrow{(1)} K = mgh = \text{μέγιστη}$ .



### 2.2) Σωστή απάντηση: (α)

Εφόσον ο κύβος κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους, από το Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} = m \cdot g \cdot y, \text{ όπου } 0 \leq y \leq h$$

Η κινητική ενέργεια μεταβάλλεται συναρτήσει του ύψους. Συνεπώς στο διάγραμμα (α) φαίνεται ότι ο κύβος έχει τη μέγιστη κινητική ενέργεια όταν είναι σε ύψος (0 m) και στο μέγιστο ύψος (h) έχει μηδενική κινητική ενέργεια (ξεκινάει με μηδενική αρχική ταχύτητα).

## Θέμα 14845 (2.2)

### Σχόλια :

1) Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά το ρυθμό με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια από το πεδίο βαρύτητας στον αλεξιπτωτιστή και τον αέρα.

2) Η διατύπωση «η ενέργεια που μεταφέρεται από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα» δεν είναι σωστή.

Στη διάρκεια της πτώσης η βαρυτική δυναμική ενέργεια μειώνεται, άρα μεταφέρεται ενέργεια από το πεδίο βαρύτητας στον αλεξιπτωτιστή. Αφού η κινητική ενέργεια του αλεξιπτωτιστή είναι σταθερή, άρα η βαρυτική δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια (μέσω του έργου της αντίστασης). Η θερμική ενέργεια κατανέμεται στο σύστημα αλεξιπτωτιστής – αλεξίπτωτο και στον αέρα και όχι αποκλειστικά στον αέρα (ο αλεξιπτωτιστής και ο εξοπλισμός του θερμαίνονται εξαιτίας της τριβής με τον αέρα).

3) Η εκφώνηση δεν αναφέρει αν πρέπει να ληφθεί υπ' όψη η άνοση που δέχεται ο αλεξιπτωτιστής.

## Θέμα 13576 (2.2)

### Σχόλια

- 1) Οι διατυπώσεις « . . . ολισθαίνει από τη βάση προς την κορυφή . . . », « . . . ξεκινάει με αρχική ταχύτητα  $v$  . . . » είναι ασαφείς.  
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : « . . . ο κύβος εκτοξεύεται από τη βάση προς την κορυφή του επιπέδου με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v$  . . . ».
- 2) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι δεν ασκείται στον κύβο εξωτερική δύναμη  $\vec{F}$ .

## Θέμα 14844 (2.2)

### Σχόλια :

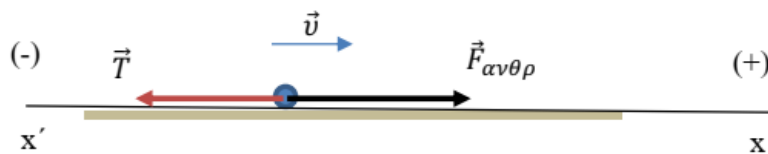
- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η δύναμη  $\vec{F}$  είναι οριζόντια και σταθερή.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) γράφει : Ρυθμός =  $P_F$ , αντί για τη σχέση  $\frac{\Delta W_F}{\Delta t} = P_F$ .
  - β) δεν σχεδιάζει τις δυνάμεις στον κατακόρυφο άξονα ούτε εφαρμόζει τη συνθήκη ισορροπίας.  
Στη συνέχεια γράφει τη σχέση  $T = \mu mg$ , χωρίς να έχει εφαρμόσει το νόμο της τριβής.

### 2.2B

#### ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Ο ρυθμός που μεταφέρεται ενέργεια από τον άνθρωπο στο κιβώτιο είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης που ασκεί ο άνθρωπος στο κιβώτιο δηλαδή Ρυθμός =  $P_F$ .

Σχεδιάζω τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο στον άξονα της κίνησης ( $x'$ ), υπολογίζω τη συνισταμένη των δυνάμεων και εφαρμόζω τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα.



$$\Sigma F_x = F_{\text{ανθρ}} - T \quad \text{ή} \quad 0 = F_{\text{ανθρ}} - T \quad \text{ή} \quad F_{\text{ανθρ}} = T$$

Επειδή το μέτρο της δύναμης της τριβής είναι σταθερό ( $T = \mu \cdot m \cdot g$ ) και το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άνθρωπος θα είναι σταθερό.

Συνεπώς  $P_F = F_{\text{ανθρ}} \cdot v = \text{σταθ.}$

Δηλαδή σωστή απάντηση η (α).

## ΘΕΜΑΤΑ Δ

### Θέμα 11617

**Σχόλια :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) Δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στα δύο χρονικά διαστήματα κίνησης, τις επιταχύνσεις, τις μετατοπίσεις και τις ταχύτητες στις χαρακτηριστικές θέσεις.

2) Στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> χρησιμοποιεί τη σχέση  $T = \mu mg$  χωρίς να την αποδείξει.

**Η σχέση αυτή δεν είναι γνωστή από τη θεωρία και δεν ισχύει σε κάθε περίπτωση.**

3) Στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> γράφει «το σώμα εκτελεί μια ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση . . . με επιτάχυνση  $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$ » ενώ η σωστή διατύπωση είναι : το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη **ομαλά** επιβραδυνόμενη κίνηση . . . με επιβράδυνση **μέτρου**  $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$ .

#### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Η τριβή ολίσθησης υπολογίζεται από τη μαθηματική σχέση:

$$T = \mu m g \quad \text{ή} \quad T = 10 \text{ N}$$

**Δ2)** Το έργο της δύναμης  $F$  υπολογίζεται από τον τύπο:

$$W_F = F \Delta x_1 \quad (1)$$

Θα πρέπει να υπολογίσουμε τη μετατόπιση του σώματος για το χρόνο που ασκείται η δύναμη  $F$ .

Από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F = F - T = ma$$

προκύπτει ότι το σώμα θα κινηθεί προς την κατεύθυνση της  $F$  με επιτάχυνση  $a_1 = 10 \text{ m/s}^2$ .

Συνεπώς η μετατόπιση του σώματος θα είναι:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t^2 = 45 \text{ m}$$

Άρα από την (1) προκύπτει ότι το έργο της  $F$  θα είναι

$$W_F = 1350 \text{ J.}$$

**Δ3)** Όταν παύει να ασκείται η δύναμη  $F$  ( $t_1 = 3 \text{ s}$ ,  $v_0 = a_1 t_1 = 30 \text{ m/s}$ ) το σώμα εκτελεί μια ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση, υπό την επίδραση της τριβής ολίσθησης. Ο 2<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα μας δίνει τη νέα επιτάχυνση  $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$ , που έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα του σώματος.

$$v = v_0 - a_2 \Delta t$$

Το σώμα θα κινηθεί για  $\Delta t = 6 \text{ s}$  μέχρι να σταματήσει. Συνολικός χρόνος κίνησης  $9 \text{ s}$ .

## Θέμα 11623

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) Δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στα δύο χρονικά διαστήματα κίνησης, τις επιταχύνσεις, τις μετατοπίσεις και τις ταχύτητες στις χαρακτηριστικές θέσεις.

2) Χρησιμοποιεί τη σχέση  $T = \mu mg$  χωρίς να την αποδείξει.

**Η σχέση αυτή δεν είναι γνωστή από τη θεωρία και δεν ισχύει σε κάθε περίπτωση.**

3) Στην επιβραδυνόμενη κίνηση γράφει τις εξισώσεις :  $v = v_0 - at$  ,  $\Delta x_2 = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$ .

Οι σωστές σχέσεις είναι :  $v_{\text{τελ}} = v - a \cdot \Delta t_2$  ,  $\Delta x_2 = v (\Delta t_2) - \frac{1}{2} a (\Delta t_2)^2$  , (με  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ ).

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Το κιβώτιο Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και από τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε :

$$\Sigma F = 0.$$

Άρα η δύναμη  $F$  είναι ίση κατά μέτρο με την τριβή ολίσθησης που εμφανίζεται μεταξύ κιβωτίου και δρόμου.

$$T = \mu m g.$$

Οπότε και  $F = 2N$

**Δ2)** Το κιβώτιο για το χρονικό διάστημα από  $t = 0$  s μέχρι  $t_1 = 5$  s κινείται με σταθερή ταχύτητα οπότε μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_1 = 50$  m. Άρα το έργο της δύναμης  $F$  υπολογίζεται από τον τύπο:

$$W_F = F \Delta x_1$$

και υπολογίζεται

$$W_F = 100 \text{ J.}$$

**Δ3)** Όταν παύσει να ασκείται η δύναμη  $F$ , το κιβώτιο θα κινηθεί ευθύγραμμα υπό την επίδραση της τριβής ολίσθησης, μέχρι να ακινητοποιηθεί.

Με βάση το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα  $\Sigma F = ma$ , η επιβράδυνση που θα έχει το σώμα τότε θα είναι

$$a = 2 \text{ m/s}^2.$$

Η εξίσωση της ταχύτητας για την επιβραδυνόμενη αυτή κίνηση θα είναι:

$$v = v_0 - at.$$

και τελικά ο χρόνος κίνησης για το διάστημα από  $t_1$  μέχρι να ακινητοποιηθεί υπολογίζεται σε 5s.

Άρα κάνει δύο κινήσεις:

1<sup>η</sup> ΚΙΝΗΣΗ: αρχικά Ε.Ο.Κ. για 5s (όπου μετατοπίζεται κατά 50 m) και

2<sup>η</sup> ΚΙΝΗΣΗ: στη συνέχεια επιβραδυνόμενη κίνηση για άλλα 5s.

Η μετατόπιση σε αυτό το χρόνο προκύπτει:

$$\Delta x_2 = v_0 t - \frac{1}{2} at^2 = 25 \text{ m.}$$

Άρα η συνολική μετατόπιση για όσο κινείται το κιβώτιο είναι: 75 m.

## Θέμα 11632

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας αναφέρει ότι «η μέση ταχύτητα μιας μεταβαλλόμενης κίνησης προκύπτει από το πηλίκο της συνολικής μετατόπισης του σώματος, προς το χρονικό διάστημα που κινήθηκε».

Και στη συνέχεια γράφει τη σχέση :

$$v_{\mu} = \frac{(Εμβαδό \text{ τραπεζίου})+(Εμβαδό \text{ παραλληλογράμου})+(Εμβαδό \text{ Τριγώνου})}{8 \text{ s}}$$

Σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο (σελ. 48), η μέση ταχύτητα είναι ίση με το πηλίκο του διαστήματος που διάνυσε το κινητό προς την αντίστοιχη χρονική διάρκεια ( $v_{\mu} = \frac{S}{t}$ ).

**Δ4)** Η μέση ταχύτητα μιας μεταβαλλόμενης κίνησης προκύπτει από το πηλίκο της συνολικής μετατόπισης του σώματος, προς το χρονικό διάστημα που κινήθηκε.

Το χρονικό διάστημα (σύμφωνα με το διάγραμμα) είναι 8 s.

Και η συνολική μετατόπιση προκύπτει από το εμβαδό που περικλείει η γραφική παράσταση της μεταβαλλόμενης κίνησης.

Το εμβαδό αυτό μπορεί να υπολογιστεί για τρία επιμέρους σχήματα στα χρονικά διαστήματα 0→2 s, 2→6 s και 6→8 s.

Άρα 
$$v_{\mu} = \frac{(Εμβαδό \text{ τραπεζίου})+(Εμβαδό \text{ παραλληλογράμου})+(Εμβαδό \text{ Τριγώνου})}{8 \text{ s}}$$

$$v_{\mu} = 6,5 \text{ m / s}$$

## Θέμα 11633

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, την επιτάχυνση και την ταχύτητα.
- 2) στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> χρησιμοποιεί τη σχέση  $T = \mu mg$  χωρίς να την αποδείξει.

**Η σχέση αυτή δεν είναι γνωστή από τη θεωρία και δεν ισχύει σε κάθε περίπτωση.**

- 3) στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> γράφει «η επιτάχυνση . . . είναι  $a = 2 \text{ m/s}^2$ », ενώ το σωστό είναι : η επιτάχυνση έχει μέτρο  $a = 2 \text{ m/s}^2$ .

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Η τριβή ολίσθησης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T = \mu m g \quad \acute{\eta} \quad T = 0,4 \text{ N}$$

**Δ2)** Σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα είναι

$$a = 2 \text{ m / s}^2$$

με φορά αντίθετη προς τη φορά της κίνησης.

## Θέμα 11634

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν τεκμηριώνει επαρκώς το είδος της κίνησης στο 1ο και στο 3ο χρονικό διάστημα.

Το επιχείρημα «σταθερή επιτάχυνση» δεν αρκεί για να δικαιολογήσει ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη, αλλά πρέπει να αναφέρει και την αρχική ταχύτητα.

2) στο Δ3 γράφει «το συνολικό διάστημα θα είναι το άθροισμα των μετατοπίσεων».

Η σωστή διατύπωση είναι : το συνολικό διάστημα είναι το άθροισμα των μέτρων των μετατοπίσεων ( $s_{1,2} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2|$  ).

Στη συνέχεια γράφει τη σχέση :  $x = \frac{1}{2}at_1^2 + vt_2$ . Αυτό είναι λάθος!

Η χρονική διάρκεια της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης είναι  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$  (με  $t_2 = 10$  s και  $t_1 = 5$  s) και

όχι  $t_2$ . Η σωστή σχέση είναι :  $s_{1,2} = \frac{1}{2}at_1^2 + v(t_2 - t_1)$ .

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** α) χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 5$  s,

Σταθερή δύναμη άρα και σταθερή επιτάχυνση, οπότε έχουμε μια ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

Επιτάχυνση με θετική τιμή, άρα ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

β) χρονικό διάστημα  $5 \rightarrow 10$  s,

Μηδενική δύναμη, άρα μηδενική επιτάχυνση, άρα σταθερή ταχύτητα.

Το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

γ) χρονικό διάστημα  $10 \rightarrow 15$  s,

Παρόμοια με το (α) αλλά με αρνητική επιτάχυνση, άρα ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

**Δ2)** Με βάση το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F = ma$$

η επιτάχυνση του σώματος για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 5$  s είναι

$$a_1 = 10 \text{ m/s}^2.$$

Άρα η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s θα είναι

$$v = a_1 \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad v = 50 \text{ m/s}$$

**Δ3)** Το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 10$  s το σώμα κάνει δύο κινήσεις, άρα το συνολικό διάστημα που θα διανύσει θα είναι το άθροισμα των μετατοπίσεων κατά τη διάρκεια των δύο κινήσεων.

$$x = \frac{1}{2}at_1^2 + vt_2 \quad \text{ή} \quad x = 375 \text{ m}$$

## Θέμα 11639

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στα δύο χρονικά διαστήματα κίνησης, την επιτάχυνση, τις μετατοπίσεις και τις ταχύτητες στις χαρακτηριστικές θέσεις.
- 2) στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> δεν εφαρμόζει τη συνθήκη ισορροπίας στον άξονα y, ούτε το νόμο της τριβής ολίσθησης. Επίσης, δεν γράφει τον 2ο νόμο του Newton και υπολογίζει το μέτρο της επιτάχυνσης από την ισότητα  $\mu mg = ma$ , χωρίς να εξηγήσει πως κατέληξε σε αυτή τη σχέση.
- 3) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> γράφει «συνεπώς αναζητούμε τη μετατόπιση του σώματος το χρονικό διάστημα μεταξύ 3ου και 4ου s». Το 3ο s και το 4ο s είναι χρονικά διαστήματα και όχι χρονικές στιγμές. Το σωστό είναι : «συνεπώς αναζητούμε τη μετατόπιση από τη χρονική στιγμή 3 s μέχρι τη χρονική στιγμή 4 s».

### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το σώμα ολισθαίνει προς τα δεξιά ενώ ασκείται πάνω του η δύναμη της τριβής με φορά προς τα αριστερά.

Από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα είναι:

$$\mu m g = m a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2},$$

με φορά αντίθετη προς την ταχύτητα του σώματος.

Δ2) Το σώμα κινείται ευθύγραμμα με την επιβράδυνση που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα. Μετά από χρόνο  $t_1$  η ταχύτητα θα είναι:

$$v = v_0 - a t_1 \quad \text{ή} \quad v = 10 \text{ m/s}$$

Δ3) Με βάση τον προηγούμενο τύπο θέτοντας  $v=0$  μπορούμε να υπολογίσουμε ότι το σώμα θα ακινητοποιηθεί μετά από 4 s από τη χρονική στιγμή  $t_0$ .

Ενώ η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 3 \text{ s}$  είναι  $5 \text{ m/s}$ .

Συνεπώς αναζητούμε τη μετατόπιση του σώματος το χρονικό διάστημα μεταξύ 3<sup>ου</sup> και 4<sup>ου</sup> s.

Ένας από τους τρόπους που μπορούμε να υπολογίσουμε αυτή τη μετατόπιση είναι το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου για το πιο πάνω χρονικό διάστημα.

$$\Delta K = K_4 - K_3 \quad \text{ή} \quad \Delta K = -T \Delta x_{3-4} \Rightarrow \Delta x_{3-4} = 2,5 \text{ m}$$

Δ4) Πάλι με βάση το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου, συνολικά για όλη την κίνηση, προκύπτει:

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta K = W_T \quad \text{ή} \quad W_T = -400 \text{ J}$$

## Θέμα 11640

### Σχόλια :

- 1) Η διατύπωση «Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ που προσφέρθηκε στο σώμα μέσω της δύναμης  $\vec{F}$ » δεν είναι σωστή.  
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να υπολογίσετε τον μέσο ρυθμό προσφοράς ενέργειας στο σώμα μέσω της δύναμης  $\vec{F}$ ».
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
- α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα,
  - β) δεν εφαρμόζει τη συνθήκη ισορροπίας στον άξονα  $y$ ,
  - γ) δεν εφαρμόζει το νόμο της τριβής ολίσθησης ούτε υπολογίζει το μέτρο της τριβής,
  - δ) δεν γράφει τον 2ο νόμο του Newton ώστε να υπολογίσει το μέτρο της επιτάχυνσης.

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Το σώμα ξεκινά να κινείται, ενώ στον οριζόντιο άξονα του ασκούνται δύο δυνάμεις:

η δύναμη  $F$  και η τριβή.

Η συνισταμένη δύναμη

$$\Sigma F = F - T \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 30 \text{ N.}$$

Σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση

$$a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Δ4)** Η ισχύς που προσφέρθηκε στο σώμα υπολογίζεται ως το πηλίκο του έργου που προσφέρεται προς το χρονικό διάστημα που προσφέρεται:

$$P = \frac{W_F}{t} \quad \text{ή} \quad P = 300 \text{ W}$$

## Θέμα 11642

### Σχόλια

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα Δ<sub>2</sub>, αναφέρει λανθασμένη τιμή για τη σταθερή ταχύτητα υ<sub>1</sub> (η σωστή τιμή είναι υ<sub>1</sub> = 20 m/s). Στη συνέχεια γράφει λανθασμένα την εξίσωση της ταχύτητας στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Η σωστή σχέση είναι : υ = 20 - 4(t - 5) ή υ = 40 - 4t. (S.I.).

Επίσης, στο διάγραμμα υ - t δεν έχει σημειώσει τις χρονικές στιγμές t<sub>0</sub> = 0, t<sub>1</sub> = 5 s και t<sub>2</sub> = 10 s.

### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Για την ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση ισχύει:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-20}{5} = -4\text{m/s}^2, \text{ άρα το μέτρο της επιβράδυνσης είναι } 4\text{m/s}^2.$$

Δ2) Από την εξίσωση του διαστήματος στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια παρατήρησης Δt<sub>1</sub> αυτής της κίνησης από το μαθητή:

$$S_1 = v \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = 5\text{s},$$

Οπότε το σώμα ξεκινά να επιβραδύνεται την χρονική στιγμή t<sub>1</sub> με:

$$\Delta t_1 = (t_1 - 0) = t_1 = 5\text{s}$$

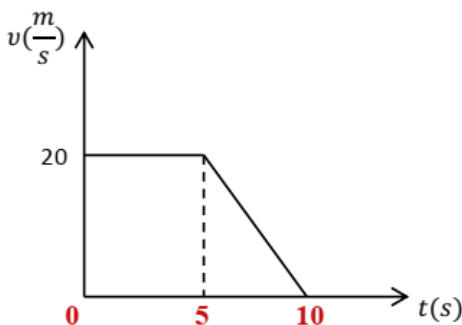
και σταματά την χρονική στιγμή t<sub>2</sub> με:

$$\Delta t = (t_2 - t_1) \text{ ή } t_2 = 10\text{ s}.$$

Για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει:

$$v = \overset{20}{\cancel{10}} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ για } 0 \leq t \leq 5\text{s} \quad \text{και} \quad v = 20 - 4(t - 5) \text{ ή } v = 40 - 4t \text{ (S.I.)}$$
$$v = 10 - 4t \text{ για } 5\text{s} \leq t \leq 10\text{s},$$

Από τα οποία προκύπτει η ζητούμενη γραφική παράσταση:



## Θέμα 11660

### Σχόλι :

Η διατύπωση «η θερμότητα που μεταφέρεται» δεν είναι ακριβής.

Μέσω του έργου της τριβής μεταφέρεται ενέργεια στο περιβάλλον, με αποτέλεσμα την αύξηση της θερμοκρασίας των επιφανειών επαφής και του περιβάλλοντος.

Η ενέργεια αυτή είναι θερμική ενέργεια και όχι θερμότητα.

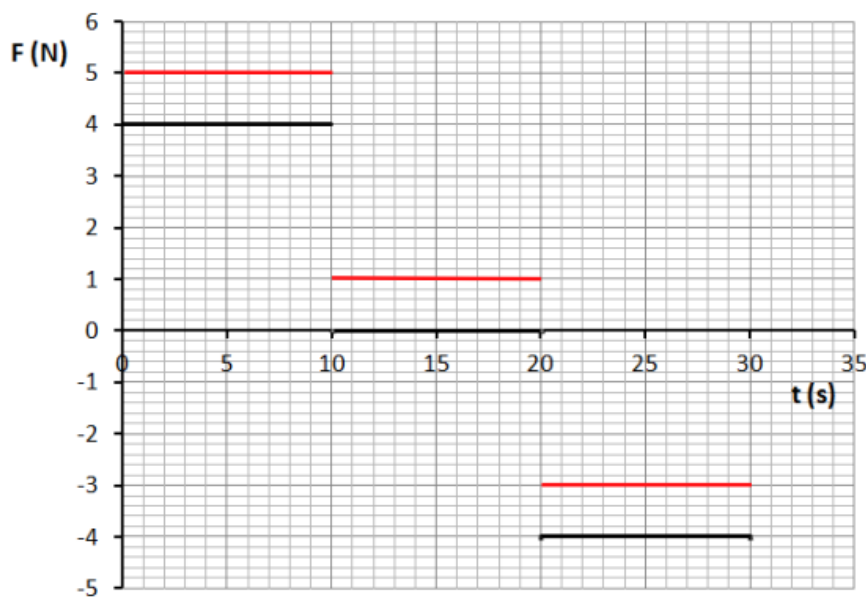
## Θέμα 11662

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) υπολογίζει το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  στο ερώτημα  $\Delta_3$  χωρίς προηγουμένως να έχει υπολογίσει το μέτρο της τριβής. Ο υπολογισμός του μέτρου της τριβής έπρεπε να γίνει στο  $\Delta_3$  και όχι στο  $\Delta_4$ .

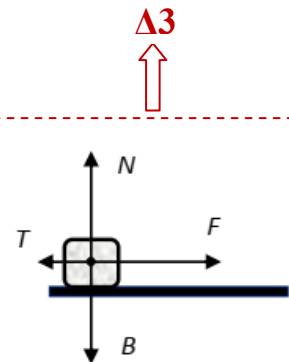
2) σχεδιάζει το διάγραμμα της αλγεβρικής τιμής της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma\vec{F}$  και όχι της δύναμης  $\vec{F}$ . Το σωστό διάγραμμα έχει σχεδιαστεί με κόκκινο χρώμα.

$\Delta_3$ ) Χρονικό διάστημα  $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$ :  $F-T = m\alpha_1$  ή  $F_1 = 5\text{ N}$   
 Χρονικό διάστημα  $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$ :  $F-T = 0\text{ N}$  ή  $F_2 = 1\text{ N}$   
 Χρονικό διάστημα  $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$ :  $F-T = m\alpha_3$  ή  $F_1 = -3\text{ N}$



$\Delta_4$ ) Το εμβαδόν του τραπεζιού που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων  $v$ ,  $t$  είναι ίσο με τη μετατόπιση του οχήματος.

Επομένως:  $\Delta x = \frac{30+10}{2} \cdot 40$  (SI) ή  $\Delta x = 800\text{ m}$



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\text{και } \Sigma F_y = 0 \text{ ή } N = B \quad (1)$$

$$\text{Αλλά } T = \mu \cdot N \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T = \mu \cdot B \text{ ή } T = \mu \cdot m \cdot g \text{ ή } T = 1\text{ N}$$

Το έργο της δύναμης  $T$  είναι:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \cos \varphi \text{ ή } W_T = 1 \cdot 800 \cdot (-1) \text{ ή } W_T = -800\text{ J}$$

## Θέμα 11664

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> έχει σχεδιάσει το διάγραμμα της ταχύτητας χωρίς να γράψει την εξίσωση της ταχύτητας και να υπολογίσει το μέτρο της τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s.

2) στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> γράφει «ενέργεια από το σώμα μετατρέπεται σε θερμότητα μέσω του έργου της τριβής». Μέσω του έργου της τριβής μεταφέρεται ενέργεια στο περιβάλλον και μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια (και όχι θερμότητα).

Δ1) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s έως τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s.

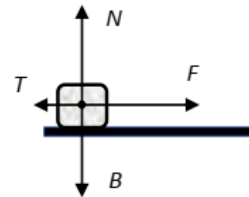
Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma \quad \text{ή} \quad F - T = ma \quad (1)$$

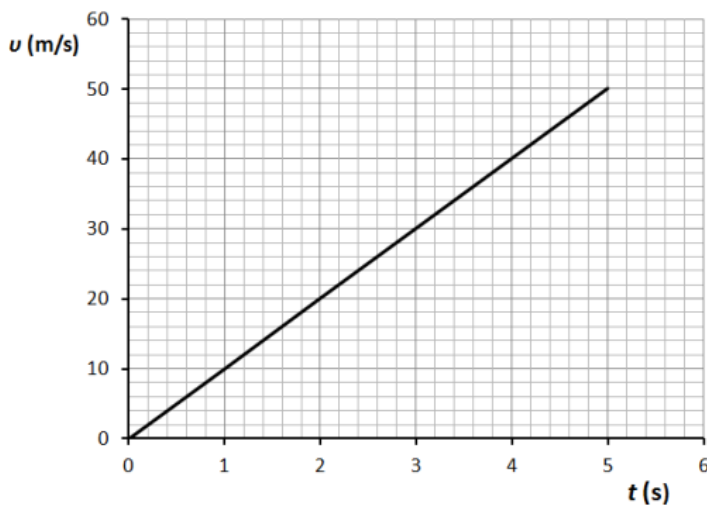
$$\text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad (2)$$

$$\text{Αλλά } T = \mu N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu B \quad \text{ή} \quad T = \mu mg \quad \text{ή} \quad T = 1 \text{ N} \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά  $a = 10 \frac{m}{s^2}$



Δ2)



Δ3) Από το προηγούμενο διάγραμμα η μετατόπιση του σώματος είναι:

$$\Delta x = \frac{50 \cdot 5}{2} = 125 \text{ m.}$$

Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  είναι:

$$W_F = F \cdot \Delta x = 625 \text{ J.}$$

Δ4) Ενέργεια από το σώμα μετατρέπεται σε θερμότητα μέσω του έργου της τριβής.

$$\text{Επομένως} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{|W_T|}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{|-1 \cdot 125|}{5} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 25 \frac{J}{s}$$

## Θέμα 11668

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> δεν βάζει το πρόσημο (-) στο έργο της συνισταμένης δύναμης!

### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Για τη ταχύτητα του αυτοκινήτου ισχύει

$$v = v_0 - \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = v_0 - \alpha \cdot t_1 \Rightarrow \alpha = \frac{v_0}{t_1} \text{ και τελικά } \alpha = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$\left( v_0 = 72 \frac{Km}{h} = 72 \frac{1000 m}{3600 s} = 20 \frac{m}{s} \right)$$

Δ2) Από τη σχέση  $v = v_0 - \alpha \cdot \Delta t$  για  $\Delta t = 2s$  έχουμε  $v = 10 \frac{m}{s}$  και

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ ή } K = 50.000 \text{ J}$$

Δ3) Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης είναι:

$$\Sigma F = m \cdot a \text{ ή } F = 5.000 \text{ N}$$

Δ4) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη συνολική μετατόπιση του σώματος και στις δύο περιπτώσεις έχουμε:

$$K_{\text{τελικη}} - K_{\text{αρχικη}} = \Sigma W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}mv^2 = F \cdot S \quad (1)$$

$$K'_{\text{τελικη}} - K'_{\text{αρχικη}} = \Sigma W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}mv'^2 = F \cdot S' \quad (2)$$

## Θέμα 11669

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> εφαρμόζει τον 2ο νόμο του Newton για σύστημα σωμάτων.

Η έννοια του συστήματος σωμάτων δεν έχει διδαχθεί στην Α' Λυκείου.

2) Στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> γράφει : «Το σύστημα των σωμάτων εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση». Η διατύπωση είναι λανθασμένη.

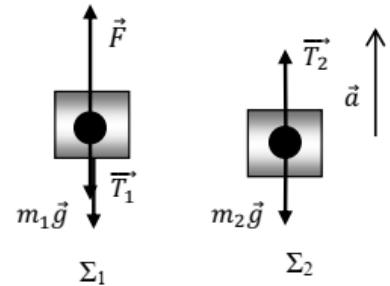
Κάθε σώμα (όχι το σύστημα) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Δ1) Επειδή τα σώματα συνδέονται με μη εκτατό και τεντωμένο νήμα έχουν την ίδια επιτάχυνση  $\vec{a}$ .

Εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton για κάθε σώμα ξεχωριστά θεωρώντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης.

$$\Sigma_1: F - m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a \quad (1)$$

$$\Sigma_2: T_2 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \quad (2)$$



Δ2) Επειδή τα σώματα συνδέονται με αβαρές και τεντωμένο νήμα ισχύει:

$$T_1 = T_2 \text{ (μέτρα).}$$

Εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton για το σύστημα των δύο σωμάτων θεωρώντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$F - m_1 \cdot g - T_1 + T_2 - m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \quad \text{ή} \quad 90 - 40 - 20 = 6a \quad \text{ή} \quad \boxed{a = 5 \frac{m}{s^2}}$$

Δ3)

$$W_{ολ} = W_{w_1} + W_{w_2} \quad \text{ή} \quad W_{ολ} = -m_1 \cdot g \cdot h - m_2 \cdot g \cdot h \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{ολ} = -600J}$$

Δ4) Το σύστημα των σωμάτων εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε το χρόνο κίνησης για μετατόπιση,  $\Delta y = h = 10m$ :

$$\Delta y = \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y}{a}} \quad \text{ή} \quad \boxed{t = 2s}$$

## Θέμα 11670

Σχόλιο : Στην απάντησή του στο Δ4 ο συγγραφέας γράφει : «ο κύβος περικλείει δυναμική ενέργεια». Η διατύπωση δεν είναι σωστή.

Η βαρυτική δυναμική ενέργεια ανήκει στο σύστημα σώμα – Γη και δεν «περικλείεται» από το σώμα.

Δ4) Τη χρονική στιγμή που ο κύβος απέχει  $y = 18 \text{ m}$  από το έδαφος περικλείει δυναμική ενέργεια ως προς αυτό:

$$U = mgy \quad \text{ή} \quad U = 720J,$$

## Θέμα 11671

### Σχόλιο

Στην απάντησή του στο ερώτημα Δ2 και για το χρονικό διάστημα  $t_1 \rightarrow t_2$  ο συγγραφέας γράφει λανθασμένη εξίσωση ταχύτητας – χρόνου !

Η σωστή εξίσωση είναι :  $v = 8 - 0,25(t - 4)$  ή  $v = 9 - 0,25t$ . (S.I.)

$t_1 \rightarrow t_2$ : Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_B$  και επιβράδυνση  $\vec{a}_2$ , που η τιμή της υπολογίζεται από την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας :

$$\Sigma F = m \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{-F_2}{m} \quad \text{ή} \quad a_2 = -0,25 \frac{m}{s^2}.$$

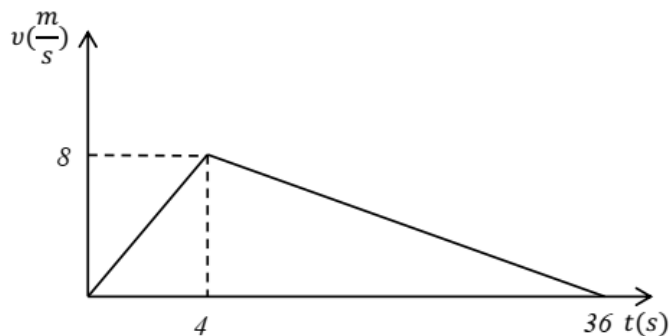
Από την εξίσωση της επιβράδυνσης μπορεί να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή  $t_2$ :

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{0 - v_B}{t_2 - t_1} \quad \text{ή} \quad t_2 - t_1 = \frac{-v_B}{a_2} = 32s \quad \text{ή} \quad t_2 = 36s$$

Οπότε για την εξίσωση της ταχύτητας ισχύει:

$$v = v_B + a_2 \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 8 - 0,25 \cdot t \quad (S.I.), \quad \text{για } 4s \leq t \leq 36s.$$

$$v = v_B + a_2 (t - t_1) \quad \text{ή} \quad v = 8 - 0,25(t - 4)$$



## Θέμα 11679

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα, τις επιταχύνσεις και τις αποστάσεις που διανύουν.

### Ενδεικτική λύση

Δ1) Στο συσσωμάτωμα ασκείται συνισταμένη δύναμη:

$$\Sigma F = F - B \text{ ή } F - (m_1 + m_2)g = 10 \text{ N,}$$

όπου  $\vec{B}$  είναι το βάρος του συσσωματώματος.

Από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε την επιτάχυνση:

$$a = \frac{\Sigma F}{m_1 + m_2} \quad \text{ή} \quad a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Δ2) Η χρονική στιγμή κατά την οποία αποκολλάται το  $\Sigma_2$  υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης

$$h = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{απ' όπου προκύπτει } t = 4 \text{ s.}$$

Δ3) Τη στιγμή της αποκόλλησης η ταχύτητα είναι κοινή για τα δύο σώματα και ίση με:

$$v = at = 8 \text{ m/s.}$$

Δ4) Όταν αποκολληθεί το σώμα  $\Sigma_2$ , το σώμα  $\Sigma_1$  συνεχίζει να κινείται με την επίδραση συνισταμένης δύναμης

$$\Sigma F' = F - B_1 = F - m_1 \cdot g = 30 \text{ N,}$$

όπου  $\vec{B}_1$  είναι το βάρος του  $\Sigma_1$ .

Η επιτάχυνση του  $\Sigma_1$  είναι :

$$a' = \frac{\Sigma F}{m_1} \quad \text{ή} \quad a' = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

## Θέμα 11680

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει.
  - 2) έχει σχεδιάσει το διάγραμμα της ταχύτητας στη χρονική διάρκεια  $0 \text{ s} \rightarrow 40 \text{ s}$ , ενώ η εκφώνηση ζητά το διάγραμμα για τη χρονική διάρκεια  $0 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$  και η χρονική στιγμή που σταματά το σώμα δεν είναι γνωστή στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> αλλά ζητείται στο ερώτημα Δ<sub>3</sub>.
- Επίσης, στο διάγραμμα  $v - t$ , τα διαστήματα σε κάθε άξονα είναι άνισα.

### Ενδεικτική λύση

Δ1) Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα, στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει:

$$\Sigma F_y = N - B = 0 \text{ ή } N = B \text{ ή } N = mg,$$

όπου  $\vec{B}$  είναι το βάρος του σώματος και  $\vec{N}$  η κάθετη αντίδραση του δαπέδου.

Το μέτρο της τριβής είναι

$$T = \mu mg = 10 \text{ N}.$$

Η τιμή της επιτάχυνσης είναι σταθερή και υπολογίζεται από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα:

$$a = \frac{F - T}{m}.$$

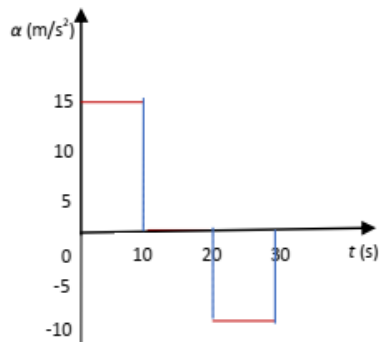
Οπότε

$$0 - 10 \text{ s: } a_1 = 15 \text{ m/s}^2$$

$$10 - 20 \text{ s: } a_2 = 0$$

$$20 - 30 \text{ s: } a_3 = -10 \text{ m/s}^2$$

Το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου θα είναι



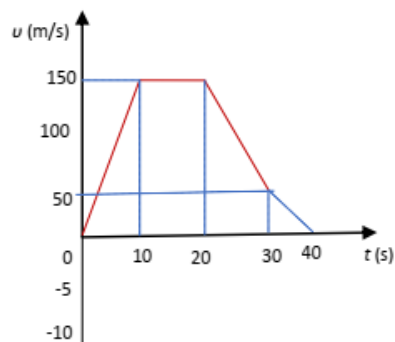
Δ2) Η ταχύτητα είναι:

$$t_1 = 10 \text{ s: } v_1 = a_1 \Delta t_1 = 150 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 10 \text{ s} - t_3 = 20 \text{ s: } v_2 = 150 \text{ m/s}$$

$$t_4 = 30 \text{ s: } v_3 = v_2 - |\alpha_3| \Delta t_3 = 50 \text{ m/s}$$

Το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου θα είναι:



## Θέμα 11681

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει.

2) δεν έχει σχεδιάσει το διάγραμμα συνισταμένης δύναμης – χρόνου, ενώ η εκφώνηση το ζητά στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> !

3) στα ερωτήματα Δ<sub>1</sub>, Δ<sub>2</sub> χρησιμοποιεί τη διατύπωση «μετά το 7ο δευτερόλεπτο». Το 7ο δευτερόλεπτο είναι χρονική διάρκεια και όχι χρονική στιγμή.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : μετά τη χρονική στιγμή  $t' = 7 \text{ s}$ ».

### Ενδεικτική λύση

Δ1) Το χρονικό διάστημα 0-5 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και έχει μέτρο:

$$\Sigma F = F_1 - F_2 = 20 \text{ N.}$$

Το χρονικό διάστημα 5-7 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και έχει μέτρο:

$$\Sigma F' = -F_2 = -10 \text{ N.}$$

τη χρονική στιγμή  $t' = 7 \text{ s}$

Μετά το ~~7<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο~~ η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν.

Εφαρμόζοντας το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα:

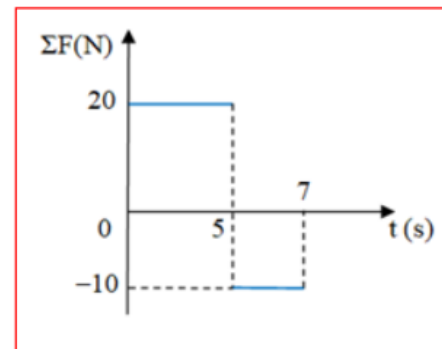
$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m}$$

βρίσκουμε ότι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$  η επιτάχυνση έχει τιμή

$$\alpha = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

και τη χρονική στιγμή  $t_2 = 6 \text{ s}$  η επιτάχυνση έχει τιμή

$$\alpha' = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



διάγραμμα  $\Sigma F - t$

Δ2) Τη χρονική στιγμή  $t = 5 \text{ s}$  το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$v = \alpha \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Τη χρονική στιγμή  $t' = 7 \text{ s}$  θα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$v' = v - |\alpha'| \cdot (t' - t) \quad \text{ή} \quad v' = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

τη χρονική στιγμή  $t' = 7 \text{ s}$

Μετά το ~~7<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο~~ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα. Επομένως τη χρονική στιγμή  $t_3 = 10 \text{ s}$  θα έχει κινητική ενέργεια:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v'^2 \quad \text{ή} \quad K = 1600 \text{ J.}$$

## Θέμα 11684

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει !

2) στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> χρησιμοποιεί τη σχέση  $\Delta x_2 = \frac{v_1^2}{2|a|}$  χωρίς προηγουμένως να την αποδείξει.

Η σχέση αυτή δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο και επομένως πρέπει να αποδειχτεί.

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της  $F$  και για την μετατόπιση  $\Delta x_1$ :

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow W_F = 3000 \text{ J.}$$

**Δ2)** Από το θεώρημα έργου – ενέργειας για την κίνηση του κιβωτίου από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή που σταματά να κινείται ισχύει ότι :

$$0 - 0 = W_F + W_T.$$

Το έργο της τριβής, για τη συνολική κίνηση, θα είναι ίσο με

$$W_T = T \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) \cdot \cos 180^\circ.$$

Το μέτρο της δύναμης της τριβής να δίνεται από τη σχέση:

$$T = \mu \cdot N.$$

Επειδή όμως το σώμα ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα  $y$  θα έχουμε ότι:

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g.$$

Άρα το έργο της τριβής θα δίνεται από τη σχέση

$$W_T = -\mu \cdot m \cdot g \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2).$$

Εισάγοντας την τελευταία σχέση για το έργο της τριβής, αλλά και το έργο της δύναμης  $F$  που υπολογίστηκε στο (Δ1) στην εξίσωση του θεωρήματος έργου-ενέργειας προκύπτει:

$$0 - 0 = 3600 - \mu \cdot m \cdot g \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) \Rightarrow \mu = 0,2.$$

**Δ3)** Μετά την κατάργηση της δύναμης  $F$  το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση εξαιτίας της τριβής. Από το 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα (θετική φορά αυτή της κίνησης) θα έχουμε:

$$-T = m \cdot a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

**Δ4)** Αν τη στιγμή που καταργείται η δύναμη  $F$  η ταχύτητα του κιβωτίου είναι ίση με  $v_1$ , τότε για την κίνηση που θα επακολουθήσει θα ισχύει ότι:

$$\Delta x_2 = x_{\text{stop}} = \frac{v_1^2}{2 \cdot |a|} \Rightarrow v_1 = \sqrt{40} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Αυτό σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια του κιβωτίου, τη στιγμή που παύει να δρα η δύναμη  $F$ , θα είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow K = 1000 \text{ J.}$$

## Θέμα 11688

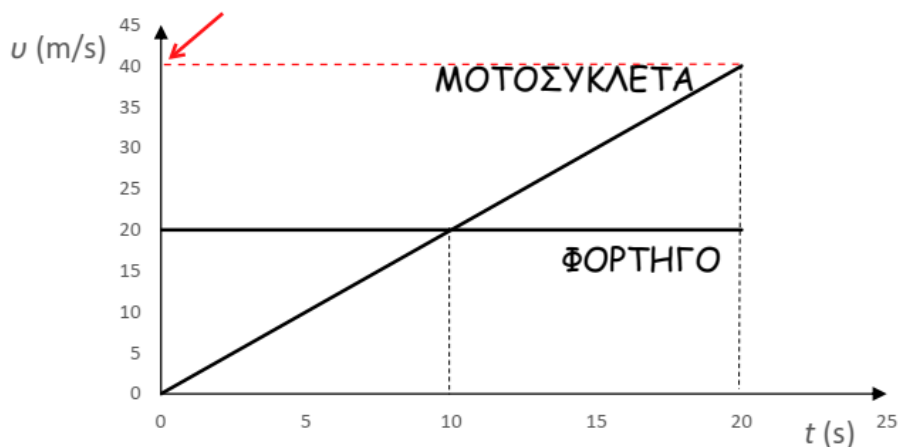
Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

## Θέμα 11689

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> σημειώνει στο διάγραμμα την τιμή της ταχύτητας της μοτοσυκλέτας τη χρονική στιγμή  $t_2 = 20$  s, χωρίς προηγουμένως να την έχει υπολογίσει !

Ο υπολογισμός της τιμής της ταχύτητας  $v_M = 40 \frac{m}{s}$  έπρεπε να γίνει στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> και όχι στο Δ<sub>4</sub>.

Δ3) Με βάση το είδος των κινήσεων που εκτελούν τα δύο σώματα σχεδιάζουμε το ακόλουθο διάγραμμα. Σε αυτό σημειώνονται οι χρονικές στιγμές  $t_1 = 10$  s που τα κινητά έχουν τις ίδιες ταχύτητες και  $t' = 20$  s που τα κινητά συναντώνται.



Δ4) Ο ζητούμενος λόγος των κινητικών ενεργειών θα είναι:

$$\frac{K_{\Phi}}{K_M} = \frac{\frac{1}{2} m_{\Phi} v_{\Phi}^2}{\frac{1}{2} m_M v_M^2}.$$

Όμως τη χρονική στιγμή  $t_2 = 20$  s η ταχύτητα της μοτοσυκλέτας θα είναι:

$$v_M = a \cdot t = 40 \frac{m}{s},$$

οπότε ο λόγος των κινητικών ενεργειών προκύπτει ίσος με

$$\frac{K_{\Phi}}{K_M} = 2,5.$$

## Θέμα 11692

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει.

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης (που ταυτίζεται με αυτή του διαστήματος) έχουμε:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}.$$

**Δ2)** Από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα (θετική φορά αυτή της κίνησης) θα έχουμε

$$F - T = m \cdot a.$$

Εκφράζουμε την τριβή ως

$$T = \mu \cdot N$$

Το σώμα ισορροπεί στον άξονα  $y$  (κατακόρυφο άξονα) συνεπώς έχουμε ότι:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g.$$

Εισάγοντας τις δύο τελευταίες σχέσεις στην έκφραση του νόμου του Νεύτωνα λαμβάνουμε:

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (\mu \cdot g + a) \Rightarrow F = 24 \text{ N}.$$

**Δ3)** Το τρίτο δευτερόλεπτο ξεκινά τη χρονική στιγμή  $t_2 = 2 \text{ s}$  και ολοκληρώνεται την  $t_3 = 3 \text{ s}$ . Υπολογίζοντας τις θέσεις του κιβωτίου αυτές τις δύο χρονικές στιγμές και αφαιρώντας τις θα προσδιορίσουμε το ζητούμενο διάστημα που είναι ίσο με την μετατόπιση. Δηλαδή:

$$\Delta x = x_3 - x_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ m}.$$

**Δ4)** Τη χρονική στιγμή  $t = 4 \text{ s}$  που καταργείται η δύναμη  $F$  το κιβώτιο έχει ταχύτητα:

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = 16 \frac{m}{s}$$

όπου  $a$  η επιτάχυνση που προσδιορίσαμε στο ερώτημα (Δ1).

Από το θεώρημα έργου-ενέργειας μεταξύ της χρονικής στιγμής  $t = 4 \text{ s}$  και της στιγμής που το κιβώτιο ακινητοποιείται θα έχουμε:

$$0 - K = W_T \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = W_T \Rightarrow W_T = -512 \text{ J}.$$

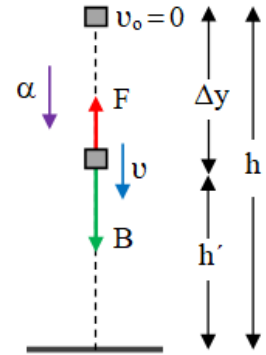
### Θέμα 11693

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, την απόσταση που διανύει και τις αποστάσεις του από το έδαφος.

2) στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> χρησιμοποιεί τη σχέση  $\Delta U = -mgh$ . Αυτό είναι λάθος! Το ύψος  $h$  μετράται από το έδαφος.

Η σωστή σχέση είναι  $\Delta U = -mg(\Delta y)$ , όπου  $\Delta y$  η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος.



#### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Εφαρμόζοντας το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για το κιβώτιο που κατεβαίνει (θετική φορά προς τα κάτω) προκύπτει:

$$w - F = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (g - a) \Rightarrow F = 450 \text{ N.}$$

**Δ2)** Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, ξεκινώντας από την ηρεμία, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης έχουμε:

$$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y}{a}} \Rightarrow t = 2 \text{ s.}$$

Η ταχύτητα του κιβωτίου θα είναι λοιπόν:

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Δ3)** Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της  $F$  κατά την μετατόπιση  $\Delta y = 8 \text{ m}$ :

$$W_F = F \cdot \Delta y \cdot \sin 180^\circ \Rightarrow W_F = -3600 \text{ J.}$$

Ομοίως, το έργο του βάρους για την ίδια μετατόπιση θα είναι:

$$W_w = w \cdot \Delta y \cdot \sin 0^\circ \Rightarrow W_w = 4000 \text{ J.}$$

**Δ4)** Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας θα είναι ~~Q~~:

$$\Delta U = U_{\text{τελική}} - U_{\text{αρχική}}$$

και θεωρώντας μηδενική την τελική δυναμική ενέργεια έχουμε:

$$\Delta U = -m \cdot g \cdot h = -1000 \text{ J.}$$

$$\Delta U = U_{\text{τελ}} - U_{\text{αρχ}} = mgh' - mgh = -mg(h - h') \Rightarrow \Delta U = -mg(\Delta y).$$

**Σχόλιο για τα θέματα 11694, 11695, 11699 :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει τα σχήματα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

### Θέμα 11695

**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα Δ3 αναφέρει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής σαν 1ο νόμο του Νεύτωνα!

Δ3) Στο κιβώτιο ασκείται μια δύναμη  $\vec{F}_2$  που είναι ίση με τη δύναμη  $\vec{F}_1$ . Από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a_1 \quad \text{ή} \quad F_1 + F_2 = m \cdot a_1$$

και η νέα επιτάχυνση είναι:

$$a_1 = 4 \frac{m}{s^2}$$

### Θέμα 11696

**Σχόλια :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στις δύο περιπτώσεις.

2) στο ερώτημα Δ3 γράφει «Η ενέργεια που μεταφέρθηκε από το κιβώτιο στο περιβάλλον του μέσω του έργου της τριβής :  $W_T = T \cdot x = 160 \text{ J}$ ».

Αυτό είναι λάθος! Το έργο της τριβής είναι αρνητικό :  $W_T = - T \cdot x$ .

Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον είναι :  $Q_T = |W_T| = 160 \text{ J}$ .

#### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο εκτελεί **ευθύγραμμο** ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση και από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$\Sigma F = m \cdot a \quad \text{δηλαδή} \quad F - T = m \cdot a \quad (1)$$

$$\text{όπου } T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot B \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = 20 \text{ N}$$

Αντικαθιστούμε στην (1)

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \quad \text{και} \quad a = \frac{F - T}{m} \quad \text{ή} \quad a = 1 \frac{m}{s^2}$$

Δ2) Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  είναι  $W_F = F \cdot x$  όπου  $x$  η μετατόπιση για το χρονικό διάστημα  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_1 = 4 \text{ s}$ :

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad x = 8 \text{ m}$$

$$W_F = F \cdot x \quad \text{ή} \quad W_F = 240 \text{ J}$$

Δ3) Η ενέργεια που μεταφέρθηκε από το κιβώτιο στο περιβάλλον του μέσω του έργου τριβής:

$$W_T = T \cdot x = 160 \text{ J}$$

## Θέμα 11697

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει.

2) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> γράφει : «Διάγραμμα μέτρου ταχύτητας συναρτήσε του χρόνου σε Δt = 4 s, βάσει της σχέσης v = α t». Η σχέση v = α t ισχύει μέχρι τη χρονική στιγμή t<sub>1</sub> = 2 s και όχι για Δt = 4 s.

Επίσης, στις ανισοτικές σχέσεις δεν χρησιμοποιεί το ίσον (=) : 0 ≤ t ≤ t<sub>1</sub> (όχι 0 < t < t<sub>1</sub>), t<sub>1</sub> ≤ t ≤ t<sub>2</sub> (όχι t<sub>1</sub> < t < t<sub>2</sub>).

### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Ο υπολογισμός της τριβής T προκύπτει από την ισορροπία των δυνάμεων ως προς τον άξονα y:

$$\Sigma F_y = 0 \text{ ή } B - N = 0, \text{ και } B = N \text{ και το νόμο της τριβής, άρα } T = N \mu = B \mu = \mu m g \quad T = 200 \text{ N}$$

Δ2) Επειδή οι δύο δυνάμεις είναι σταθερές, οριζόντιες και της ίδιας κατεύθυνσης ισχύει:

$$\Sigma F = ma \text{ όπου } (F_{\Pi} + F_M) - T = ma \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$a = \frac{F_{\Pi} + F_M - T}{m} \text{ ή } a = 1 \frac{m}{s^2}$$

Η χρονική στιγμή t<sub>1</sub> υπολογίζεται από τη σχέση:

$$x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$$

Άρα

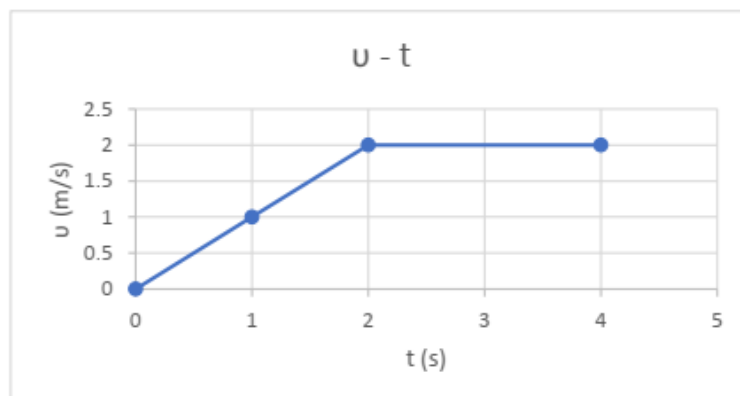
$$t_1 = \sqrt{\frac{2x_1}{a}} = 2 \text{ s}$$

Δ3) Διάγραμμα του μέτρου ταχύτητας του κιβωτίου συναρτήσε του χρόνου σε Δt = 4 s, βάσει της σχέσης:

$$v = a \cdot t \text{ για } 0 < t < t_1 \text{ με } v_1 = a \cdot t_1 \text{ ή } v_1 = 2 \frac{m}{s}.$$

Για t<sub>1</sub> < t < t<sub>2</sub> ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \text{ οπότε } v = \text{σταθ.} \text{ ή } v = 2 \frac{m}{s}.$$



### Θέμα 11698

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει.

2) στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> χρησιμοποιεί το ίδιο σύμβολο για διαφορετικές χρονικές στιγμές και διαφορετικά σύμβολα για την ίδια χρονική στιγμή.

Επίσης γράφει λάθος σχέση υπολογισμού του μέτρου της επιτάχυνσης στο 2ο χρονικό διάστημα.

Η σωστή σχέση είναι  $\alpha_2 = \frac{F_2}{m}$ .

3) στο διάγραμμα α - t τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s έχει σχεδιάσει το κατακόρυφο τμήμα με συνεχή γραμμή. Αυτό σημαίνει ότι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s το μέτρο της επιτάχυνσης έχει άπειρες τιμές!

4) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> γράφει λάθος σύμβολο για την επιτάχυνση στην εξίσωση της ταχύτητας για το 2ο χρονικό διάστημα και υπολογίζει την ταχύτητα  $v_2 = 6$  m/s !

5) για τη μέση ταχύτητα χρησιμοποιεί τη σχέση  $v_{\mu} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  (μέση διανυσματική ταχύτητα) ενώ το σχολικό βιβλίο γράφει τη σχέση  $v_{\mu} = \frac{s}{t}$  (μέση αριθμητική ταχύτητα).

#### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Το κιβώτιο κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, εφαρμόζονται οριζόντιες δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  και ισχύει ο 2<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα:

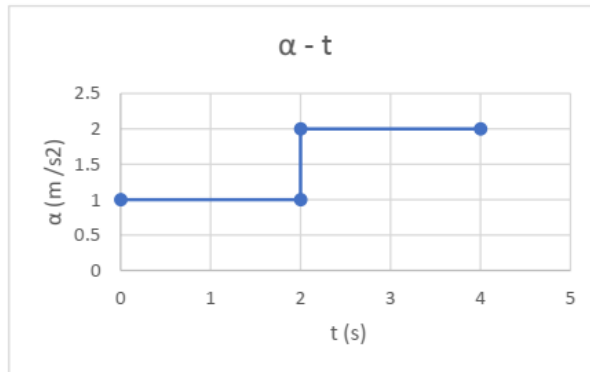
$$\Sigma F = m \cdot a$$

Για το χρονικό διάστημα  $\Delta t = 2$  s, (από  $t_0 = 0$  s έως  $t_2 = 2$  s):

$$\alpha_1 = \frac{F_1}{m}, \text{ δηλαδή } \alpha_1 = 1 \frac{m}{s^2}.$$

Για το χρονικό διάστημα  $\Delta t = 2$  s, (από  $t_0 = 2$  s έως  $t_2 = 4$  s):

$$\alpha_2 = \frac{F_1 + F_2}{m}, \text{ δηλαδή } \alpha_2 = 2 \frac{m}{s^2}.$$



**Δ2)** Η θέση  $x_1$  όπου καταργήθηκε η δύναμη  $\vec{F}_1$  για  $t_1 = 2$  s δίνεται από τη σχέση:

$$x_1 = \frac{1}{2} \alpha \cdot t_1^2 \text{ δηλαδή } x_1 = 2 \text{ m}$$

**Δ3)** Η ταχύτητα  $v_2$  για  $t_2 = 4$  s υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_0 + \alpha_1 \Delta t$$

όπου  $\Delta t = 2$  s, και  $v_0 = \alpha_1 \Delta t = 2$  m/s άρα  $v_2 = 2 + 2 \cdot 2$  ή  $v_2 = 6$  m/s

Η κινητική ενέργεια του κιβωτίου την χρονική στιγμή  $t_2 = 4$  s είναι:

$$K_{t_2} = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 \text{ δηλαδή } K_{t_2} = 360 \text{ J}$$

**Δ4)** Ο υπολογισμός της μέσης ταχύτητας του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα  $t_0 = 0$  s έως  $t_2 = 4$  s

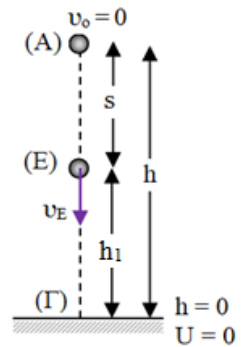
Η μέση ταχύτητα είναι:

$$v_{\mu} = \frac{\Delta x_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} \quad \text{ή} \quad v_{\mu} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_{ολ}} \quad (1) \quad \Delta t_{ολ} = 4 \text{ s}$$

## Θέμα 11701

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο έδαφος.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις τρεις χαρακτηριστικές θέσεις του σώματος και τις αποστάσεις που διανύει.
  - β) δεν ορίζει το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.
  - γ) στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> καταλήγει στη σχέση  $v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$ , ενώ η σωστή σχέση είναι  $v = \sqrt{2gh_1}$ .
  - δ) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> υπολογίζει το χρόνο  $t_E$  χρησιμοποιώντας σαν απόσταση το  $h_1$ . Αυτό είναι λάθος!  
Η απόσταση που διανύει το σώμα μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_E$  είναι :  $s = h - h_1$ .



### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.), από την αρχική θέση, όπου  $U = m \cdot g \cdot h$ , μέχρι τη στιγμή που  $U = K$  (1), στο ύψος  $h_1$ .

Ισχύει:

$$U + K = E,$$

και από τη σχέση (1) προκύπτει

$$2U = E \text{ ή } 2 m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot h \text{ και } h_1 = 5 \text{ m}$$

**Δ2)** Εφόσον

$$U = K \quad (2)$$

$$m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 \text{ ή } v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$$

άρα το μέτρο της ταχύτητας είναι:

$$v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Δ3)** Εφόσον  $t_{\text{ολικό}}$  είναι το συνολικό διάστημα που φτάνει το σφαιρίδιο στο έδαφος, στο ύψος  $h = 10 \text{ m}$ , και  $t_E$  το χρονικό διάστημα μέχρι  $U = K$ , στο ύψος  $h_1 = 5 \text{ m}$ , ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t_{\text{ολικό}}^2 \quad (3)$$

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_E^2 \quad (4)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4)

$$\frac{h}{h_1} = \frac{t_{\text{ολικό}}^2}{t_E^2} \text{ ή } \frac{t_{\text{ολικό}}}{t_E} = \sqrt{2}$$

## Θέμα 11702

### Σχόλια

1) Στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> δεν είναι σαφές αν ζητείται η επαλήθευση του ΘΜΚΕ σε κάθε χρονική διάρκεια ή για τη συνολική χρονική διάρκεια.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

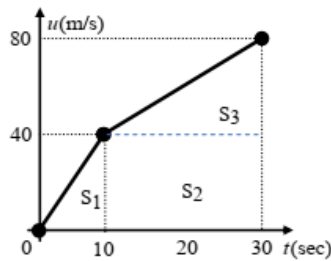
α) στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> συμβολίζει τη μετατόπιση με S, ενώ με S συμβολίζεται το διάστημα.

β) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> συμβολίζει με x (αντί για Δx<sub>2</sub>) τη μετατόπιση από t<sub>1</sub> = 10 s έως t<sub>2</sub> = 30 s και για τον υπολογισμό της χρησιμοποιεί λάθος σχέση και λάθος δείκτες! Η σωστή σχέση είναι :

$$\Delta x_2 = v_1(\Delta t_2) + \frac{1}{2} \alpha_2(\Delta t_2)^2, \text{ με } v_1 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \alpha_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ και } \Delta t_2 = 20\text{s}.$$

### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η συνολική μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα 0 s – 30 s υπολογίζεται από το εμβαδόν του διαγράμματος:



$$S_{ολ} = S_1 + S_2 + S_3 \text{ ή } S_{ολ} = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 10 + \frac{40 + 80}{2} \cdot 20 \text{ ή } S_{ολ} = 1400 \text{ m}$$

Δ3) Το έργο υπολογίζεται:

$$W_{0s-10s} = F_1 \cdot x_{0s-10s},$$

όπου

$$x_{0s-10s} = \frac{1}{2} a_1 \cdot (0 - 10)^2 \text{ (SI) ή } x_{0s-10s} = 200 \text{ m}$$

$W_{10s-30s} = F_1 x_{10-30}$ , όπου

$$x_{10s-30s} = x_0 + \frac{1}{2} a_2(30 - 10)^2 \text{ ή}$$

$$x_{10s-30s} = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \cdot 20^2 \text{ (SI)}$$

Όπου

$$v_0 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ από το διάγραμμα } v - t.$$

$$x_{0s-10s} = x_0 + \frac{1}{2} a_2 \cdot (30 - 10)^2 \text{ (SI) ή } x_{0s-10s} = 40 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 20^2 \text{ m ή}$$

$$x_{0s-10s} = 1200 \text{ m}$$

άρα

$$W_{0s-10s} = 80 \cdot 200 \text{ J ή } W_{0s-10s} = 16000 \text{ J}$$

$$W_{10s-30s} = 40 \cdot 1200 \text{ J ή } W_{10s-30s} = 48000 \text{ J}$$

**Θέμα 11703**

Σχόλια :

1) Στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> δεν είναι σαφές αν ζητείται η επαλήθευση του ΘΜΚΕ σε κάθε χρονική διάρκεια ή για τη συνολική χρονική διάρκεια.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα Δ<sub>3</sub>

α) τη μετατόπιση από  $t_1 = 10\text{ s}$  έως  $t_2 = 30\text{ s}$  τη συμβολίζει  $x$ , ενώ τη χρονική στιγμή  $t_1$  το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x_1$  ( $x_1 \neq 0$ ).

Η μετατόπιση στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$  είναι  $\Delta x_2 = x_2 - x_1$ .

β) την κίνηση στο χρονικό διάστημα από  $t_1 = 10\text{ s}$  έως  $t_2 = 30\text{ s}$  τη θεωρεί ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα και χρησιμοποιεί λάθος σχέση για τον υπολογισμό της μετατόπισης!

Η κίνηση είναι ομαλά **επιβραδυνόμενη** με αρχική ταχύτητα  $v_1 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  και επιτάχυνση  $a_2 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

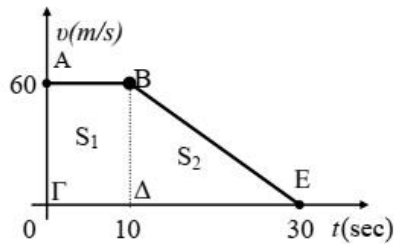
Η σωστή σχέση είναι  $\Delta x_2 = v_1(\Delta t_2) + \frac{1}{2} a_2(\Delta t_2)^2$ , με  $\Delta t_2 = 20\text{ s}$ .

Ενδεικτική Λύση

Δ1) Από τη γραφική παράσταση  $v - t$ , υπολογίζουμε το εμβαδόν  $S_1$  του τετραγώνου

(ΑΒΓΔ) και το εμβαδόν  $S_2$  του τριγώνου (ΒΔΕ):

$$\Delta x_{\text{ολ}} = S_1 + S_2 \text{ ή } \Delta x_{\text{ολ}} = 60 \cdot 10\text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 60\text{ m} \text{ ή } \Delta x_{\text{ολ}} = 1200\text{ m}$$



Δ2) Για τον υπολογισμό των τιμών του πίνακα:

Για το χρονικό διάστημα 0s - 10 s:

$$a_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad F_1 = 0\text{ N}$$

Για το χρονικό διάστημα 10s - 30 s:

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ ή } a_2 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad F_2 = m \cdot a \text{ ή } F_2 = -6\text{ N}$$

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	0
10-30	-6

Δ3) Για τον υπολογισμό του έργου:

$$W_{0s-10s} = F_1 \cdot x_{0s-10s} \text{ ή } W_{0s-10s} = 0\text{ J}$$

$$W_{10s-30s} = F_2 \cdot x_{10s-30s}$$

όπου

$$x_{10s-30s} = \frac{1}{2} a_2 \cdot \Delta t_{30s-10s}^2 \text{ ή } x_{10s-30s} = 600\text{ m}, \quad W_{10s-30s} = -3600\text{ J}$$

άρα

$$W_{\text{ολ}} = 0\text{ J} - 3600\text{ J} \text{ ή } W_{\text{ολ}} = -3600\text{ J}$$

## Θέμα 11705

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.
- 2) στο διάγραμμα  $a - t$  έχει σχεδιάσει το κατακόρυφο τμήμα με συνεχή γραμμή.  
Αυτό σημαίνει ότι τη στιγμή  $t_1 = 10$  s η επιτάχυνση έχει άπειρες τιμές!
- 3) για τη στιγμιαία ταχύτητα τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 10$  s και  $t_2 = 20$  s χρησιμοποιεί λάθος συμβολισμούς :  $v_{0s-10s}$ ,  $v_{10s-20s}$  !  
Οι συμβολισμοί αυτοί αντιστοιχούν στις μέσες ταχύτητες για τις αντίστοιχες χρονικές διάρκειες.

### Ενδεικτική Λύση

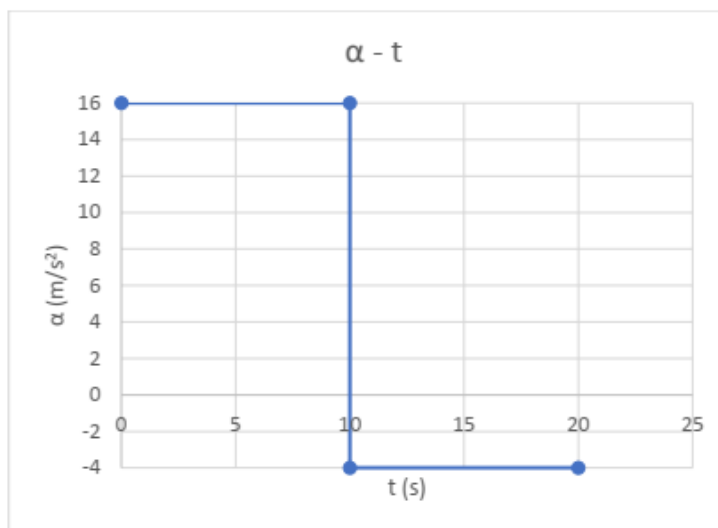
**Δ1)** Σχεδίαση  $a - t$  για  $0 - 20$  s

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$F - T = m \cdot a \quad \text{όπου } T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot B \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = 8 \text{ N}$$

$$\text{Για } \Delta t_1 = 10s - 0s \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = 10 \text{ s}, \quad a_{0s-10s} = \frac{F-T}{m} \quad \text{ή} \quad a_{0s-10s} = \frac{40-8}{2} \frac{m}{s^2} \quad \text{ή} \quad a_{0s-10s} = 16 \frac{m}{s^2}$$

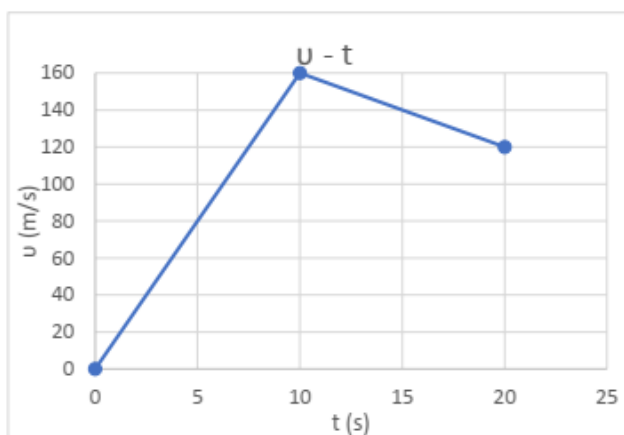
$$\text{Για } \Delta t_2 = 20s - 10s \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = 10 \text{ s}, \quad a_{20s-10s} = \frac{F-T}{m} \quad \text{ή} \quad a_{20s-10s} = \frac{0-8}{2} \frac{m}{s^2} \quad \text{ή} \quad a_{20s-10s} = -4 \frac{m}{s^2}$$



**Δ2)** Διάγραμμα  $v - t$

$$v_{0s-10s} = a_{0s-10s} \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad v_{0s-10s} = 160 \frac{m}{s}$$

$$v_{20s-10s} = v_{0s-10s} - a_{20s-10s} \cdot \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad v_{20s-10s} = 120 \frac{m}{s}$$



$t = 0s$	$v = 0 \frac{m}{s}$
$t = 10s$	$v = 160 \frac{m}{s}$
$t = 20s$	$v = 120 \frac{m}{s}$

## Θέμα 11706

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη σφαίρα στις χαρακτηριστικές θέσεις της τροχιάς.

2) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> υπολογίζει το ύψος  $h_1$  που βρίσκεται η σφαίρα και εφαρμόζει τη σχέση  $W = mgh_1$  για να υπολογίσει το έργο του βάρους από τη στιγμή που αφήθηκε από ύψος  $h$  μέχρι το ύψος  $h_1$ .

Αυτό είναι λάθος!

Το έργο του βάρους είναι  $W_B = mg(h - h_1) = 6250 \text{ J}$ .

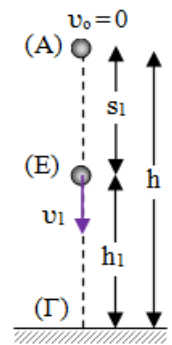
3) στην εναλλακτική λύση στο ερώτημα Δ<sub>3</sub>, γράφει τη σχέση :  $h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$ . Αυτό είναι

λάθος! Το σωστό είναι :  $s_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$ , όπου  $s_1 = 125 \text{ m}$  το διάστημα που διάνυσε η

σφαίρα μέχρι τη στιγμή  $t_1$ .

Το έργο του βάρους είναι :  $W_B = mgs_1$ .

4) στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> γράφει το αρχικό ύψος  $h = 360 \text{ m}$ , ενώ το σωστό είναι  $h = 180 \text{ m}$ .



**Δ3)** Από την εφαρμογή της Α.Δ.Μ.Ε. για ύψος  $h_1$  όπου  $K = 6250 \text{ J}$

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{h_1} + U_{h_1}$$

$$0 + m \cdot g \cdot h = K + m \cdot g \cdot h_1$$

$$h_1 = 55 \text{ m}$$

Επομένως το έργο του βάρους είναι:

$$W = m \cdot g \cdot h_1 \quad \text{ή} \quad W = 6250 \text{ J}$$

Εναλλακτική λύση:

Από

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{2} m \cdot g^2 \cdot t_1^2,$$

και αφού υπολογισθεί το  $t_1$

και από τη σχέση:

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \text{ή} \quad h_1 = 125 \text{ m}$$

υπολογίζουμε το

$$W = m \cdot g \cdot h_1 \quad \text{ή} \quad W = 6250 \text{ J}$$

**Δ4)** Η χρονική διάρκεια της ελεύθερης πτώσης

$$h = \frac{1}{2} g \cdot \Delta t^2 \quad \text{όπου} \quad h = 360 \text{ m}$$

$$\Delta t = 6 \text{ s}$$

Ο μέσος ρυθμός παραγωγής έργου του βάρους του σώματος από την αρχή μέχρι να φτάσει στο έδαφος, για  $\Delta t = 6 \text{ s}$ :

Ρυθμός παραγωγής:

$$P = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad P = 1500 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

## Θέμα 11933

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι διαδοχικές θέσεις των κουκίδων στις δύο χαρτοταινίες αντιστοιχούν σε ίσα χρονικά διαστήματα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν δικαιολογεί τα είδη των κινήσεων (ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη) στα ερωτήματα  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ .

### ΘΕΜΑ Δ

#### Δ.1.

Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}, F_1 = T, F_1 = \mu_{ολ.} \cdot N, \mu_{ολ.} = \frac{F_1}{N}, \mu_{ολ.} = 0,5 \text{ (Μονάδες 2).}$$

Μονάδες 5

#### Δ2.

##### Δ.2.1.

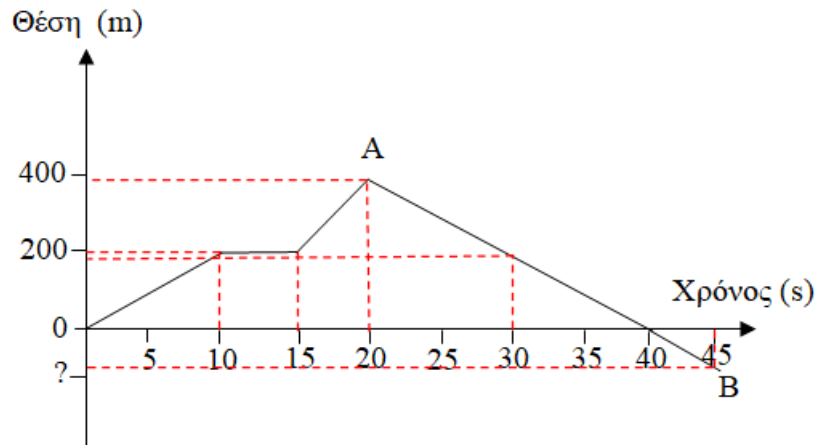
Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται με σταθερή ταχύτητα. Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής:

$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}, F_2 - T_{ολ.} = m \cdot a, F_2 = m \cdot a + T_{ολ.}$  (1) (Μονάδες 2). Το μέτρο της μετατόπισης του σώματος, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ , δίνεται από τη σχέση:  $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2, a = \frac{2 \cdot \Delta x_1}{t_1^2}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  (Μονάδες 2). Από τη σχέση (1):  $F_2 = 7 \text{ N}$  (Μονάδα 1).

Μονάδες 10

### Θέμα 12354

Πομπός GPS στερεώνεται στο σώμα ενός παπαγάλου ώστε να στέλνει διαρκώς την θέση του σε ερευνητές που τον παρακολουθούν. Ο παπαγάλος αφήνεται ελεύθερος και η πορεία του καταγράφεται στο πιο κάτω διάγραμμα. Θεωρούμε ότι το εργαστήριο από το οποίο ξεκινάει σε



χρόνο  $t = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x = 0$  και ότι το πτηνό κινείται πάνω σε μια νοητή ευθεία καθ' όλη τη διαδρομή του.

Καλείστε να βοηθήσετε τη μελέτη της κίνησης του πτηνού. Υπολογίστε:

- 4.1) τη μέση ταχύτητα του παπαγάλου από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = 20s$  (σημείο A του διαγράμματος),
- 4.2) τη μέση ταχύτητα του παπαγάλου από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης, μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = 30s$  μετά την εκκίνηση του,
- 4.3) τη θέση του πτηνού τη χρονική στιγμή  $t = 45s$  (σημείο B του διαγράμματος).
- 4.4) Σχεδιάστε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

(Μονάδες 6+7+6+6)

**Σχόλιο :** Το διάγραμμα δεν έχει σχεδιαστεί με ακρίβεια (π.χ. τη χρονική στιγμή 20 s η θέση δεν είναι ακριβώς 400 m ή τη χρονική στιγμή 30 s η θέση δεν είναι ακριβώς 200 m).

Επομένως δεν μπορούν να γίνουν ακριβείς υπολογισμοί με βάση το διάγραμμα.

**Η άσκηση καλύπτει την ύλη μόνο των παραγράφων 1.1.5 & 1.1.6 του Κεφαλαίου 1.1 και δεν είναι κατάλληλη για 4ο θέμα εξετάσεων.**

### Θέμα 12989

### Θέμα 12990

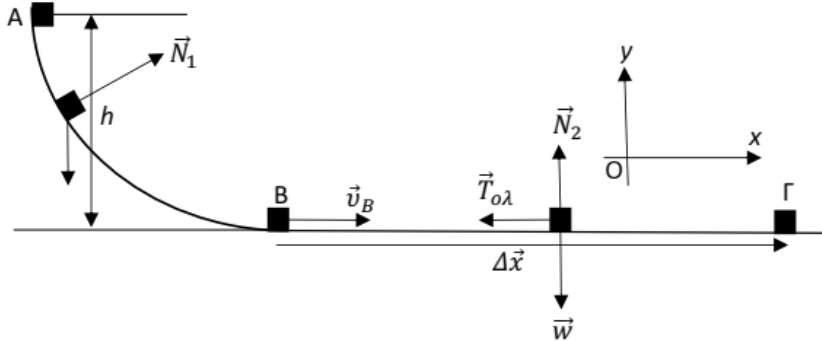
**Σχόλια για τα θέματα 12989, 12990 :**

- 1) Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο, επομένως το ερώτημα Δ<sub>2</sub> είναι εκτός ύλης.
- 2) Η διατύπωση «η θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον» δεν είναι ακριβής.  
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «η θερμική ενέργεια που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον μέσω του έργου της τριβής».

**Θέμα 12992**

Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει στο ερώτημα Δ2 αν ζητείται η διανυσματική μεταβολή της ταχύτητας, η αλγεβρική μεταβολή της ταχύτητας ή το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας.  
 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα Δ1.2 εφαρμόζει το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) και το ονομάζει «αρχή διατήρησης της ενέργειας».



**Δ1.**

**Δ1.1.** Το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου είναι λείο και το έργο της δύναμης  $\vec{N}_1$  είναι μηδέν **το έργο της δύναμης**, επειδή κάθε χρονική στιγμή είναι κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση. Συνεπώς η μηχανική ενέργεια του σώματος, κατά την κίνησή του σ' αυτό το τμήμα του διαδρόμου, παραμένει σταθερή. Έτσι:

$$E_A = E_B, K_A + U_A = K_B + U_B, m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2, v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

$$v_B = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Μονάδες 6**

**Δ1.2.** Κατά την κίνηση του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου, στον άξονα Oγ, από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton, ισχύει:  $\sum \vec{F}_y = \vec{0}, N_2 = w, N_2 = m \cdot g$  [1]. (Μονάδες 1) Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης:  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N, T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot m \cdot g$  [2]. (Μονάδες 1) Από **την αρχή διατήρησης της ενέργειας**, για την κίνηση του σώματος από το σημείο B έως το Γ και λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις [1] και [2], προκύπτει:

$$\Delta K = W_{T_{ολ}}, K_\Gamma - K_B = -T_{ολ} \cdot \Delta x, -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = -\mu_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot \Delta x,$$

$$\Delta x = \frac{v_B^2}{2 \cdot \mu_{ολ} \cdot g}, \Delta x = 10 \text{ m. (Μονάδες 4)}$$

**Μονάδες 6**

**Δ1.3.** Κατά την κίνηση του σώματος στο ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου:  
 $\alpha = \frac{\sum F_x}{m} = -\frac{\mu_{ολ} \cdot m \cdot g}{m} = -\mu_{ολ} \cdot g = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . (Μονάδες 3) Από την εξίσωση της ταχύτητας:  $v_\Gamma = v_B + \alpha \cdot \Delta t, \Delta t = \frac{v_\Gamma - v_B}{\alpha}, \Delta t = 2 \text{ s. (Μονάδες 3)}$

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Για το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει:  $\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}_B - \vec{v}_A = \vec{v}_B$ . (Μονάδες 3)  
 3) Για το ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει:  $\Delta \vec{v}_2 = \vec{v}_\Gamma - \vec{v}_B = -\vec{v}_B$ . (Μονάδες 3)  
 Έτσι:  $\Delta \vec{v}_1 = -\Delta \vec{v}_2$ . (Μονάδα 1)

**Μονάδες 7**

## Θέμα 12993

### Σχόλια :

1) Η άσκηση έχει υπερβολικά πολλά (7) ερωτήματα και δεν είναι δυνατό να απαντηθεί από τους μαθητές στη χρονική διάρκεια της εξέτασης.

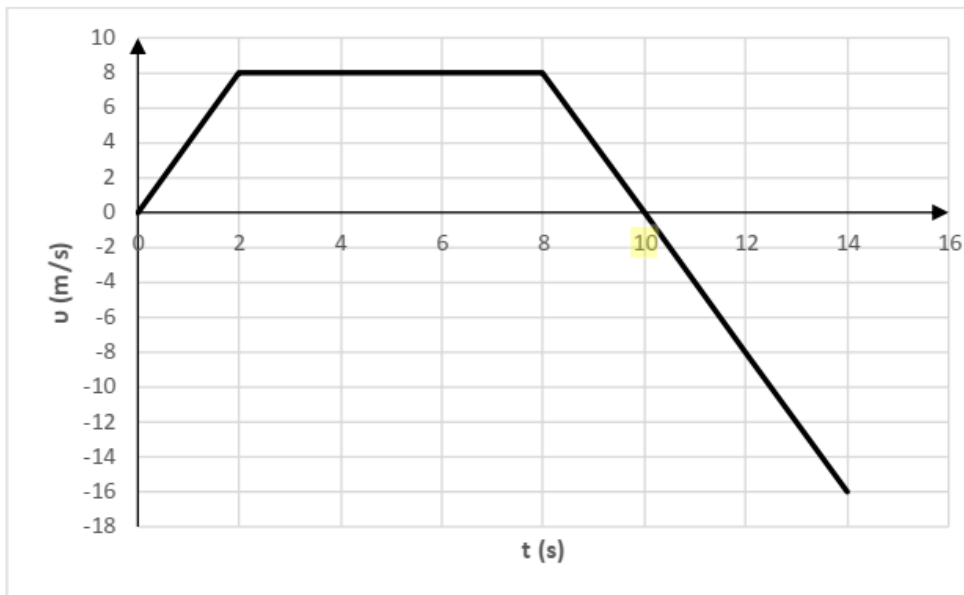
2) Στο ερώτημα Δ.2.2 ζητείται το διάγραμμα  $x - t$  σε συνδυασμό επιταχυνόμενης – ομαλής – επιβραδυνόμενης – επιταχυνόμενης κίνησης προς την αρνητική φορά, πράγμα ιδιαίτερα δύσκολο για τους μαθητές.

3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν δικαιολογεί ότι τη χρονική στιγμή  $t_2' = 10$  s μηδενίζεται η ταχύτητα και στη συνέχεια το σώμα εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση προς την αρνητική φορά, ούτε εξηγεί πως προέκυψε η τιμή  $x_{\max} = 64$  m στο διάγραμμα  $x - t$ .

Επίσης, το διάγραμμα  $x - t$  στη χρονική διάρκεια  $0$  s –  $2$  s δεν έχει σχεδιαστεί σωστά. Το διάγραμμα είναι παραβολή με κορυφή την αρχή των αξόνων, έτσι ώστε ο άξονας  $t$  να εφάπτεται στην παραβολή για  $t = 0$  (αφού  $v_0 = 0$ ).

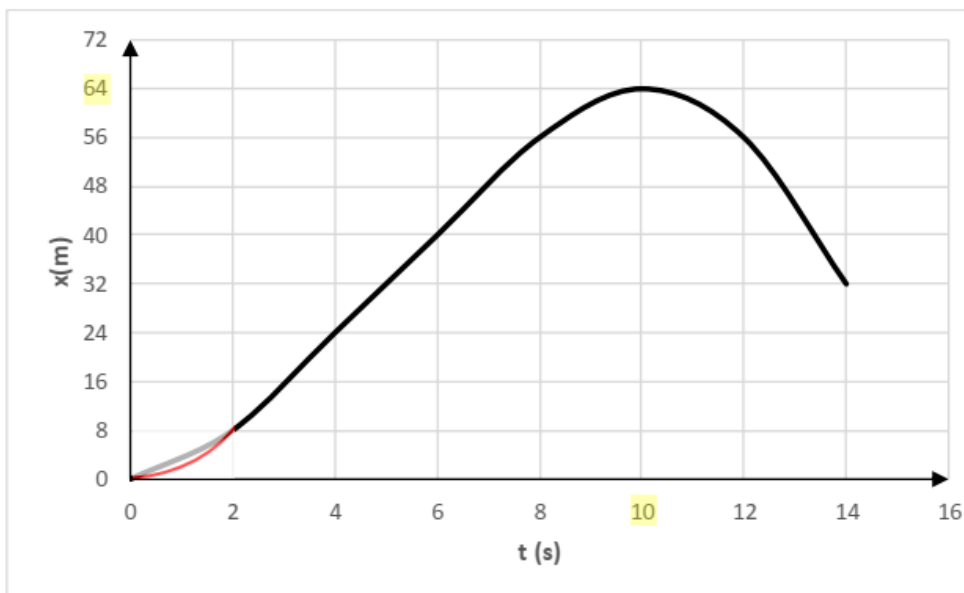
**Δ2.**

**Δ2.1.**



**Μονάδες 4**

**Δ2.2. Θέσης- χρόνου ( $x - t$ )**



## Θέμα 13642

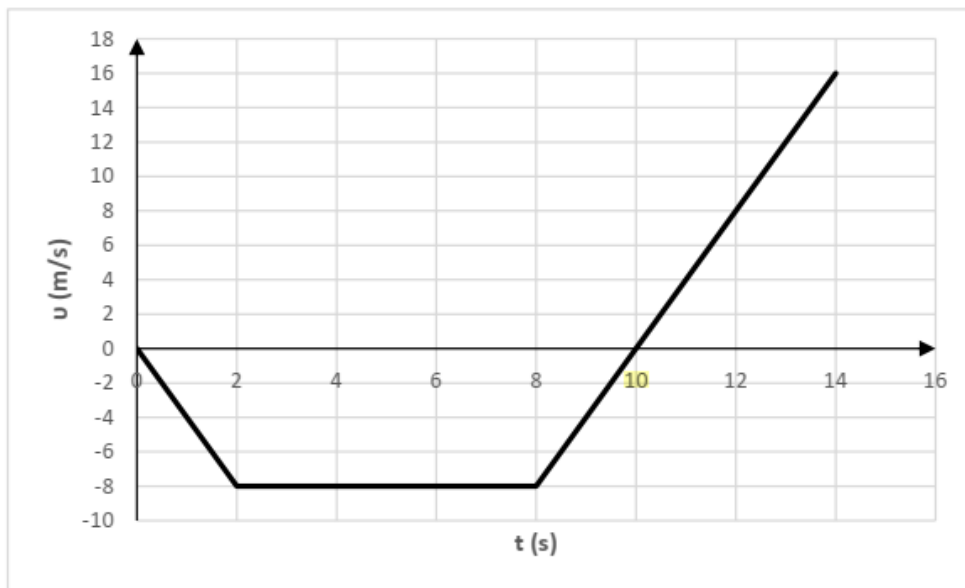
### Σχόλια :

1) Στο ερώτημα Δ.2.2 ζητείται το διάγραμμα  $x - t$  σε συνδυασμό επιταχυνόμενης – ομαλής – επιβραδυνόμενης – επιταχυνόμενης κίνησης με αλλαγή φοράς κίνησης, πράγμα ιδιαίτερα δύσκολο για τους μαθητές.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν δικαιολογεί ότι τη χρονική στιγμή  $t_2' = 10$  s μηδενίζεται η ταχύτητα και στη συνέχεια το σώμα εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση προς τη θετική φορά, ούτε εξηγεί πως προέκυψε η τιμή  $x_{\max} = -64$  m στο διάγραμμα  $x - t$ .

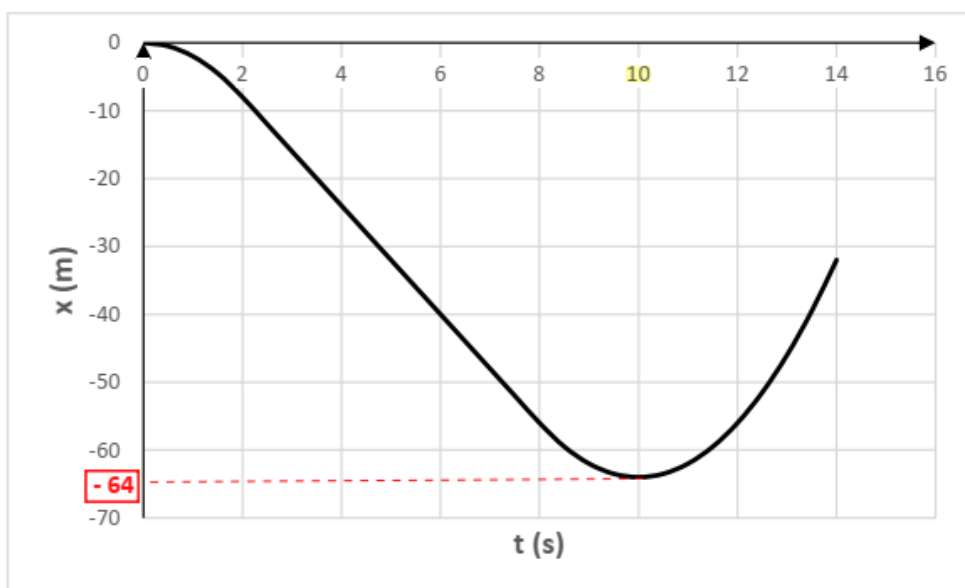
4.2.

A.



Μονάδες 5

B. θέσης – χρόνου ( $x - t$ )

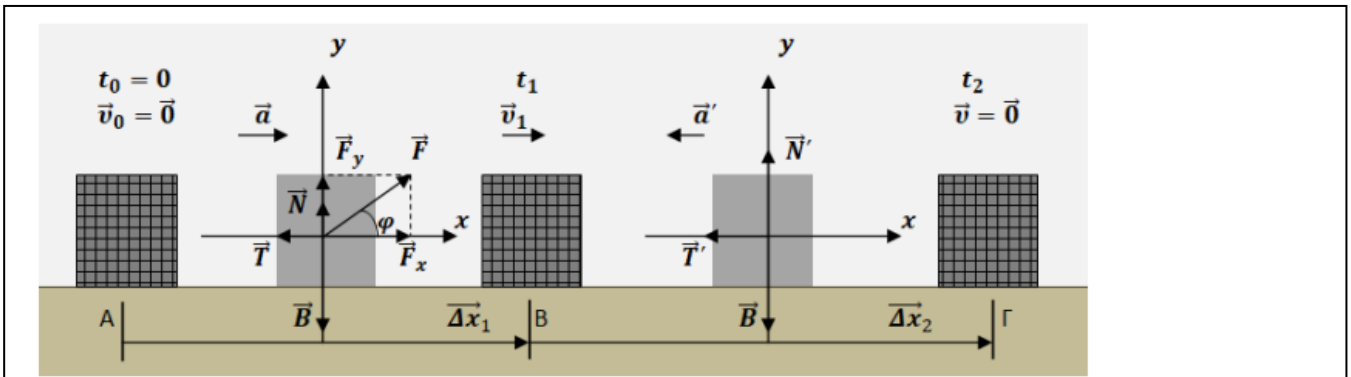


Μονάδες 5

### Θέμα 13480

Σχόλιο :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.1, για να αποδείξει ότι ο κύβος ξεκινά τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  συγκρίνει το μέτρο της  $F_x$  με το μέτρο της τριβής ολίσθησης  $T$ , ενώ έπρεπε να το συγκρίνει με το μέτρο της οριακής στατικής τριβής  $T_{op}$ .



4.1. Το βάρος του κύβου έχει μέτρο  $B = m \cdot g = 20 \text{ N}$

**Κίνηση του κύβου από τη στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$**

Θεωρούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, με οριζόντιο άξονα  $x'$  και κατακόρυφο άξονα  $y'y$ , σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο και αναλύουμε τη δύναμη του ανθρώπου  $\vec{F}$  σε οριζόντια συνιστώσα  $\vec{F}_x$  και κατακόρυφη συνιστώσα  $\vec{F}_y$ , για τα μέτρα των οποίων ισχύουν:

$$F_x = F \cdot \sin\varphi = 16 \text{ N και } F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 12 \text{ N}$$

Επειδή προέκυψε  $F_y < B$ , ο κύβος δεν χάνει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο.

Στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε ισορροπία δυνάμεων. Άρα ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0, \text{ δηλαδή } N + F_y - B = 0 \text{ και τελικά } N = B - F_y = 8 \text{ N}$$

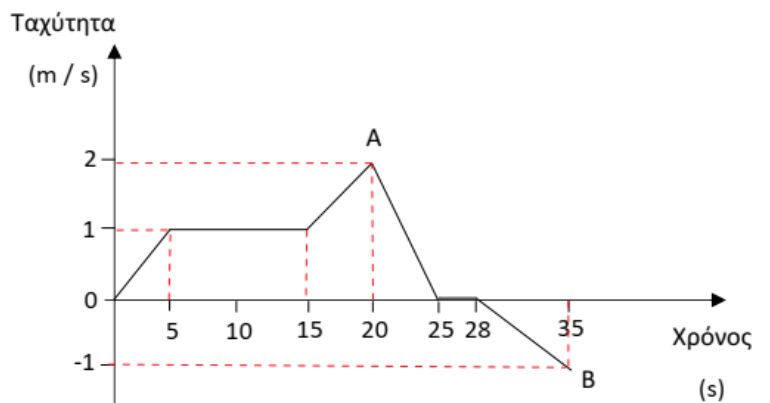
Υπολογίζουμε τώρα το μέτρο της τριβής ολίσθησης  $T = \mu \cdot N = 4 \text{ N}$

Επειδή προέκυψε  $F_x > T$ , συμπεραίνουμε ότι ο κύβος τη στιγμή  $t_0 = 0$  αρχίζει να κινείται.

### Θέμα 12355

Σχόλια :

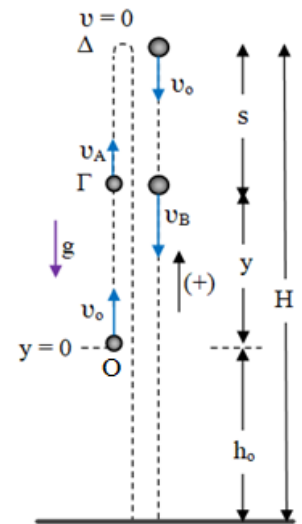
- 1) το διάγραμμα  $v - t$  δεν έχει σχεδιαστεί με ακρίβεια.  
π.χ. τη χρονική στιγμή  $t_3 = 20 \text{ s}$  η τιμή της ταχύτητας είναι (περίπου)  $1,95 \text{ m/s}$  και όχι  $2 \text{ m/s}$ .
- 2) Η άσκηση είναι πολύπλοκη (έχει 6 χρονικά διαστήματα με διαφορετικά είδη κινήσεων, απαιτεί πολλούς υπολογισμούς) και δεν ενδείκνυται για θέμα εξετάσεων.



## Θέμα 13581

### Σχόλιο :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σώματα στις αρχικές θέσεις και τη στιγμή της συνάντησης, τις ταχύτητές τους, τις μετατοπίσεις και τις αποστάσεις από το έδαφος.



### Ενδεικτική Λύση

4.1) Το ύψος  $H$  από το οποίο βάλλεται το σώμα B είναι το ανώτερο ύψος της τροχιάς του σώματος A.

$$v_{A\text{τελ}} = v_0 - g \cdot t_A \quad \text{ή} \quad \frac{v_0 - v_{A\text{τελ}}}{g} = t_A \quad \text{ή} \quad t_A = 1 \text{ s}$$

$$H = h_0 + v_0 \cdot t_A - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_A^2 = \left(5 + 10 - \frac{10}{2}\right) \text{ m} = 10 \text{ m, από το έδαφος.}$$

Άρα  $H = 2 \cdot h_0$  και η διαφορά ύψους των σημείων A-B είναι  $h_0$ .

(Μονάδες 6)

4.2) Τη χρονική στιγμή  $t_K$  που θα βρεθούν και τα δύο σώματα στο ίδιο ύψος, το σώμα A θα έχει διανύσει απόσταση  $y$  από την αρχική του θέση και το σώμα B θα έχει κατέβει κατά  $h_0 - y$  από τη θέση εκκίνησης.

$$y = v_0 \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2$$

$$h_0 - y = v_0 \cdot t_K + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2$$

Αν προσθέσω κατά μέλη τις δύο σχέσεις προκύπτει ότι:  $h_0 = 2 \cdot v_0 \cdot t_K$  ή  $t_K = \frac{h_0}{2 \cdot v_0} = \frac{5}{20} \text{ s}$  ή  $t_K = 0,25 \text{ s}$

### β' τρόπος

Οι εξισώσεις κίνησης των δύο σωμάτων είναι:

$$y_1 = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

και

$$y_2 = H - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Όταν τα σώματα απέχουν ίσες αποστάσεις από το έδαφος ισχύει:

$$y_1 = y_2 \quad \text{ή} \quad h_0 + v_0 \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2 = H - v_0 \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2 \quad \text{ή} \quad h_0 + v_0 \cdot t_K = H - v_0 \cdot t_K$$

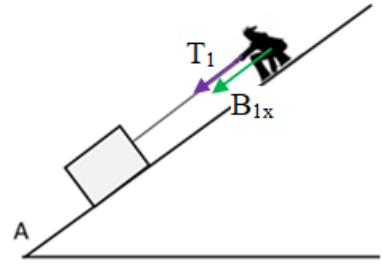
$$\text{ή} \quad 2v_0 \cdot t_K = H - h_0 \quad \text{ή} \quad t_K = \frac{H - h_0}{2v_0} \quad \text{ή} \quad t_K = 0,25 \text{ s}$$

(Μονάδες 7)

**Θέμα 13579**

Σχόλια :

1) Αν το επίπεδο ήταν λείο, τότε ο Μιχάλης θα δεχόταν στον άξονα x δύο δυνάμεις με φορά προς τα κάτω, με αποτέλεσμα να ολισθαίνει. Για να μπορεί να έλκει το κιβώτιο προς τα πάνω θα έπρεπε να στηρίζεται σε κάποιο σταθερό υποστήριγμα ώστε να δέχεται δύναμη με φορά προς τα πάνω.



2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) στο ερώτημα 4.1 δεν δικαιολογεί επαρκώς γιατί ισχύει η σχέση

$T = T' = F$ . Οι δυνάμεις  $\vec{F}$ ,  $\vec{T}'$  έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης, άρα  $F = T'$ .

Επίσης, στη σχέση (1) χρησιμοποιεί τη δύναμη  $\vec{F}$ , ενώ στο κιβώτιο ασκείται η δύναμη  $\vec{T}$  (που έχει ίσο μέτρο με την  $\vec{F}$ ).

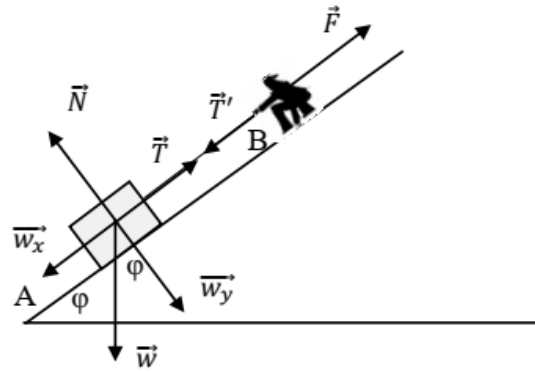
β) στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί τη σχέση  $W_T = - \mu mg \sin\varphi (AB)$  για το έργο της τριβής, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

Ενδεικτική Λύση

**4.1)** Αν το επίπεδο είναι λείο στο κιβώτιο θα ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος, η κάθετη δύναμη του δαπέδου και η τάση του νήματος. **Λόγω αβαρούς και μη εκτατού**

**νήματος**

$T = T' = F$ , όπου η  $T'$  η δύναμη που ασκείται από το νήμα στο χέρι του Μιχάλη και  $F$  η δύναμη που ασκεί ο Μιχάλης στο νήμα. Όπως στο σχήμα:



Με μέτρα:  $w = m \cdot g = 100 \text{ N}$

$w_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 60 \text{ N}$

Για τον άξονα των  $y$ :  $N = w_y = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 80 \text{ N}$

Και για τον άξονα των  $x$ :  $F - w_x = m \cdot a$  ή  $F = m \cdot a + w_x$  (1)

Το κιβώτιο ανεβαίνει 10 m σε 10 s οπότε

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \text{ ή } a = \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta t^2} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Άρα από τη σχέση (1) προκύπτει:  $F = (2 + 60)\text{N} = 62 \text{ N}$

(Μονάδες 7)

**4.4)** Το έργο της δύναμης  $F$  όταν το κεκλιμένο επίπεδο θεωρείται λείο είναι:

$$W_F = F \cdot (AB) = 620 \text{ J}$$

Άρα, λόγω της τριβής θα απαιτούνται επιπλέον  $620 \text{ J} \cdot 50\% = 310 \text{ J}$  κατανάλωση ενέργειας από τον Μιχάλη.

Έργο Τριβής:  $W_T = - \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot (AB) = -310 \text{ J}$

Οπότε:

$$\mu = \frac{310}{10 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot 10} = 0,3875 \cong 0,4$$

(Μονάδες 7)

## Θέμα 13580

Σχόλιο : Η διατύπωση «άκαμπτο νήμα» είναι άστοχη.

Προφανώς ο συγγραφέας εννοεί μη εκτατό νήμα, δηλαδή νήμα σταθερού μήκους.

## Θέμα 13582

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και την επιτάχυνσή του.

2) χρησιμοποιεί το ίδιο σύμβολο για την κάθετη δύναμη και την τριβή με αυτά του ερωτήματος 4.1.

Όμως, το μέτρο της κάθετης δύναμης και της τριβής έχουν διαφορετική τιμή, αφού μεταβλήθηκε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

### Ενδεικτική Λύση

**4.1)** Όταν το σώμα κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton (για τον κατακόρυφο και τον οριζόντιο άξονα αντίστοιχα)

ισχύει:

$$F_y - T - w = 0 \quad (1)$$

$$F_x - N = 0 \text{ ή } F_x = N$$

όπου  $T = \mu \cdot N = \mu \cdot F_x$

Άρα από την (1) προκύπτει:

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - \mu \cdot F \cdot \eta\mu\varphi - m \cdot g = 0$$

$$\left( F \cdot 0,8 - \frac{1}{3} \cdot F \cdot 0,6 - 3 \cdot 10 \right) N = 0 \text{ N ή } 0,6 \cdot F = 30 \text{ N ή } F = 50 \text{ N}$$

**Μονάδες 6**

**4.2)** Αν το σώμα κατεβαίνει προς τα κάτω, τότε η τριβή θα έχει κατεύθυνση προς τα πάνω. Στον κατακόρυφο άξονα ας θεωρήσουμε θετική τη φορά της κίνησης του σώματος. Από 1<sup>ο</sup> και 2<sup>ο</sup> νόμο Newton προκύπτει

$$m \cdot g - T - F'y = m \cdot a \quad (2)$$

$$F'x - N = 0 \text{ ή } F'x = N$$

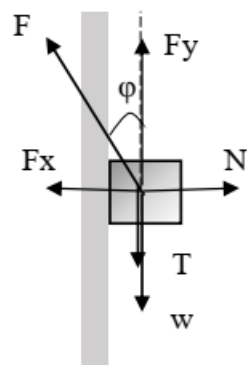
Όπου με συμβολίζουμε  $F'$  το νέο μέτρο της δύναμης.

Άρα:

$$m \cdot g - \mu \cdot F' \cdot \eta\mu\varphi - F' \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot a$$

$$3 \cdot 10 \text{ N} - \frac{1}{3} \cdot F' \cdot 0,6 - F' \cdot 0,8 = 3 \cdot 2 \text{ N ή } 24 \text{ N} = F' \cdot 1 \text{ ή } F' = 24 \text{ N}$$

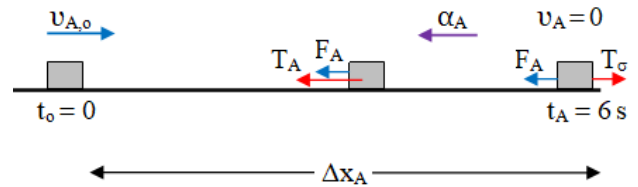
**Μονάδες 6**



### Θέμα 13583

#### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση αναφέρει ότι τα σώματα είναι από διαφορετικά υλικά, ενώ έχουν τον ίδιο συντελεστή τριβής με την επιφάνεια.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει τα σχήματα με τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα.
  - β) στο ερώτημα 4.4 δεν δικαιολογεί πως υπολόγισε τη χρονική στιγμή που σταματά το Α,
- 3) Ο υπολογισμός του έργου για το σώμα Α είναι λανθασμένος.



Αφού  $\Sigma F_{A,x} > T_A$ , στο σώμα Α ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}_A$  με φορά προς τα αριστερά.

Στον άξονα x ισχύει :  $\Sigma F_{A,x} = F_A + T_A \Leftrightarrow F_A = \Sigma F_{A,x} - T_A \Rightarrow F_A = 10 \text{ N} - 8 \text{ N} \Rightarrow F_A = 2 \text{ N}$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_A = 6 \text{ s}$ , το σώμα σταματά και η δύναμη  $\vec{F}_A$  τείνει να το κινήσει προς τα αριστερά, με αποτέλεσμα να εμφανιστεί στατική τριβή  $\vec{T}_\sigma$  με φορά προς τα δεξιά.

Για να κινηθεί το σώμα, πρέπει να ισχύει :  $F_A > T_{\sigma,A}$ .

Όμως :  $F_A = 2 \text{ N}$ ,  $T_{\sigma,A} \geq T_A \Rightarrow T_{\sigma,A} \geq 8 \text{ N}$ .

Αφού  $F_A < T_{\sigma,A}$ , το σώμα Α θα παραμείνει ακίνητο και δεν θα κινηθεί προς τα αριστερά.

**Δ4)** Το έργο της τριβής θα υπολογιστεί για κάθε σώμα:

#### Σώμα Β:

Η μετατόπιση του σώματος σε χρόνο 8 s είναι  $\Delta x = v_{B0} \cdot t_2 = 80 \text{ m}$

Και η τριβή  $T_B = \mu \cdot N = \mu \cdot m_B \cdot g = 0,4 \cdot 8 \cdot 10 \text{ N} = 32 \text{ N}$

Άρα έργο τριβής:  $W_{TB} = T_B \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ = -32 \cdot 80 \text{ J} = -2560 \text{ J}$

(Μονάδες 3)

#### Σώμα Α:

Το σώμα Α αλλάζει φορά κίνησης τη χρονική στιγμή 6s. Συνεπώς το διάστημα που διανύει στην διάρκεια των 8s δε συμπίπτει με την μετατόπισή του. Άρα δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της τριβής με τον τρόπο που εφαρμόσαμε στην περίπτωση του Β.

Για 6 s διανύει:  $x' = v_{A0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$  ή  $x = \left( 30 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 36 \right) \text{ m} = 90 \text{ m}$

Τα επόμενα 2 s προς την αντίθετη κατεύθυνση  $x'' = \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t'^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \text{ m} = 10 \text{ m}$

Άρα συνολικά διανύει μήκος διαδρομής 100 m.

Η τριβή σε όλο το χρονικό διάστημα κίνησης έχει κατεύθυνση αντίθετη της φοράς κίνησης και της μετατόπισης. Έχει όμως σταθερό μέτρο:

$$T_A = \mu \cdot N' = \mu \cdot m_A \cdot g = 0,4 \cdot 2 \cdot 10 \text{ N} = 8 \text{ N}$$

**720**

Άρα συνολικό έργο τριβής:  $W_{TA} = T_A \cdot (x' + x'') \cdot \sin 180^\circ = -8 \cdot (10 + 90) \text{ J} = -800 \text{ J}$

(Μονάδες 4)

## Θέμα 13584

### Σχόλια :

1) Στο ερώτημα 4.4, η εκφώνηση

α) δεν διευκρινίζει αν οι δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  συνεχίζουν να ασκούνται και αφού σταματήσουν να κινούνται οι κύβοι.

β) δεν αναφέρει ότι το μέτρο της οριακής στατικής τριβής είναι τουλάχιστον ίσο με το μέτρο της τριβής ολίσθησης ( $T_{op} \geq T$ ) για κάθε κύβο, ώστε να μπορεί να απαντήσει ο/η εξεταζόμενος/η με βεβαιότητα ότι αφού σταματήσουν οι κύβοι δεν θα κινηθούν προς τα αριστερά.

Το ερώτημα 4.4 είναι ιδιαίτερα περίπλοκο και δεν ενδείκνυται για θέμα εξετάσεων της Α' Λυκείου.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει κανένα σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στους κύβους, ενώ υπάρχουν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις!

β) στο ερώτημα 4.1 δεν εφαρμόζει τις συνθήκες ισορροπίας σε κάθε άξονα και το νόμο της τριβής ξεχωριστά, αλλά χρησιμοποιεί διαδοχικές ισότητες.

γ) στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί το σύμβολο  $\Delta y$  για τις μετατοπίσεις στον άξονα x.

### Ενδεικτική Λύση

**4.1)** Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για κάθε κύβο. Άρα

$$F_1 = T_A = \mu_A \cdot N = \mu_A \cdot m_A \cdot g = 0,4 \cdot 2 \cdot 10N = 8 N$$

$$F_2 = T_B = \mu_B \cdot N' = \mu_B \cdot m_B \cdot g = 0,1 \cdot 4 \cdot 10N = 4 N$$

(Μονάδες 5)

**4.4)** Αν τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s οι δυνάμεις  $F_1 = 8$  N και  $F_2 = 4$  N έχουν φορά αντίθετη στη φορά της κίνησης τότε:

Για τον κύβο Α:

$$a'_1 = \frac{F_1 + T_A}{m_A} = 8 \frac{m}{s^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο:  $v_A = v_{A0} - a'_1 \cdot t'_1$  ή  $0 = 20 - 8 \cdot t'_1$  ή  $t'_1 = 2,5$  s

και θα μετατοπιστεί κατά  $\Delta y$ :  $\Delta y = v_{A0} \cdot t'_1 - \frac{1}{2} \cdot a'_1 \cdot t'^2_1 = \left[ 20 \cdot \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \right] m = 25$  m

Για τον κύβο Β:

$$a'_2 = \frac{F_2 + T_B}{m_B} = 2 \frac{m}{s^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο:  $v_B = v_{B0} - a'_2 \cdot t'_2$  ή  $0 = 10 - 2 \cdot t'_2$  ή  $t'_2 = 5$  s

και θα μετατοπιστεί κατά  $\Delta y'$ :  $\Delta y' = v_{B0} \cdot t'_2 - \frac{1}{2} \cdot a'_2 \cdot t'^2_2 = \left[ 10 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 \right] m = 25$  m

Άρα οι δύο κύβοι επιβραδύνονται και ακινητοποιούνται στην ίδια απόσταση (25 m) από τη θέση  $x_0 = 0$ . Αυτή είναι και η θέση που θα ξαναβρεθούν δίπλα δίπλα και αυτό θα γίνει από τη χρονική στιγμή 5 s και μετά.

Σημείωση: Τα σώματα αφού ακινητοποιηθούν θα παραμείνουν ακίνητα δεδομένου ότι οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  είναι ίσες, κατά μέτρο, με την τριβή ολίσθησης για κάθε σώμα. Η τριβή ολίσθησης είναι πάντα μικρότερη από την οριακή στατική τριβή, οπότε όταν τα σώματα ακινητοποιηθούν δε θα κινηθούν πάλι υπό την επίδραση των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$ .

## Θέμα 13587

### Σχόλια :

- 1) Στα ερωτήματα 4.2, 4.4 **δεν μπορούν να υπολογιστούν** οι θέσεις  $x_B$ ,  $x_\Gamma$  αφού δεν δίνεται η αρχική θέση  $x_0$ .
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με το σώμα στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις δυνάμεις, τις ταχύτητες, τις επιταχύνσεις και τις μετατοπίσεις του σώματος.
  - β) στα ερωτήματα 4.2, 4.3 γράφει :  $x_B = 75 \text{ m}$ ,  $x_{\text{τελ}} = 650 \text{ m}$ . Αυτό ισχύει όταν  $x_0 = 0$ .
  - γ) στο ερώτημα 4.4
    - i) χρησιμοποιεί τη σχέση  $T' = \mu mg$  χωρίς να την αποδείξει.
    - ii) εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής με θετική φορά προς τα αριστερά, χωρίς να το αναφέρει και υπολογίζει το μέτρο της επιβράδυνσης, χωρίς να αναφέρει ότι είναι το μέτρο της.
    - iii) συμβολίζει με  $\Delta t$  το 2ο χρονικό διάστημα, ενώ έχει ήδη χρησιμοποιήσει το σύμβολο  $\Delta t$  για το 1ο χρονικό διάστημα.

4.2) Το σώμα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης

$$F_{\text{ολ}} = m \cdot a$$

Από το Θ.Μ.Κ.Ε. μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση:

$$\begin{aligned} K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} &= F_{\text{ολ}} \cdot \Delta x \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{τελ}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 &= \Delta x \cdot m \cdot a \\ \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot v_0^2 &= \Delta x \cdot a \\ \frac{3 \cdot v_0^2}{2 \cdot a} &= \Delta x \\ \Delta x &= \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 2} \text{ m} = 75 \text{ m} \end{aligned}$$

Συνεπώς η θέση που η ταχύτητα του σώματος θα είναι διπλάσια θα είναι  $x_B = 75 \text{ m}$

(Μονάδες 6)

4.3) Το σώμα μετά τα πρώτα 10 s κινείται σε δάπεδο όπου δέχεται τριβή ολίσθησης μέτρου:

$$T' = \mu \cdot m \cdot g = 0,6 \cdot 10 \cdot 10 = 60 \text{ N} > F$$

οπότε από το 2<sup>ο</sup> νόμο Newton προκύπτει:

$$\begin{aligned} T' - F &= m \cdot \alpha' \\ \mu \cdot m \cdot g - F &= m \cdot \alpha' \\ \alpha' &= \frac{\mu \cdot m \cdot g - F}{m} = \frac{60 - 50 \text{ m}}{10 \text{ s}^2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

Το διάστημα που θα διανύσει στο επίπεδο με το νέο συντελεστή τριβής ολίσθησης θα προκύψει από τις εξισώσεις κίνησης της νέας ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

$$\begin{aligned} v &= v_A - \alpha' \cdot \Delta t \quad (1) \\ \Delta x' &= v_A \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha' \cdot \Delta t^2 \quad (2) \end{aligned}$$

$$\text{Από (1) προκύπτει } \Delta t = \frac{v_A}{\alpha'} = \frac{30}{1} \text{ s} = 30 \text{ s}$$

$$\text{Από τη (2) } \Delta x' = (30 \cdot 30 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 30^2) \text{ m} = 450 \text{ m}$$

## Θέμα 13588

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση **δεν αναφέρει ότι η επιτάχυνση της σφαίρας είναι σταθερή** στη διάρκεια της κίνησης. Η αναφορά ότι «οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα έχουν σταθερό μέτρο» έπρεπε να γίνει πριν από το ερώτημα 4.1 και όχι στο ερώτημα 4.2.
- 2) Στο ερώτημα 4.2 έπρεπε να ζητά τη μετατόπιση από την 6η στην 7η φωτογραφία.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη σφαίρα στις διάφορες θέσεις, τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα, την επιτάχυνσή της και τις αποστάσεις που διανύει.
  - β) στα ερωτήματα 4.1, 4.4 χρησιμοποιεί το σύμβολο  $\Delta x$ ,  $\Delta z$  αντίστοιχα για μετατόπιση στον άξονα  $y$ .
  - γ) στο ερώτημα 4.4 συμβολίζει τη δυναμική ενέργεια  $E_{\Delta YN}$ , ενώ το σύμβολο είναι  $U$ .

**4.1)** Τα χρονικά διαστήματα στα οποία η φωτογραφική μηχανή λάμβανε λήψεις όσο έπεφτε η σφαίρα φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Λήψεις	1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	3 <sup>η</sup>	4 <sup>η</sup>	5 <sup>η</sup>	6 <sup>η</sup>	7 <sup>η</sup>	8 <sup>η</sup>	9 <sup>η</sup>	10 <sup>η</sup>	11 <sup>η</sup>
Χρόνος (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0

Συνεπώς από την 1<sup>η</sup> έως την 6<sup>η</sup> λήψη έχουν μεσολαβήσει 0,5 s

Η σφαίρα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση της σφαίρας:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ ή } \alpha = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2} \text{ ή } \alpha = 8 \frac{m}{s^2}, \text{ άρα η σφαίρα δεν κάνει ελεύθερη πτώση.}$$

(Μονάδες 6)

**4.4)** Όταν η σφαίρα φτάνει στο έδαφος (11<sup>η</sup> λήψη) έχει κινηθεί για χρονικό διάστημα 1 s. Και έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta z$ .

$$\Delta z = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_{11}^2 = 4 \text{ m}$$

Συνεπώς η αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας θα είναι:  $E_{\Delta YN} = m \cdot g \cdot \Delta z = 40 \text{ J}$

Και η τελική κινητική  $K_{T\epsilon\lambda} - K_{A\rho\chi} = W_{F\omicron\lambda}$  ή  $K_{T\epsilon\lambda} - 0 = m \cdot \alpha \cdot \Delta z$  ή  $K_{T\epsilon\lambda} = m \cdot \alpha \cdot \Delta z = 32 \text{ J}$

(Μονάδες 8)

## Θέμα 13589

**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις σφαίρες στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις ταχύτητές τους και τις αποστάσεις που διανύουν.

## Θέμα 13590

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι οι διαστάσεις του κύβου είναι ασήμαντες ώστε το πέρασμα από τη μία επιφάνεια στην άλλη να γίνει σχεδόν ακαριαία.
- 2) Στο ερώτημα 4.1, η διατύπωση «θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες» είναι λάθος. Το σωστό είναι : «θεωρήστε ότι η **οριακή** στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης».
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τον κύβο στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις δυνάμεις, τις ταχύτητες, τις επιταχύνσεις και τις μετατοπίσεις του.
  - β) στο ερώτημα 4.1 γράφει:  $\mu_A = \frac{T}{mg}$ ,  $\mu_B = \frac{T'}{mg}$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψαν οι σχέσεις.
  - γ) στο ερώτημα 4.2 χρησιμοποιεί το σύμβολο  $t_B$  (αντί του  $\Delta t_B$ ) για τη 2η χρονική διάρκεια.

### Ενδεικτική Λύση

**4.1)** Το διάγραμμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Μέχρι τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος κάνει ευθύγραμμη **ομαλή** επιταχυνόμενη κίνηση με μέτρο επιτάχυνσης που προκύπτει από την κλίση της ευθείας του διαγράμματος της ταχύτητας ως προς το χρόνο.

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2 \frac{m}{s^2}$$

Αν ασκούνταν μόνο η δύναμη F στο οριζόντιο επίπεδο (από το 2<sup>ο</sup> νόμο Newton)  $F = m \cdot \alpha$  θα προέκυπτε επιτάχυνση  $\alpha = \frac{F}{m} = 3 \frac{m}{s^2}$ . Άρα υπάρχει και τριβή οπότε:

$$F - T = m \cdot \alpha$$

$$T = F - m \cdot \alpha = 2 \text{ N}$$

Από το νόμο της τριβής, ο συντελεστής τριβής για την πρώτη επιφάνεια είναι  $\mu_A = \frac{T}{m \cdot g} = 0,1$

Μετά τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος κινείται με σταθερή ταχύτητα (από το 1<sup>ο</sup> νόμο Newton):  $F = T' = 6 \text{ N}$

Από το νόμο της τριβής, ο συντελεστής τριβής για τη δεύτερη επιφάνεια είναι  $\mu_B = \frac{T'}{m \cdot g} = 0,3$

(Μονάδες 6)

**4.2)** Η μετατόπιση του κύβου (στις δύο επιφάνειες) είναι:

$$\Delta x_A + \Delta x_B = \frac{1}{2} a \cdot t_A^2 + v \cdot t_B = \left( \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5 \right) m = 75 \text{ m}$$

(Μονάδες 6)

**4.3)** Μετά τη χρονική στιγμή 10 s ο κύβος θα ολισθαίνει σε επιφάνεια με τριβή και θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton έχουμε

$$T' = m \cdot \alpha' \quad \text{ή} \quad \alpha' = \frac{T'}{m} = 3 \frac{m}{s^2}$$

με αρχική ταχύτητα  $v_B = 10 \text{ m/s}$ .

$$v'_B = v_B - \alpha' \cdot \Delta t_{\Gamma}$$

$$\frac{v_B}{\alpha'} = \Delta t_{\Gamma}$$

$$\Delta t_{\Gamma} = 3,33 \text{ s}$$

Άρα ο κύβος θα ακινητοποιηθεί τη χρονική στιγμή 13,33 s

(Μονάδες 6)

## Θέμα 13591

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι οι διαστάσεις του κύβου είναι ασήμαντες ώστε το πέρασμα του κύβου από τη μία επιφάνεια στην άλλη να γίνει σχεδόν ακαριαία.
- 2) Στο ερώτημα 4.1, η σωστή διατύπωση είναι : «θεωρήστε ότι η **οριακή** στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης».
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τον κύβο στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις δυνάμεις, τις ταχύτητες, τις επιταχύνσεις και τις μετατοπίσεις του.
  - β) γράφει το νόμο της τριβής :  $T = \mu mg$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή. Ο νόμος της τριβής είναι :  $T = \mu N$ .**Η σχέση  $T = \mu mg$  δεν είναι ο νόμος της τριβής και δεν ισχύει πάντοτε.**
  - γ) στα ερωτήματα 4.2, 4.3 χρησιμοποιεί το συμβολισμό  $t_{0-5}$  για το 1ο χρονικό διάστημα  $\Delta t_1 = 5 \text{ s}$  και  $t_{5-10}$  για το 2ο χρονικό διάστημα  $\Delta t_2 = 10 \text{ s} - 5 \text{ s} = 5 \text{ s}$ .

### Ενδεικτική Λύση

4.1) Το διάγραμμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Μέχρι τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος έχει επιτάχυνση  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , άρα σύμφωνα με τον 2° νόμο Newton:

$$\begin{aligned}F - T &= m \cdot \alpha \\F - \mu \cdot m \cdot g &= m \cdot \alpha \\F &= m \cdot \alpha + \mu \cdot m \cdot g \\F &= (2 \cdot 5 + 0,2 \cdot 2 \cdot 10)\text{N} = 14 \text{ N}\end{aligned}$$

Μετά το σημείο Σ ο κύβος έχει επιτάχυνση  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , άρα σύμφωνα με τον 2° νόμο Newton:

$$\begin{aligned}F - T' &= m \cdot \alpha' \\T' &= F - m \cdot \alpha' \\T' &= (14 - 2 \cdot 2)\text{N} = 10 \text{ N}\end{aligned}$$

Από το νόμο της τριβής:

$$\begin{aligned}T' &= \mu' \cdot m \cdot g \\ \mu' &= \frac{T'}{m \cdot g} = 0,5\end{aligned}$$

(Μονάδες 6)

4.2) Ο χρόνος που χρειάζεται ο κύβος για να φτάσει στο σημείο Σ (στο τέλος της πρώτης επιφάνειας) είναι 5 s. Η ταχύτητα του τότε θα είναι:

$$v_5 = \alpha \cdot t_5 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η ταχύτητα του 5s πιο μετά θα είναι:

$$\begin{aligned}v_{10} &= v_5 + \alpha' \cdot t_{5-10} \\v_{10} &= (25 + 2 \cdot 5) \frac{\text{m}}{\text{s}} = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

(Μονάδες 6)

4.3) Η απόσταση που διανύει ο κύβος για το χρονικό διάστημα από 0 s μέχρι 10 s (για τις δύο επιφάνειες) είναι:

$$S_A + S_B = \frac{1}{2} \alpha \cdot t_{0-5}^2 + v_5 \cdot t_{5-10} + \frac{1}{2} \alpha' \cdot t_{5-10}^2 = \left( \frac{1}{2} 5 \cdot 5^2 + 25 \cdot 5 + \frac{1}{2} 2 \cdot 5^2 \right) \text{m} = 212,5 \text{ m}$$

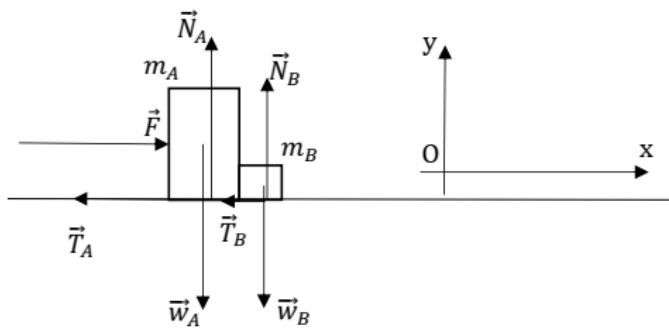
(Μονάδες 6)

**Θέμα 13632**

Σχόλια :

- 1) Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο, συνεπώς το ερώτημα 4.1 είναι εκτός ύλης.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει στο αρχικό σχήμα τις δυνάμεις επαφής μεταξύ των σωμάτων ούτε αναφέρει ότι έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης και δεν τις λαμβάνει υπ’ όψη κατά την εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου της Μηχανικής.
  - β) χρησιμοποιεί την έννοια «εξωτερικές δυνάμεις συστήματος σωμάτων», η οποία δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο.
  - γ) εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο για το σύστημα σωμάτων, με τη μορφή  $a = \frac{F - T_A - T_B}{m_A + m_B}$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

**ΘΕΜΑ 4**



4.1. Αν θεωρήσουμε τα σώματα A και B ως **σύστημα σωμάτων**, οι **εξωτερικές δυνάμεις** που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } \sum F_y = 0, N_A = w_A, N_A = m_A \cdot g, N_A = 40 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } \sum F_y = 0, N_B = w_B, N_B = m_B \cdot g, N_B = 10 \text{ N} \end{array} \right\} \text{ (Μονάδες 2)}$$

Για την μέγιστη στατική (οριακή) τριβή ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ορΑ} = \mu_{ορ} \cdot N_A = 10 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ορΒ} = \mu_{ορ} \cdot N_B = 2,5 \text{ N} \end{array} \right\} \text{ (Μονάδες 2)}$$

Η δύναμη  $\vec{F}$  ασκείται στο σώμα A τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . Η κίνηση του συστήματος αρχίζει την ίδια χρονική στιγμή, επειδή:  $20 \text{ N} = F > T_{ορΑ} + T_{ορΒ} = 12,5 \text{ N}$ . (Μονάδες 2)

**Μονάδες 6**

4.2. Για την τριβή ολίσθησης ισχύει:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ολΑ} = \mu_{ολ} \cdot N_A = 8 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ολΒ} = \mu_{ολ} \cdot N_B = 2 \text{ N} \end{array} \right\}$ .

(Μονάδες 2)

**Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων A και B:**

$$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a, a = \frac{F - T_{ολΑ} - T_{ολΒ}}{m_A + m_B}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (Μονάδες 3)}$$

Το σώμα B κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος:

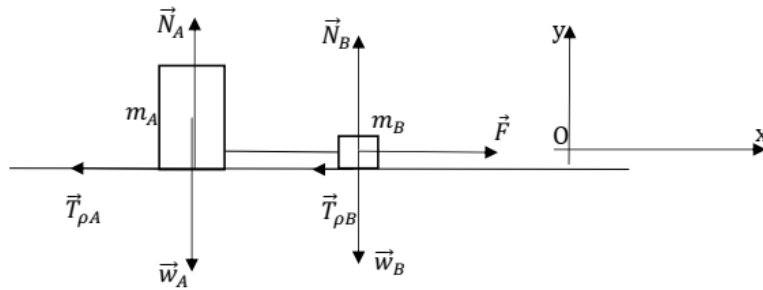
$$\alpha_B = a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (Μονάδες 2)}$$

## Θέμα 13633

### Σχόλια :

- 1) Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο, συνεπώς το ερώτημα 4.1 είναι εκτός ύλης.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει στο αρχικό σχήμα τις τάσεις του νήματος και δεν τις λαμβάνει υπ' όψη κατά την εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου της Μηχανικής.
  - β) στο ερώτημα 4.1 χρησιμοποιεί την έννοια «εξωτερικές δυνάμεις συστήματος σωμάτων», η οποία δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο.  
Για να δικαιολογήσει ότι τα σώματα θα ξεκινήσουν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  χρησιμοποιεί τις τριβές ολίσθησης  $T_{ολ,A}$ ,  $T_{ολ,B}$  και όχι τις οριακές στατικές τριβές  $T_{ορ,A}$ ,  $T_{ορ,B}$ .
  - γ) εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο για το σύστημα σωμάτων, με τη μορφή  $a = \frac{F - T_A - T_B}{m_A + m_B}$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

### ΘΕΜΑ 4



4.1. Αν θεωρήσουμε τα σώματα A και B και το ιδανικό, τεντωμένο, νήμα που τα συνδέει ως **σύστημα σωμάτων**, οι **εξωτερικές δυνάμεις** που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. Στον άξονα Oγ δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } \sum F_y = 0, N_A = w_A, N_A = m_A \cdot g, N_A = 40 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } \sum F_y = 0, N_B = w_B, N_B = m_B \cdot g, N_B = 10 \text{ N} \end{array} \right\} \text{ (Μονάδες 2)}$$

Για την μέγιστη στατική (οριακή) τριβή ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ολ,A} = \mu_{ορ} \cdot N_A = 10 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ολ,B} = \mu_{ορ} \cdot N_B = 2,5 \text{ N} \end{array} \right\} \text{ (Μονάδες 2)}$$

Η δύναμη  $\vec{F}$  ασκείται στο σώμα A τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . Η κίνηση του συστήματος αρχίζει την ίδια χρονική στιγμή, επειδή:  $20 \text{ N} = F > T_{ολ,A} + T_{ολ,B} = 12,5 \text{ N}$ . (Μονάδες 2)

### Μονάδες 6

4.2. Για την τριβή ολίσθησης ισχύει:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ολ,A} = \mu_{ολ} \cdot N_A = 8 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ολ,B} = \mu_{ολ} \cdot N_B = 2 \text{ N} \end{array} \right\}$

(Μονάδες 2)

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων A και B:

$$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a, a = \frac{F - T_{ολ,A} - T_{ολ,B}}{m_A + m_B}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (Μονάδες 3)}$$

Το σώμα B κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος:

$$a_B = a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (Μονάδες 2)}$$

## Θέμα 13634

### Σχόλια :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

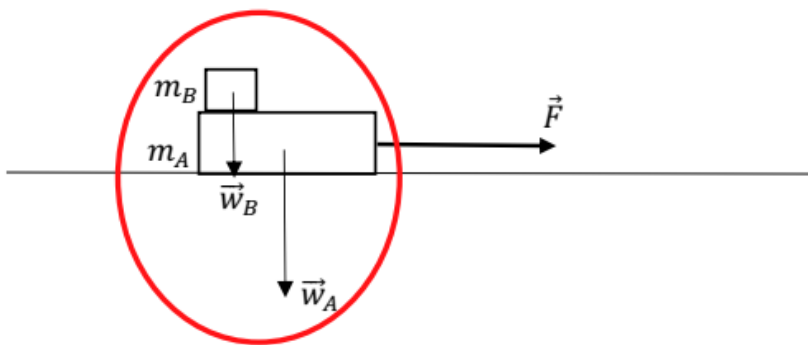
α) δεν έχει σχεδιάσει στο αρχικό σχήμα τις δυνάμεις τριβής μεταξύ των σωμάτων και δεν τις λαμβάνει υπ' όψη κατά την εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου της Μηχανικής.

β) στον άξονα y δεν έχει σχεδιάσει τις δυνάμεις επαφής  $\vec{N}_A$ ,  $\vec{N}_B$  μεταξύ των σωμάτων καθώς και τη δύναμη  $\vec{N}$  που ασκεί το δάπεδο στο σώμα A.

γ) στο ερώτημα 4.1 εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα σωμάτων, με τη μορφή  $a = \frac{F}{m_A + m_B}$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

Η έννοια του συστήματος σωμάτων δεν διδάσκεται στην Α' Λυκείου.

### ΘΕΜΑ 4



4.1. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων A και B:

$$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a, a = \frac{F}{m_A + m_B}, a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Μονάδες 6

## Θέμα 13638

### Σχόλια :

- 1) Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο, συνεπώς το ερώτημα 4.1 είναι εκτός ύλης.
- 2) Η διατύπωση «να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον» δεν είναι σωστή. Μια καλύτερη διατύπωση είναι «να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας του σώματος Β και του περιβάλλοντος λόγω της τριβής».

## Θέμα 13640

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν η δύναμη συνεχίζει να ασκείται μετά τον μηδενισμό της (με φορά προς τα πάνω) ή καταργείται.  
Αν ισχύει η 1η περίπτωση, τότε η σχέση  $F = 10 - 5x$  εκφράζει την αλγεβρική τιμή και όχι το μέτρο της δύναμης.  
Αν ισχύει η 2η περίπτωση, τότε για  $x > 2 \text{ m}$  η τριβή είναι σταθερή ( $T = 4 \text{ N}$ ).  
Το σώμα θα σταματήσει στη θέση  $x = 3 \text{ m}$  και όχι στη θέση  $x = 4 \text{ m}$  που αναφέρει η εκφώνηση.
- 2) Στο ερώτημα 4.1 η σωστή διατύπωση είναι : «Να βρείτε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της τριβής ολίσθησης με τη θέση  $x$ »
- 3) Η διατύπωση «να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον» δεν είναι σωστή. Μια καλύτερη διατύπωση είναι «να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας του σώματος και του περιβάλλοντος λόγω της τριβής».

Συμπέρασμα : Η εκφώνηση έχει ασαφή δεδομένα και δεν είναι κατάλληλη για θέμα εξετάσεων.

## Θέμα 13641

### Σχόλια

- 1) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν η δύναμη συνεχίζει να ασκείται μετά τον μηδενισμό της (με φορά προς τα κάτω) ή καταργείται.  
Αν ισχύει η 1η περίπτωση, τότε η σχέση  $F = 10 - 5x$  εκφράζει την αλγεβρική τιμή και όχι το μέτρο της δύναμης.  
Αν ισχύει η 2η περίπτωση, τότε για  $x > 2 \text{ m}$  η τριβή είναι σταθερή ( $T = 4 \text{ N}$ ).  
Το σώμα θα σταματήσει στη θέση  $x = 5 \text{ m}$  και όχι στη θέση  $x = 4 \text{ m}$  που αναφέρει η εκφώνηση.
- 2) Στο ερώτημα 4.1 η σωστή διατύπωση είναι : «Να βρείτε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της τριβής ολίσθησης με τη θέση  $x$ »
- 3) Η διατύπωση «να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον» δεν είναι σωστή. Μια καλύτερη διατύπωση είναι «να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας του σώματος και του περιβάλλοντος λόγω της τριβής».

Συμπέρασμα : Η εκφώνηση έχει ασαφή δεδομένα και δεν είναι κατάλληλη για θέμα εξετάσεων.

## Θέμα 13658

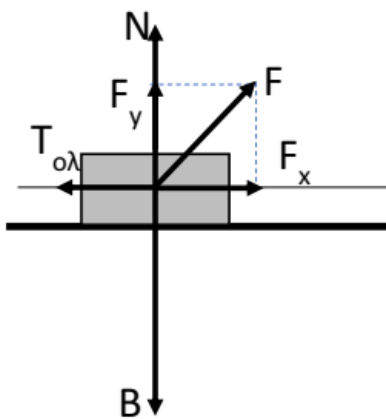
Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) χρησιμοποιεί το ίδιο σύμβολο  $N$  για το μέτρο της κάθετης δύναμης σε όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης (καθώς και για την τριβή στο 2ο σχήμα).

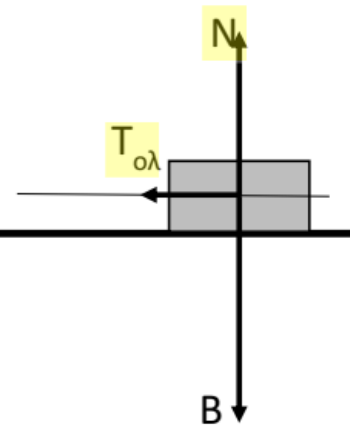
Αρχικά το μέτρο της κάθετης δύναμης ήταν  $N = mg - F_{\eta\mu\phi} \cong 115 \text{ N}$ , ενώ από τη στιγμή που καταργείται η δύναμη γίνεται  $N' = mg = 200 \text{ N}$ .

2) στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί τη σχέση  $T' = \mu mg$ , χωρίς να την αποδείξει.

4.2



Από 0 s – 4 s



Από 4 s -  $t_2$

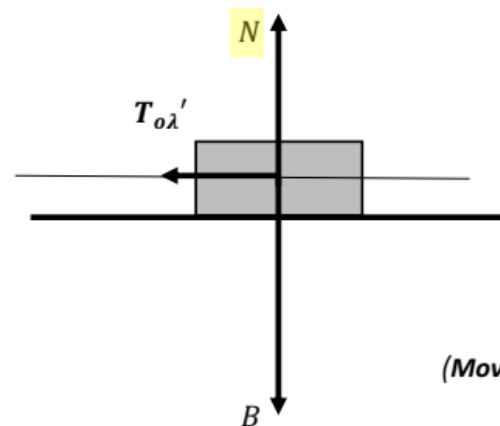
(Μονάδες 7)

4.4.

Μετά την χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  έχουμε:

$$\text{Η νέα } T'_{ολ} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg$$

$$\Rightarrow T'_{ολ} = 0,35 \cdot 20 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T'_{ολ} = 70 \text{ N}$$



(Μονάδες 2)

Από Θ.Μ.Κ.Ε., για το χρονικό διάστημα  $4 \text{ s} \rightarrow t_2$ , έχουμε:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 = -T'_{ολ} \cdot s_1 \Rightarrow \frac{1}{2} 20 \text{ kg} \cdot (2 \text{ m/s})^2 = 70 \text{ N} \cdot s_1 \Rightarrow s_1 = \frac{4}{7} \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

$$s_{ολ} = s + s_1 \Rightarrow s_{ολ} = \frac{32}{7} \text{ m}$$

(Μονάδα 1)

## Θέμα 13660

Σχόλιο : Για την απάντηση στο ερώτημα 4.3 χρειάζεται η τιμή της οριακής στατικής τριβής  $T_{op}$  ανάμεσα στο σώμα και στο κεκλιμένο επίπεδο.

Έπρεπε να αναφέρει η εκφώνηση : «Να δεχθείτε ότι το μέτρο της οριακής στατικής τριβής στο κεκλιμένο επίπεδο είναι ίσο με της τριβής ολίσθησης, δηλαδή  $T_{op} = T_1$  .

## Θέμα 13666

## Θέμα 13667

Σχόλια για τα θέματα 13666, 13667 :

Στο ερώτημα 4.4 η διατύπωση «Να υπολογίσετε την ενέργεια η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω τριβών» δεν είναι ακριβής.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας του σώματος και του περιβάλλοντος εξαιτίας της τριβής».

## Θέμα 13696

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει κατά την κάθοδο τη μετατόπιση  $\Delta y_2 = 45 \text{ m}$ .

Εφ' όσον η θετική φορά είναι προς τα πάνω, κατά την κάθοδο η μετατόπιση είναι (αλγεβρικά)

$\Delta y_2 = -45 \text{ m}$  και το μέτρο της μετατόπισης (το διάστημα) είναι  $s_2 = |\Delta y_2| = 45 \text{ m}$ .

**4.4)** Τη στιγμή που το δέμα αφήνεται ελεύθερο κινείται με την ταχύτητα του ελικοπτέρου, άρα θα έχει αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  και φορά προς τα πάνω. Το δέμα θα εκτελέσει κατακόρυφη βολή προς τα πάνω στο βαρυτικό πεδίο της Γης.

(Μονάδες 2)

Αναλυτικότερα, κατά την άνοδο, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση  $\vec{g}$  και από τις εξισώσεις κίνησης υπολογίζουμε την μετατόπιση του δέματος:

$$v = v_0 - g \cdot t \text{ ή } 0 = 10 - 10 \cdot t_{av} \text{ ή } t_{av} = 1 \text{ s, και}$$

$$\Delta y_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{av}^2 = 10 - 5 = 5 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

Κατά την κάθοδο, η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση και η μετατόπιση του δέματος θα είναι:

$$\Delta y_2 = \Delta y_1 + H = 45 \text{ m}$$

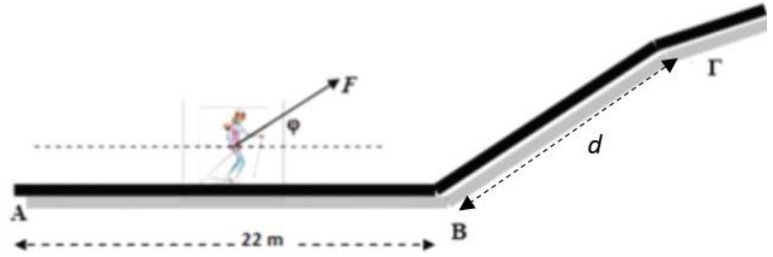
Άρα το συνολικό διάστημα που διανύει το δέμα, μέχρι να φτάσει το έδαφος είναι:

$$S = |\Delta y_1| + |\Delta y_2| = 50 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

### Θέμα 13701

Σχόλιο : Στο σχήμα φαίνεται ότι το σημείο Γ βρίσκεται στο ανώτερο τμήμα της πλαγιάς, το οποίο έχει διαφορετική κλίση από το κατώτερο τμήμα.



### Θέμα 13706

Σχόλιο : Η διατύπωση «με την επίδραση σταθερής μέσης οριζόντιας δύναμης» είναι άστοχη. Η έννοια της μέσης δύναμης χρησιμοποιείται όταν το μέτρο της δύναμης δεν είναι σταθερό.

### Θέμα 13708

Σχόλια : Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι

- 1) η δύναμη  $\vec{F}$  βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με την αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_0$  (με τον άξονα  $x$ ).
- 2) οι διαστάσεις του κύβου είναι ασήμαντες ώστε να δεχτούμε ότι η μετάβαση από τη λεία στην τραχειά επιφάνεια γίνεται σχεδόν ακαριαία.

### Θέμα 13703

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας θεωρεί ότι στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow t_1$  που επιταχύνεται το αυτοκίνητο, στον άξονα  $x$  ασκούνται η κινητήρια δύναμη  $\vec{F}$  και η τριβή ολίσθησης  $\vec{T}$ .

**Αυτό είναι λάθος!**

Στη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης ασκείται μόνο η κινητήρια δύναμη  $\vec{F}$  (η οποία είναι η συνισταμένη των στατικών τριβών που ασκούνται στους κινητήριους τροχούς).

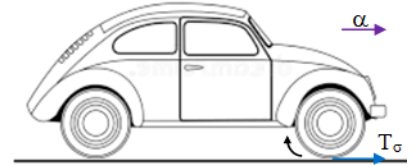
**Εφ' όσον οι τροχοί περιστρέφονται χωρίς να ολισθαίνουν, δεν υπάρχει τριβή ολίσθησης.**

Μόνο στη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης (που οι τροχοί έχουν μπλοκάρει και δεν περιστρέφονται) υπάρχει τριβή ολίσθησης.

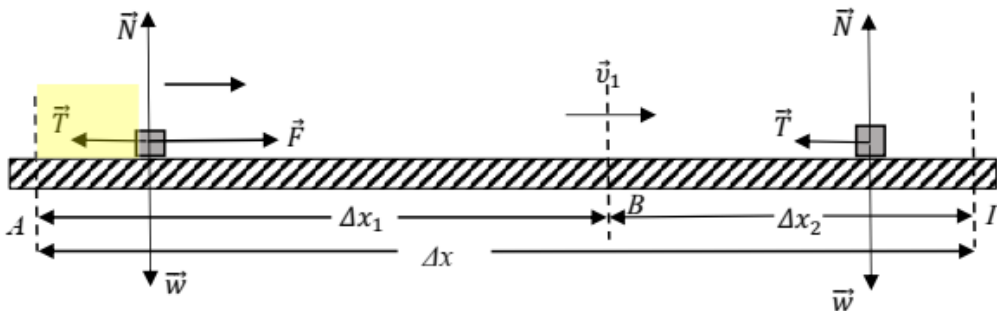
Η σωστή απάντηση στο ερώτημα 4.4 είναι :

Αφού η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, η μοναδική δύναμη που ασκείται στο αυτοκίνητο στη διεύθυνση της κίνησης κατά τη χρονική διάρκεια  $t_0 = 0 \text{ s} \rightarrow t_1 = 8 \text{ s}$  είναι η κινητήρια δύναμη  $\vec{F}$ . Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής :

$$\Sigma F_x = m a_1 \Leftrightarrow F = m a_1 \Rightarrow F = 1250 \text{ Kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow F = 2500 \text{ N}.$$



#### Ενδεικτική Λύση



Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται τόσο η διαδρομή κατά την οποία το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (ΑΒ), όσο και η διαδρομή κατά την οποία το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (ΒΓ) μέχρι να ακινητοποιηθεί (σημείο Γ). Έχουν σχεδιαστεί επίσης οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε κάθε κίνηση.

**4.4)** Για να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης  $F$  που επιταχύνει το αυτοκίνητο στη χρονική διάρκεια από  $0 \rightarrow t_1$  εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης, :

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης}$$

$$F - T = m \cdot a \text{ ή } F - 10000 \text{ N} = (1250 \cdot 2) \text{ N ή } F = 12500 \text{ N}$$

**Μονάδες 7**

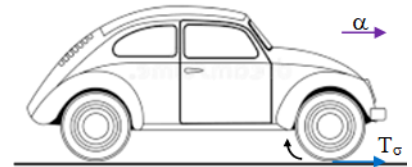
### Θέμα 13705

Σχόλιο : Η άσκηση είναι εντελώς ΛΑΘΟΣ!

**Όταν ένα όχημα κινείται κανονικά** (οι τροχοί του περιστρέφονται χωρίς να ολισθαίνουν), **δεν υπάρχει τριβή ολίσθησης.**

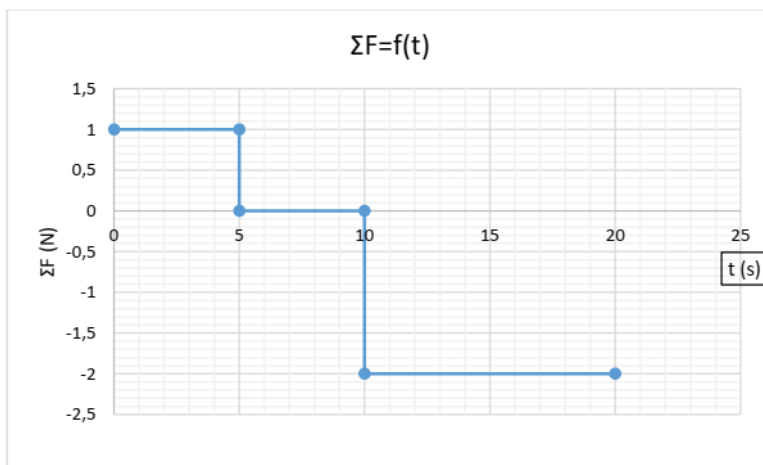
Η δύναμη που κινεί το όχημα είναι **η κινητήρια δύναμη  $\vec{F}$**  (η οποία είναι **η συνισταμένη των στατικών τριβών** που ασκούνται στους κινητήριους τροχούς).

**Η τριβή ολίσθησης εμφανίζεται μόνο όταν χάνεται η πρόσφυση** (π.χ. στη διάρκεια ενός απότομου φρεναρίσματος ή κατά την είσοδο σε στροφή με μεγάλη ταχύτητα).



### Θέμα 13713

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας σχεδιάζει στο διάγραμμα  $\Sigma F - t$  τα κάθετα τμήμα με συνεχείς γραμμές. Αυτό σημαίνει ότι τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 5 \text{ s}$  και  $t_2 = 10 \text{ s}$  η συνισταμένη δύναμη έχει άπειρες τιμές, πράγμα που δεν έχει νόημα.



### Θέμα 14217

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) στο ερώτημα 4.1 χρησιμοποιεί την έννοια του συστήματος σωμάτων και γράφει τον 1ο νόμο του Newton στη διεύθυνση της κίνησης, χωρίς να αναφέρει τις τάσεις των νημάτων.

Η έννοια του συστήματος σωμάτων δεν περιλαμβάνεται στην ύλη της Α' Λυκείου.

#### ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Στην κατακόρυφη διεύθυνση (διεύθυνση  $y$ ) οι δυνάμεις ισορροπούν σε κάθε σώμα. Άρα ισχύουν:

$$\Sigma_1: \quad \Sigma F_y = N_1 - B_1 = 0$$

$$\text{Άρα } N_1 = B_1 = m_1 \cdot g = 20 \text{ N}$$

$$\Sigma_2: \quad \Sigma F_y = N_2 - B_2 = 0$$

$$\text{Άρα } N_2 = B_2 = m_2 \cdot g = 10 \text{ N}$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής, υπολογίζουμε τα μέτρα των τριβών στα δύο σώματα:

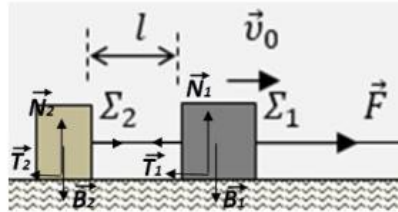
$$T_1 = \mu \cdot N_1 = 0,25 \cdot 20 \text{ N} = 5 \text{ N}$$

$$T_2 = \mu \cdot N_2 = 0,25 \cdot 10 \text{ N} = 2,5 \text{ N}$$

Επειδή στην οριζόντια διεύθυνση τα σώματα κινούνται με σταθερή ταχύτητα, οι δυνάμεις ισορροπούν και στη διεύθυνση αυτή (διεύθυνση  $x$ ). Εφαρμόζοντας τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων:

$$\Sigma F_x = F - T_1 - T_2 = 0$$

$$\text{Άρα } F = T_1 + T_2 = 7,5 \text{ N}$$



### Θέμα 14255

Σχόλια :

1) Στο ερώτημα 4.2 έπρεπε να ζητείται η κατακόρυφη μετατόπιση **ενός σημείου** του ελικοπτέρου, αφού το ελικοπτερο δεν μπορεί να θεωρηθεί σημειακό κινητό.

2) Στο ερώτημα 4.4 η έκφραση «κάποιος ασκεί στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη, δίνοντάς του μια πολύ μικρή σταθερή ταχύτητα» δεν είναι ακριβής.

Αρχικά το κιβώτιο δεν έχει οριζόντια ταχύτητα, άρα η δύναμη το επιταχύνει για λίγο και στη συνέχεια κινείται με σταθερή (οριζόντια) ταχύτητα.

Δηλαδή, ο υπολογισμός του έργου είναι προσεγγιστικός αφού πρέπει να υποθέσουμε ότι η δύναμη είναι συνεχώς σταθερή και ότι η οριζόντια ταχύτητα του κιβωτίου είναι επίσης σταθερή.

3) Ως προς ένα σταθερό σημείο του εδάφους, **το κιβώτιο εκτελεί σύνθετη κίνηση** (συνδυασμό ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο άξονα και ομαλά επιταχυνόμενης στον κατακόρυφο άξονα).

Οι σύνθετες κινήσεις ανήκουν στη διδακτέα ύλη της Β' Λυκείου, συνεπώς **το ερώτημα 4.4 θεωρείται εκτός ύλης**.

## Θέμα 14254

Σχόλιο : Στο ερώτημα 4.2 έπρεπε να ζητείται η μετατόπιση ενός σημείου του πλοίου, αφού το πλοίο δεν μπορεί να θεωρηθεί σημειακό κινητό.

## Θέμα 14256

Σχόλια :

- 1) Η έννοια του συστήματος σωμάτων δεν διδάσκεται στην Α΄ Λυκείου.
- 2) Κατά τη διάρκεια της κίνησης η μάζα του συστήματος μειώνεται (λόγω του νερού που εκτοξεύεται από τη βάση), άρα η επιτάχυνση αυξάνεται.  
Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι η μεταβολή της μάζας στη διάρκεια της κίνησης είναι ασήμαντη.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στον αθλητή και στη βάση.
  - β) στο ερώτημα 4.1 εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για σύστημα σωμάτων (σχέση που δεν είναι γνωστή στην Α΄ Λυκείου) χωρίς να αναφέρει τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα.
  - γ) στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας χωρίς να εξηγήσει πως προέκυψε η σχέση που χρησιμοποιεί.

### ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στο σύστημα βάση-αθλητής:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{\text{συστ.}} &= (M + m) \cdot a \\ F - (M + m) \cdot g &= (M + m) \cdot a \\ a &= \frac{F}{M + m} - g = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\end{aligned}$$

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  η βάση έχει ανέβει σε ύψος:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 4 \text{ m}$$

4.2 Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τον αθλητή:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{\text{αθλ.}} &= M \cdot a \\ F_1 - M \cdot g &= M \cdot a \\ F_1 &= M \cdot (g + a) = 960 \text{ N}\end{aligned}$$

4.3 Ενέργεια προσφέρεται από τη βάση στον αθλητή, μέσω του έργου της δύναμης που του ασκεί:

$$E_{\text{πρ.}} = W_{F_1} = F_1 \cdot h = 3840 \text{ J}$$

4.4 Σε αυτή την κατακόρυφη προς τα πάνω κίνηση, αυξήθηκε η δυναμική ενέργεια του συστήματος βάση-αθλητής:

$$\Delta U = (M + m) \cdot g \cdot h = 3600 \text{ J}$$

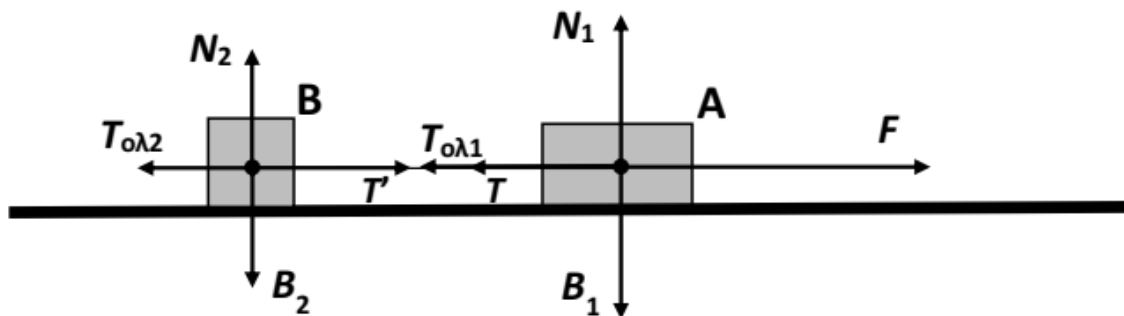
## Θέμα 14388

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο και οριζόντιο και η δύναμη  $\vec{F}$  έχει τη διεύθυνση του νήματος.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για σύστημα σωμάτων (σχέση που δεν είναι γνωστή στην Α΄ Λυκείου) χωρίς να αναφέρει τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα και να δικαιολογήσει γιατί δεν λαμβάνει υπ' όψη τις τάσεις του νήματος.

### Ενδεικτική λύση

4.1



Σχεδίαση δυνάμεων με διαφορετικά σύμβολα για τις διαφορετικές τριβές και διαφορετικές κάθετες συνιστώσες αντίδρασης για τα 2 σώματα.

(Μονάδες 8Χ1=8)

4.2

$\Sigma F_y = 0$  για κάθε σώμα. Άρα

$$N_1 = B_1 = M \cdot g \quad (1) \text{ και}$$

$$N_2 = B_2 = m \cdot g \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

Για το σύστημα των δύο σωμάτων και για τον άξονα κίνησης έχουμε:

$$\Sigma F = (M + m) \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ1} - T_{ολ2} = (M + m) \cdot a \Rightarrow$$

$$F - \mu \cdot N_1 - \mu \cdot N_2 = (M + m) \cdot a \stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow}$$

$$F - \mu \cdot M \cdot g - \mu \cdot m \cdot g = (M + m) \cdot a \Rightarrow$$

$$28 \text{ N} - 0,5(3 \text{ Kg} + 1 \text{ Kg}) \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = (3 \text{ Kg} + 1 \text{ Kg}) \cdot a \Rightarrow$$

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 3)

## Θέμα 14389

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4

1) χρησιμοποιεί τη σχέση  $a = \frac{W_{\Sigma F(K_1)}}{W_F} \cdot 100\%$  για να υπολογίσει το ζητούμενο ποσοστό, χωρίς να

δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

2) για να υπολογίσει το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ , εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για σύστημα σωμάτων, σχέση η οποία είναι εκτός διδακτέας ύλης.

### 4.4

Έχουμε

$$a = \frac{W_{\Sigma F(K_1)}}{W_F} 100\% = \frac{(F - T - T_{ολ1}) \cdot \cancel{\Delta x}}{F \cdot \cancel{\Delta x}} 100\% \quad (4)$$

Υπολογίζουμε το μέτρο της  $\vec{F}$ .

$$F - T_{ολ1} - T_{ολ2} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F = 15 \text{ N} + 25 \text{ N} + 8 \text{ Kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$F = 48 \text{ N} \quad (5)$$

Και από τις σχέσεις (4) και (5) έχουμε τελικά

$$(4) \stackrel{(5)}{\Rightarrow} a = \frac{48 \text{ N} - 30 \text{ N} - 15 \text{ N}}{48 \text{ N}} 100\% \Rightarrow$$
$$a = 6,25\%$$

## Θέμα 14392

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) στο ερώτημα 4.1 εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για σύστημα σωμάτων.

Η έννοια του συστήματος σωμάτων δεν διδάσκεται στην Α' Λυκείου.

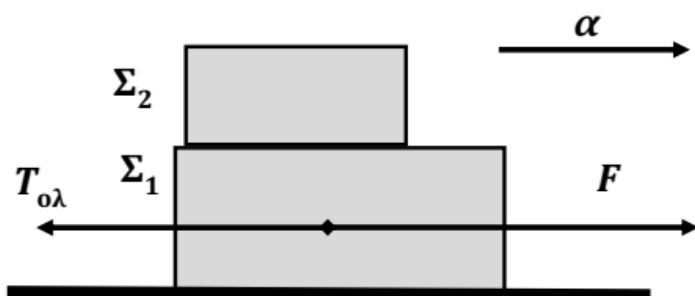
**Στα σχήματα δεν έχει σχεδιάσει τις δυνάμεις στατικής τριβής μεταξύ των σωμάτων και δεν τις αναφέρει στη διάρκεια της απάντησης.**

Το  $\Sigma_2$  επιταχύνεται με την επίδραση της (στατικής) τριβής  $\vec{T}_2$  που ασκεί το  $\Sigma_1$ .

2) στο ερώτημα 4.2 εφαρμόζει το ΘΜΚΕ για σύστημα σωμάτων, σχέση που δεν διδάσκεται στην Α' Λυκείου.

### Ενδεικτική Λύση

4.1



Εφαρμόζοντας τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\Sigma F_x = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F = 30 \text{ N} + (6 \text{ Kg} + 4 \text{ Kg}) \cdot 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$$

$$F = 50 \text{ N}$$

(Μονάδες 3)

4.2

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σύστημα των δύο σωμάτων:

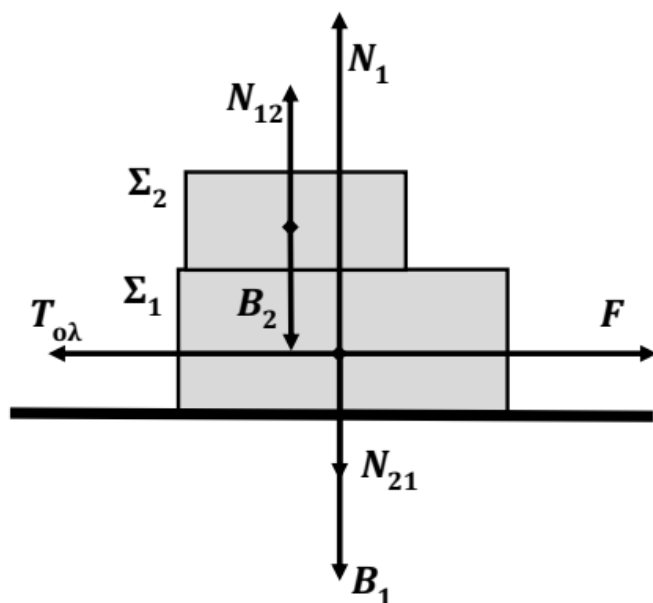
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 - 0 = F \cdot \Delta x - T_{ολ} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (6 \text{ Kg} + 4 \text{ Kg}) \cdot v^2 = 50 \text{ N} \cdot 9 \text{ m} - 30 \text{ N} \cdot 9 \text{ m} \Rightarrow$$

$$v = 6 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 4)

4.3



Σχεδιασμός δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα γ'γ.

(Μονάδες 5)

Στον κατακόρυφο άξονα γ'γ ισχύει  $\Sigma F_y = 0$  για κάθε σώμα.

$$\text{Για το } \Sigma_2: N_{12} = B_2 = m_2 \cdot g$$

$$N_{12} = 4 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow N_{12} = 40 \text{ N}$$

(Μονάδα 1)

Από τον 3<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα:

$$N_{12} = N_{21} = 40 \text{ N}$$

(Μονάδα 1)

### Θέμα 14397

Σχόλιο : Η εκφώνηση αναφέρει ότι «μετά τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  το σώμα συνεχίζει την κίνησή του πάνω στο οριζόντιο δάπεδο», δηλαδή το σώμα συνεχίζει να κινείται στην ίδια επιφάνεια.

Από τα δεδομένα όμως προκύπτει ότι στο σώμα **δεν ασκείται πλέον τριβή ολίσθησης**. Για να συμβεί αυτό **πρέπει να αλλάξει η επιφάνεια επαφής**.

Επομένως, η εκφώνηση έπρεπε να λέει ότι : «μετά τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  το σώμα συνεχίζει την κίνησή του πάνω σε οριζόντια επιφάνεια **διαφορετικής υφής** από την αρχική».

### Θέμα 14525

### Θέμα 14527

Σχόλιο για τα θέματα 14525, 14527 :

Η διατύπωση «Με ποιο γνωστό θεώρημα είναι συμβατά τα αποτελέσματά σας;» είναι ασαφής.

Μία πιο σαφής διατύπωση θα ήταν η εξής : «Να εξετάσετε αν τα αποτελέσματά σας συμφωνούν με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ)».

Επίσης, η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητείται η επαλήθευση του ΘΜΚΕ σε κάθε χρονική διάρκεια ή συνολικά.

### Θέμα 14528

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις τρεις χαρακτηριστικές θέσεις του σώματος και τις αποστάσεις που διανύει.

### Θέμα 14531

Σχόλιο :

Η εκφώνηση χρησιμοποιεί πολύπλοκους συμβολισμούς ( $v_{\Gamma_{καθ}}$ ,  $\Delta t_{\Gamma_{καθ}}$ ,  $v_{\Lambda_{καθ}}$ ,  $\Delta t_{\Lambda_{καθ}}$ ) οι οποίοι δεν είναι απαραίτητοι και είναι πιθανό να δημιουργήσουν σύγχυση στους μαθητές.

## Θέμα 14529

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στα ερωτήματα 4.1, 4.2 γράφει τη σχέση :

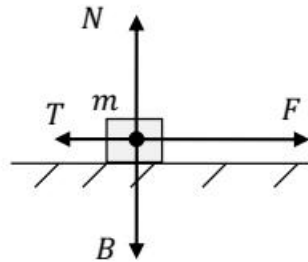
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B, \text{ ενώ το σωστό είναι : } \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B.$$

### Ενδεικτική Λύση

4.1 Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής ολίσθησης, τη σχέση ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα γγ' και τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα στον άξονα χχ' προκύπτει:

$$\left. \begin{array}{l} T = \mu \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \\ \Sigma F_x = ma \Rightarrow F - T = ma \end{array} \right\} a = 2 \text{ m/s}^2 \text{ (1)}$$

(Μονάδες 4)



Για τη μετατόπιση ισχύει:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

που, με τη βοήθεια της σχέσης (1), δίνει:

$$\Delta t = 5 \text{ s (2)}$$

(Μονάδες 2)

4.2 Για τα έργα των τεσσάρων δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο έχουμε

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sin 0^\circ \text{ ή } W_F = 1.500 \text{ J (3)}$$

$$W_B = B \cdot \Delta x \cdot \sin 90^\circ \text{ ή } W_B = 0 \text{ J}$$

$$W_N = N \cdot \Delta x \cdot \sin 270^\circ \text{ ή } W_N = 0 \text{ J}$$

(Μονάδες 4)

$$\left. \begin{array}{l} W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ \\ T = \mu \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \end{array} \right\} W_T = -1.000 \text{ J (4)}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από το ΘΜΚΕ έχουμε

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - 0 = W_F + W_T \xrightarrow{(3),(4)} \frac{1}{2} m v^2 = 500 \text{ J}$$

και τελικά

$$v = 10 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 5)

## Θέματα 14691, 14694, 14695, 14696

Σχόλια :

Η εκφώνηση

1) δεν αναφέρει ότι **το σώμα κινείται ευθύγραμμα**.

2) δεν διευκρινίζει αν ζητείται η επαλήθευση του ΘΜΚΕ σε κάθε χρονική διάρκεια ή για τη συνολική χρονική διάρκεια.

## Θέμα 14693

Σχόλια :

1) Η εκφώνηση

α) δεν αναφέρει ότι **το σώμα κινείται ευθύγραμμα**.

β) δεν διευκρινίζει αν ζητείται η επαλήθευση του ΘΜΚΕ σε κάθε χρονική διάρκεια ή για τη συνολική χρονική διάρκεια.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 σχεδιάζει το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου, χωρίς να γράψει τις εξισώσεις ταχύτητας – χρόνου στα δύο χρονικά διαστήματα ούτε δικαιολογεί πως υπολόγισε τις τιμές της ταχύτητας τις χρονικές στιγμές 10 s και 30 s

### Ενδεικτική Λύση

4.1 Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την επιτάχυνση και των αξόνων  $a$ ,  $t$  είναι ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας.

$$\Delta v = [10 \cdot (+4) + 10 \cdot (+2)] \text{ m/s} = +60 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 4)

Αλλά

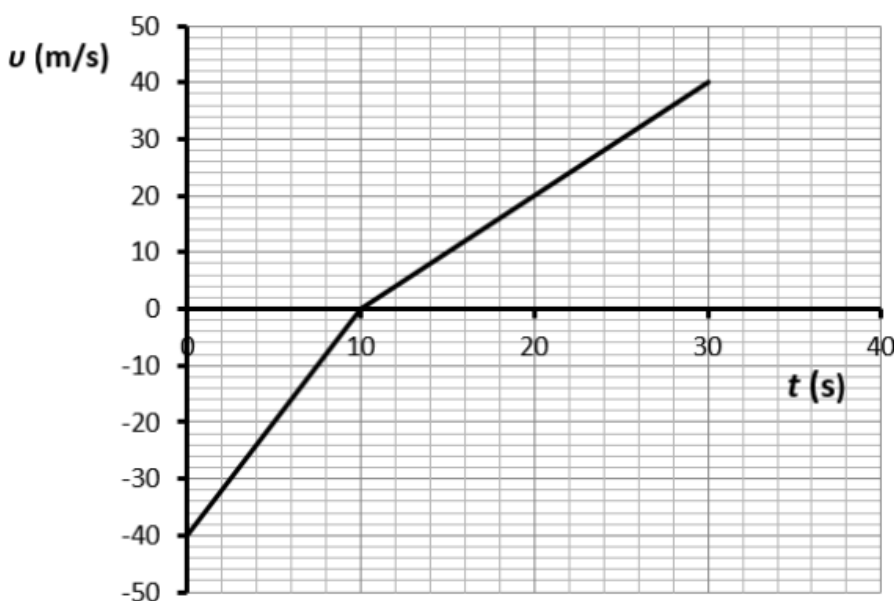
$$\Delta v = v - v_0 \quad \text{ή} \quad +60 \text{ m/s} = v - (-40) \text{ m/s}$$

και τελικά

$$v = +20 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 2)

4.2 Το ζητούμενο διάγραμμα είναι το ακόλουθο:



(Μονάδες 6)