ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

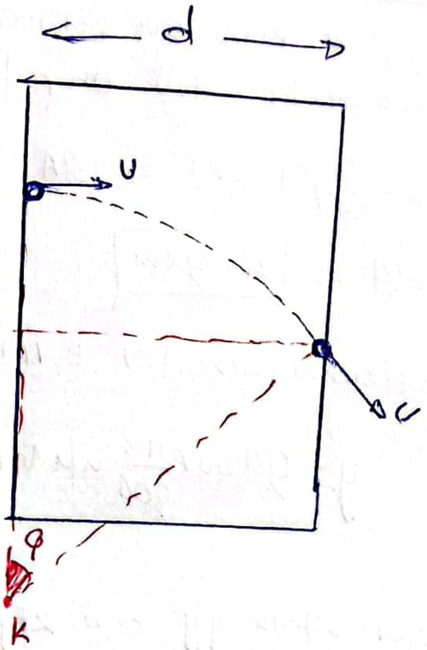
Α.1.1 (c), Α.1.2 (c), Α.1.3. (c), Α.1.4 (c)

Α.2. Λ, Λ, Σ, Λ, Σ

ΘΕΜΑ Β

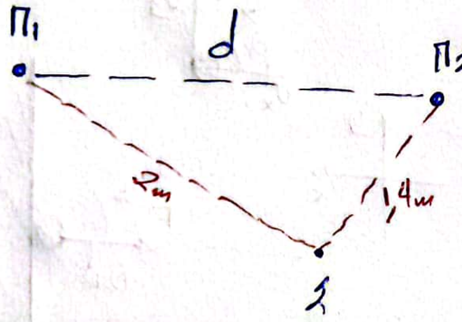
Β1.

$$\left.\begin{aligned} \eta\mu\varphi &= \frac{d}{R_p} \\ \eta\mu\theta &= \frac{d}{R_\alpha} \end{aligned}\right\} \overset{(:)}{\Rightarrow} \text{διαιρώ} \quad \frac{\eta\mu\varphi}{\eta\mu\theta} = \frac{R_\alpha}{R_p} \Rightarrow$$



$$\frac{\eta\mu\varphi}{\eta\mu\theta} = \frac{\frac{4m\upsilon_0}{B\cdot 2q}}{\frac{m\upsilon_0}{B\cdot q}} \Rightarrow \frac{\eta\mu\varphi}{\eta\mu\theta} = 2 \quad (\text{σωστό } \alpha)$$

Β2.



Από την τριγωνική ανισότητα

$$r_1 - r_2 \le d \le r_1 + r_2 \Rightarrow 0{,}6m \le d \le 3{,}4m$$

Οπότε η ελάχιστη τιμή του (d) είναι $d_{min} = 0{,}6m$.

Ο αριθμός υπερβολών ακυρωτικής συμβολής που σχηματίζονται είναι όσα και τα σημεία ακυρωτικής συμβολής μεταξύ των (2) πηγών.

Βρίσκω τα σημεία ως εξής

$$\left.\begin{aligned} x_1 + x_2 &= d \\ x_1 - x_2 &= (2\kappa+1)\cdot\frac{\lambda}{2} \end{aligned}\right\} \overset{(+)}{\Rightarrow} 2x_1 = d + (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{0{,}6}{2} + (2\kappa+1)\cdot 0{,}2$$

$$x_1 = 0{,}3 + (2\kappa+1)\cdot 0{,}2 \quad (1)$$

Τα σημεία έχουν $0 \le x_1 \le d \Rightarrow 0 \le 0{,}3 + (2\kappa+1)\cdot 0{,}2 \le 0{,}6$

$$-0{,}3 \le (2\kappa+1)\cdot 0{,}2 \le 0{,}3 \Rightarrow -\frac{3}{2} \le 2\kappa+1 \le \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$-1{,}5 \le 2\kappa+1 \le 1{,}5 \Rightarrow -2{,}5 \le 2\kappa \le 0{,}5 \Rightarrow -1{,}25 \le \kappa \le 0{,}25$$

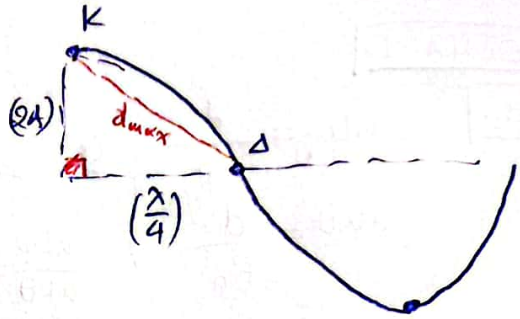
όμως κ = ακέραιος άρα κ = 0, 1 (2 σημεία)

όμοια για $d_{max} = 3{,}4m$ προκύπτουν (8 σημεία)

Σωστό το (α)

$\boxed{B_3}$ Έχουμε $K=max$ όταν η κοιλία περνά από την (Θ.Ι) της. Σε κάθε (1 ταλ) περνά (2) φορές από την (Θ.Ι) οπότε έχουμε $N=5$ ταλ σε $\Delta t = 1\,sec$ άρα $f=\frac{N}{\Delta t}=5\,Hz$.

• Η ελάχιστη απόσταση κοιλίας - δεσμού είναι $d_{min}=\frac{\lambda}{4}=3cm \Rightarrow$ $\boxed{\lambda=12cm.}$



• Η μέγιστη απόσταση κοιλίας - δεσμού προκύπτει με Πυθ. θεώρημα. (σχήμα)

$$d_{max}^2=\left(\frac{\lambda}{4}\right)^2+(2A)^2 \Rightarrow (2A)^2=0{,}16 \Rightarrow$$

$$2A=0{,}4 \Rightarrow \boxed{A=0{,}2m}$$

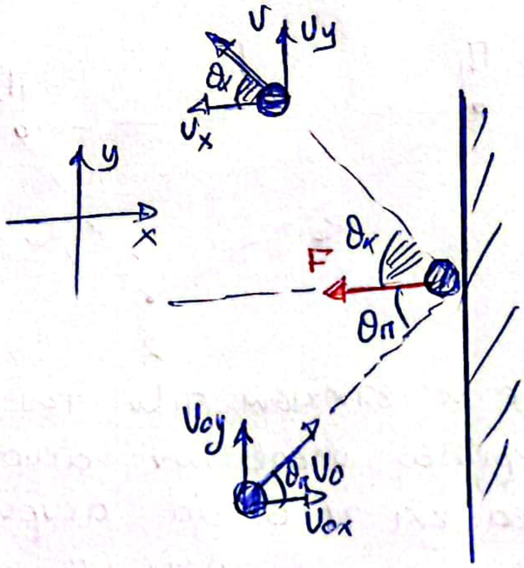
Η εξίσωση στάσιμου είναι $y=2A\,\text{συν}\frac{2\pi x}{\lambda}\,\text{ημ}\,\omega t \Rightarrow$

$$y=0{,}4\,\text{συν}\frac{\pi x}{0{,}06}\,\text{ημ}\,10\pi t \quad (S.I.)$$

Σωστό (Β)

$\boxed{B_4}$ Στον άξονα $y'y$ έχω $\Sigma F_y=0$ οπότε με ΑΔΟ $\cancel{m}\upsilon_{0y}=\cancel{m}\upsilon_y \Rightarrow$

$\upsilon_0\,\text{ημ}\theta_\pi=\upsilon\,\text{ημ}\theta_\alpha$ (1)



Η κρούση ανελαστική άρα

$K_{πριν}>K_{μετά} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_0^2>\frac{1}{2}m\upsilon^2$

$\upsilon_0^2>\upsilon^2 \Rightarrow |\vec{\upsilon}_0|>|\vec{\upsilon}|$ (2)

οπότε η (1) γίνεται $\frac{\upsilon_0}{\upsilon}=\frac{\text{ημ}\theta_\alpha}{\text{ημ}\theta_\pi}$ όμως $\upsilon_0>\upsilon$

άρα $\text{ημ}\theta_\alpha>\text{ημ}\theta_\pi \Rightarrow \theta_\alpha>\theta_\pi$ (Σωστό το Β)

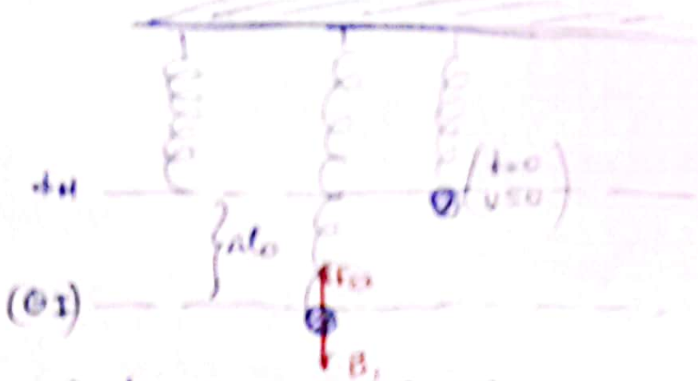
ΘΕΜΑ Γ

Γ1 Στη (ΘΙ) έχουμε

$\Sigma F=0 \Rightarrow k\Delta\ell_0 = m_1 g \Rightarrow$

$\boxed{\Delta\ell_0 = 0{,}1m}$

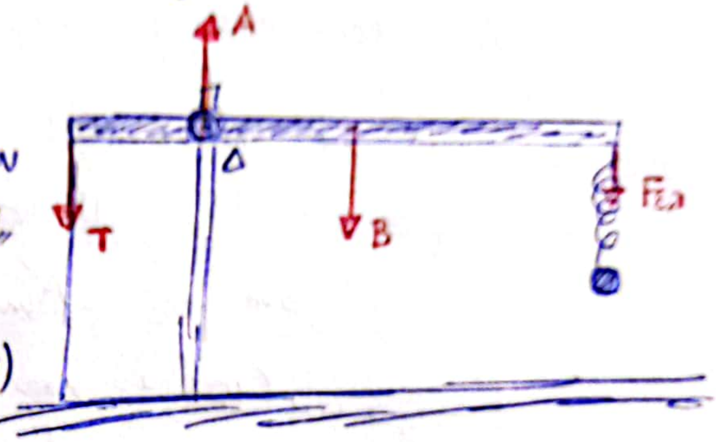
$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = 10 rad/sec$



ΑΔΕ Ταλ (ενέργεια) $K+U=E_0 \Rightarrow 0+\frac{1}{2}k\Delta\ell_0^2=\frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A=\Delta\ell_0=0{,}1m$

$t=0$ $\left\langle \begin{array}{l} \upsilon=0 \\ y=+A=0{,}1m \end{array}\right.$ άρα $\varphi_0=\frac{\pi}{2}$ οπότε $y=0{,}1\eta\mu\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)$

Γ2 Επειδή στη ράβδο ασκείται η μεταβλητή δύναμη του ελατηρίου οι δυνάμεις που την "υποστηρίζουν" είναι και αυτές μεταβλητές.



Βρίσκω τη συνάρτηση της $F_{ελ}=f(y)$

$\Sigma F=-ky \Rightarrow F_{ελ}-m_1 g=-ky$

$F_{ελ}-10=-100y \Rightarrow \boxed{F_{ελ}=10-100y}$ (SI) $(-0{,}1\le y\le 0{,}1m)$

Από την ισορροπία της ράβδου έχω

- $\Sigma F_x=0$
- $\Sigma F_y=0 \Rightarrow A-T-B-F_{ελ}=0 \Rightarrow A-T=60+(10-100y) \Rightarrow$

$\boxed{A-T=70-100y}$ (2)

- $\Sigma\tau_{(\Delta)}=0 \Rightarrow +T\cdot(1)-Mg(1)-F_{ελ}\cdot(3)=0 \Rightarrow T=60+30-300y$

$\boxed{T=90-300y}$ (3) $(-0{,}1\le y\le 0{,}1m)$

Πάμε στη (2) και έχουμε $\boxed{A=160-400y}$ (SI) $(-0{,}1\le y\le 0{,}1m)$

Για $y=-0{,}1m \Rightarrow A_{max}=200N$.

$y=0{,}1m \Rightarrow A_{min}=120N$

Γ3 Αφού $\boxed{m_1 = m_2}$ και η κρούση ελαστική προφανώς τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες, ορμές, ενέργειες.
Για να μεταβιβαστεί όλη η ενέργεια του (m_2) στο (m_1) ώστε να έχω την μέγιστη ενέργεια στην ΝΕΑ α.α.τ. θα πρέπει μετά την κρούση το (m_2) ν' ακινητοποιηθεί άρα $v_2' = 0 \Rightarrow v_1 = 0$ οπότε η κρούση γίνεται στην κάτω ακραία θέση $y = -A = -0{,}1m$.

Γ4 Στην ΝΕΑ ααΤ έχουμε την ίδια (ΘΙ), $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m}} = 10 rad/sec$ και $\boxed{F_{ελ} = 10 - 100y.}$ οπότε η τάση του νήματος δίνεται από την συνάρτηση $T = 90 - 300y$ όπως είχαμε βρει στο (Γ2). Πρέπει $T \geq 0 \Rightarrow 90 - 300y \geq 0 \Rightarrow$

$$y \leq 0{,}3m \Rightarrow A'_{max} = 0{,}3m$$

$y' = 0{,}3\eta\mu(10t)$: αφού θεωρούμε ($t=0$) όταν περνά από την (ΘΙ) για 1η φορά, άρα $\varphi_0' = 0$.

Αν εφαρμόσουμε ΑΔΕΤαλ στην έναρξη της νέας α.α.τ. έχουμε

$$K + U = E_0' \Rightarrow \cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v_1'^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} k A^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} k A'^2_{max} \Rightarrow$$

οπότε $v_1'^2 + 1 = 9 \Rightarrow v_1'^2 = 8 \Rightarrow v_1' = 2\sqrt{2}\ m/sec$

άρα $v_2 = 2\sqrt{2}\ m/sec$

ΘΕΜΑ Δ

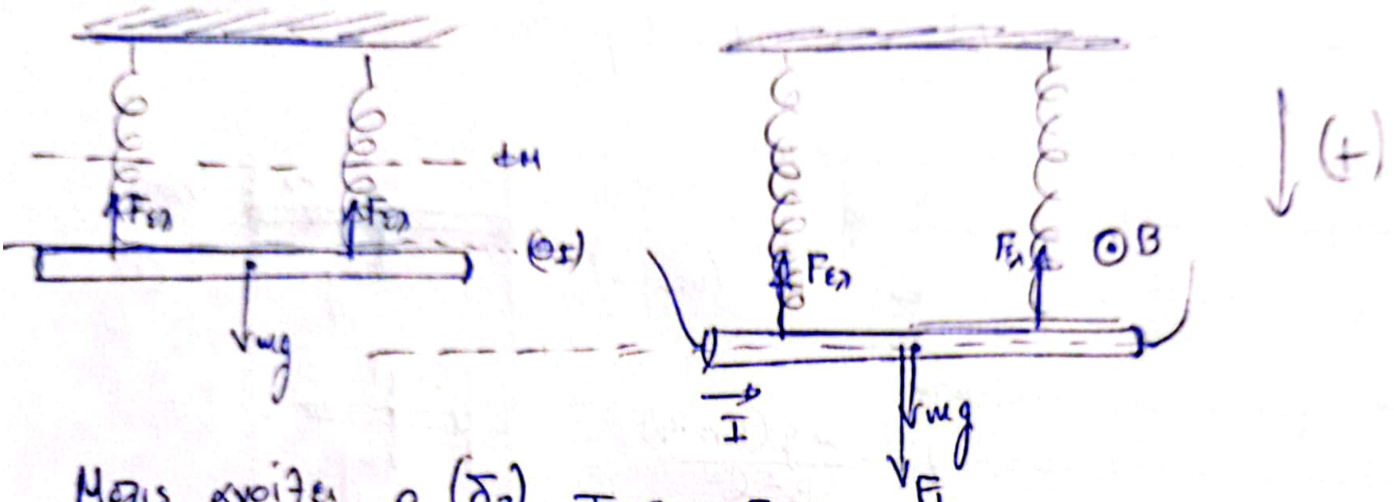
Δ1 Στην αρχική ισορροπία με τον δ_2 ανοιχτό έχουμε

$\Sigma F = 0 \Rightarrow 2F_{\varepsilon\lambda} = mg \Rightarrow 2 \cdot 100\,\Delta\ell_0 = 20 \Rightarrow \Delta\ell_0 = 0{,}1\,m$

Στην νέα ισορροπία με τον (δ_2) κλειστό θα έχουμε και τη δύναμη Laplace αφού η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα

$I = \frac{V}{R_2} = \frac{6}{1{,}2} = 5A$. Έχουμε $\Sigma F = 0 \Rightarrow 2k\Delta\ell_1 = mg + F_L$

$200\Delta\ell_1 = 20 + BI\ell \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{25}{200} \Rightarrow \Delta\ell_1 = 0{,}125\,m$



Μόλις ανοίξει ο (δ_2) $I = 0 \Rightarrow F_L = 0$
οπότε θα έχουμε

$$\Sigma F = mg - 2k(\Delta\ell_0 + y) \Rightarrow \Sigma F = \cancel{mg} - \cancel{2k\Delta\ell_0} - 2ky \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma F = -2ky \\ \Sigma F = -Dy \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{ΑΑΤ}} D = 2k = 200\,N/m$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{200}} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}\,sec$$

Δ2 Η ΑΑΤ που κάνει η ράβδος έχει $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\,rad/sec$
$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ αφού τη $(t=0)$ βρίσκεται στη $y = +A$.

Το πλάτος από ΑΔΕΤαλ είναι

(Εναρμ.) $K + U = E_0 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}D(\Delta\ell_1 - \Delta\ell_0)^2 = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow \boxed{A = 0{,}025\,m}$

$y = 0{,}025\,\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$ $\qquad$ $\upsilon_{max} = \omega A = 0{,}25\,m/sec$

$\upsilon = 0{,}25\,\sigma\upsilon\nu(10t + \frac{\pi}{2})$ (SI)

Λόγω κίνησης στο Ο.Μ.Π έχω $E_{επ} = B\upsilon\ell \Rightarrow$

$E_{επ} = 0{,}25\,συν\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$ SI

$\boxed{Δ3}$ Με την διεγείρουσα δύναμη κάνει εξαναγκασμένη αμείωτη ταλάντωση. με την εξίσωση που βρήκαμε στο $(Δ_2)$

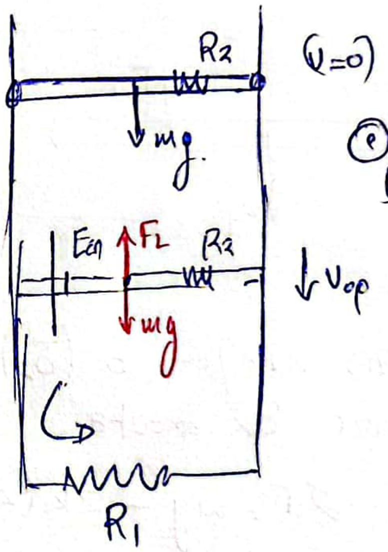
Το ρεύμα στο κύκλωμα δίνεται με νόμο Ohm και έχει αρμονική μορφή $I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} \Rightarrow I_{επ} = 0{,}125\,συν\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$

$I_{επ} = -0{,}125\,ημ\,10t$ (SI)

Βρίσκω την ενεργό τιμή του $I_{εν} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_{εν} = \frac{1}{8\sqrt{2}}$ A.

$Q = I_{εν}^2 \cdot R \cdot Δt = \left(\frac{1}{8\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 2 \cdot 64 = 1$ Joule.

$\boxed{Δ4}$ Λόγω βαρύτητας η ράβδος κινείται



έχουμε $ΔΦ \Rightarrow E_{επ} = B\upsilon\ell$ και

Ρεύμα $I_{επ} = \frac{E_{επ}}{R_{ολ}} = \frac{B\upsilon\ell}{R_{ολ}}$ και $\vec{F_L}$. (σχήμα)

Στην οριακή της ταχύτητα

$ΣF = 0 \Rightarrow mg - F_L = 0 \Rightarrow V_{op} = \frac{mg(R_1+R_2)}{B^2\ell^2}$

$V_{op} = 40$ m/sec

$V_K - I_{επ} \cdot R_1 = V_Λ \Rightarrow V_K - V_Λ = I_{επ} \cdot R_1 \Rightarrow$

$V_{KΛ} = \frac{B V_{op} \ell}{(R_1+R_2)} \cdot R_1 = 20 \cdot 0{,}8 = 16$ Volt.

$\boxed{Δ5}$ Εφαρμόζω ΘΜΚΕ από την στιγμή που ελευθερώθηκε μέχρι την στιγμή που $U = U_{op} = 40$ m/sec

$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B + W_{F_L} \Rightarrow \frac{1}{2} m V_{op}^2 - \frac{1}{2} m U_{max}^2 = mg\,Δh + W_{F_L} \Rightarrow$

$\cancel{1600} - (0{,}25)^2 = \cancel{1600} + W_{F_L} \Rightarrow W_{F_L} = 0{,}0625$ Joule

$Q = |W_{F_L}| = 0{,}0625$ Joule.

Με επιμερισμό θερμότητας για τους αντιστάτες που είναι "εν σειρά" έχω

$$\left.\begin{aligned} Q_1 + Q_2 &= 0{,}0625 J \\ \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2} &= \frac{0{,}8}{1{,}2} = \frac{2}{3} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} Q_1 &= 0{,}025 J \\ Q_2 &= 0{,}0375 \text{ Joule.} \end{aligned}$$