



ΟΔΗΓΙΕΣ

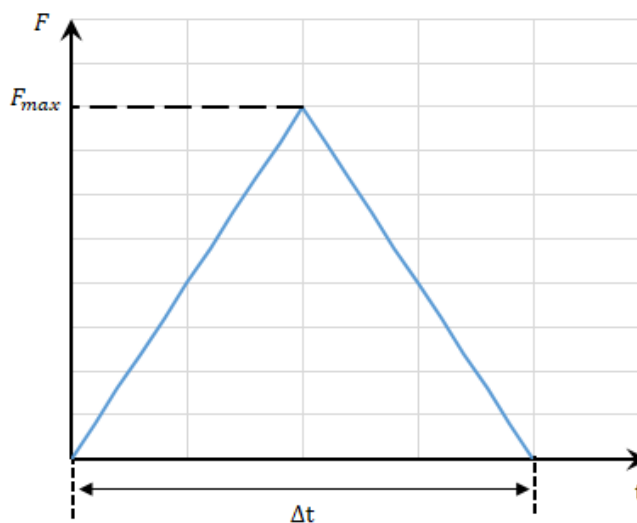
1. Οι απαντήσεις σε όλα τα ερωτήματα θα πρέπει να αναγραφούν στο **Φύλλο Απαντήσεων** που ακολουθεί μετά το τέλος των εκφωνήσεων.
2. Η επεξεργασία των θεμάτων θα γίνει γραπτά σε φύλλα Α4 ή σε τετράδιο που θα σας δοθεί. Τα υλικά αυτά θα παραδοθούν στο τέλος της εξέτασης μαζί με το **Φύλλο Απαντήσεων**

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

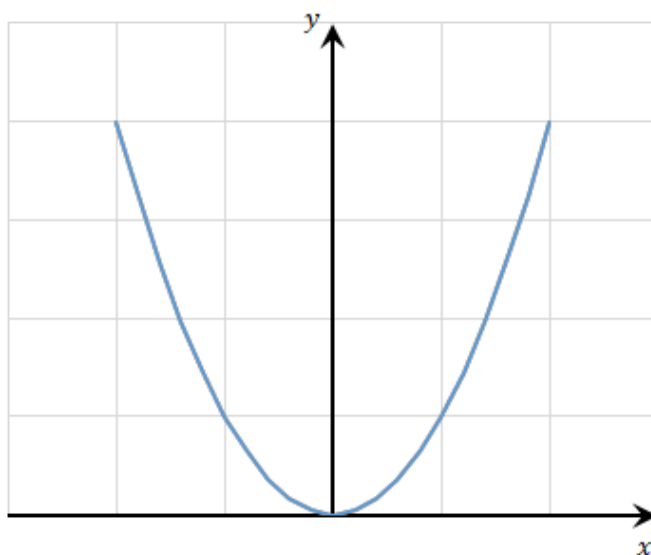
1^ο ΘΕΜΑ

A.1. Ένα μπαλάκι που έχει μάζα $200g$ και κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $3,5m/s$, χτυπά σε κατακόρυφο τοίχο. Η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $12ms$ και εξαιτίας της το μπαλάκι αποκτά οριζόντια ταχύτητα μέτρου $3 m/s$.

Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης F_{max} που ασκήθηκε στο μπαλάκι από τον κατακόρυφο τοίχο υποθέτοντας ότι η εξάρτηση της δύναμης επαφής από το χρόνο περιγράφεται από την διπλανή γραφική παράσταση.



A.2. Ένα σύρμα λυγίζεται ώστε να αποκτήσει παραβολικό σχήμα, που περιγράφεται από την συνάρτηση $y = Ax^2$ (βλ. σχήμα) και τοποθετείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο μέτρου B , με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές. Την στιγμή $t = 0$, ευθύγραμμος και οριζόντιος αγωγός, απείρου μήκους, που εφάπτεται στο ακρότατο της παραβολής, τίθεται σε μεταφορική κίνηση κατά μήκος του άξονα $y'y$ με σταθερή επιτάχυνση α , θετικής φοράς. Να υπολογίσετε την επαγόμενη ΗΕΔ $E_{επ}$ που αναπτύσσεται μεταξύ των σημείων τομής των δύο αγωγών.

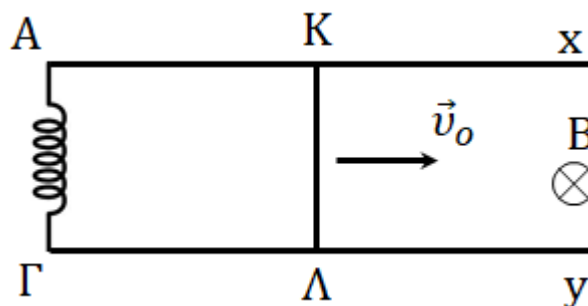


2^ο ΘΕΜΑ

Θεωρούμε δύο παράλληλες μεταλλικές ράβδους Ax , Γy αμελητέας αντίστασης, στα άκρα A , Γ των οποίων συνδέουμε ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 0,2H$. Η απόσταση



των ράβδων είναι $l = 0,4m$. Αγωγίμη ράβδος $ΚΛ$ μήκους $l = 0,4m$ και μάζας $m = 0,2kg$, αμελητέας αντίστασης μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές πάνω στις ράβδους $Ax, Γy$. Το επίπεδο της διάταξης είναι κάθετο στις δυναμικές γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης μέτρου $B = 0,5T$ και με κατεύθυνση όπως στο σχήμα. Κάποια στιγμή που θεωρούμε αρχή μέτρησης του χρόνου, εκτοξεύουμε τη ράβδο $ΚΛ$ με ταχύτητα $v_0 = 2m/s$.



B.1. Να βρείτε τη χρονική στιγμή t_1 που η ταχύτητα της ράβδου μηδενίζεται.

B.2. Να βρείτε την μετατόπιση, σε σχέση με την θέση εκτόξευσης, Δx της ράβδου την ίδια στιγμή.

B.3. Πόση είναι η ενέργεια U_B στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου τότε;

3^ο ΘΕΜΑ

Σώμα Σ αφήνεται σε απόσταση R από το κέντρο ομογενούς πλανήτη Π . Μόλις το σώμα αφεθεί και πριν προλάβει να χάσει ύψος, σημειώνεται έκρηξη στο εσωτερικό του, που το διασπά σε δύο κομμάτια, έστω 1 και 2. Αμέσως μετά την έκρηξη, το κομμάτι 1 γίνεται δορυφόρος του πλανήτη σε απόσταση R , ενώ το κομμάτι 2 απομακρύνεται και φτάνει με μηδενική ταχύτητα σε άπειρη απόσταση από αυτόν.

Γ.1. Να υπολογίσετε τον λόγο των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ των κομματιών 1 και 2, υποθέτοντας ότι μόνο ο πλανήτης Π επιδρά στην κίνηση του κομματιού 2.

Γ.2. Όμοιο σώμα Σ' αφήνεται πάλι στην ίδια απόσταση R από το κέντρο του ίδιου ομογενούς πλανήτη Π . Μόλις το σώμα αφεθεί, έκρηξη το διασπά σε δύο κομμάτια 1' και 2'. Αμέσως μετά την έκρηξη, το κομμάτι 1' γίνεται δορυφόρος του πλανήτη Π σε απόσταση $R_1 = 2R$, ενώ το κομμάτι 2' γίνεται δορυφόρος του πλανήτη σε απόσταση $R_2 = \frac{3R}{2}$. Να υπολογίσετε το λόγο μαζών $\frac{m'_1}{m'_2}$ των κομματιών 1' και 2', υποθέτοντας ξανά ότι μόνο ο πλανήτης Π επιδρά στις κινήσεις των κομματιών.

Γ.3. Αν E_A είναι η ενέργεια που προσδίδει η έκρηξη στα κομμάτια του Σ και E_B η ενέργεια που προσδίδει η έκρηξη στα κομμάτια του Σ' , να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{E_A}{E_B}$.

Να θεωρήσετε αμελητέα την βαρυτική έλξη μεταξύ των κομματιών που προκύπτουν από την διάσπαση. Κανένα από τα αναφερόμενα μεγέθη δεν είναι αριθμητικά γνωστό.



ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΡΟΥΣΕΙΣ-ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

$v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$	$v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$	$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_2$
$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$	$v = v_0 + at$	$K = \frac{1}{2}mv^2$
$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$	$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$	$a_\kappa = \frac{v^2}{r}$
$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
	$T_{ολ} = \mu N$	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
		$T = \frac{1}{f}$
		$v_{cm} = \omega R$
		$a_{cm} = a_{γων}R$
		$\tau = F\ell = Fd$
		$L = mvr$
		$\Sigma \tau_{εξ} = \frac{dL}{dt}$

a : Επιτάχυνση E : Ενέργεια f : Συχνότητα F : Δύναμη $T_{ολ}$: Τριβή ολίσθησης N : Κάθετη δύναμη	K : Κινητική ενέργεια L : Στροφορμή ℓ, d : Μήκος ή Απόσταση m : Μάζα p : Ορμή R, r : Ακτίνα	s : Τόξο ή Διάστημα T : Περίοδος V : Όγκος v : Ταχύτητα W : Έργο x, y : Θέση Δx : Μετατόπιση	$\alpha_{γων}$: Γωνιακή επιτάχυνση μ : Συντελεστής τριβής θ : Γωνία ρ : Πυκνότητα τ : Ροπή ω : Γωνιακή ταχύτητα
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

$x = A \eta\mu(\omega t + \phi)$ $v = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi)$ $a = -\omega^2 A \eta\mu(\omega t + \phi)$ $a = -\omega^2 x$ $F = -Dx$ $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$	$D = m\omega^2$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ $U = \frac{1}{2}Dx^2$ $F = -bv$ $A = A_0 e^{-\lambda t}$	$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \sigma\tau\alpha\theta.$ $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ $v = \lambda f$ $y = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda} \right)$	$r_1 - r_2 = N\lambda, N \in \mathbb{Z}$ $r_1 - r_2 = (2N + 1) \frac{\lambda}{2}, N \in \mathbb{Z}$ $y = 2A \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$ $x_K = 0, \frac{\lambda}{2}, \dots, N \frac{\lambda}{2}$ $x_\Delta = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \dots, (2N + 1) \frac{\lambda}{4}$
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

A : Πλάτος x : Θέση v : Ταχύτητα a : Επιτάχυνση	ω : Γωνιακή συχνότητα ϕ : Αρχική φάση f : Συχνότητα f_0 : Ιδιοσυχνότητα	K ή k : Σταθερά ελατηρίου D : Σταθερά επαναφοράς T : Περίοδος b : Σταθερά απόσβεσης	λ : Μήκος κύματος U : Δυναμική ενέργεια y : Απομάκρυνση
------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ - ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ - ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΑ

$E = \frac{F}{q}$ $I = \frac{dq}{dt}$ $I = \frac{V}{R}$ $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{ολ}}$ $V = \frac{W}{q}$ $R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3$ $\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ $R = \rho \frac{\ell}{A}$ $\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta \ell}{r^2} \eta\mu \theta$	$B = \frac{\mu_0 2I}{4\pi r}$ $B = \frac{\mu_0 2\pi I}{4\pi r}$ $\sum B \Delta \ell \sigma\upsilon\nu \theta = \mu_0 I_{εγκ}$ $B = \mu_0 I n$ $n = \frac{N}{\ell}$ $\Phi_B = BA \sigma\upsilon\nu \theta$ $F = B q v \eta\mu \phi$ $R = \frac{mv}{ q B}$ $T = \frac{2\pi m}{ q B}$ $v = \frac{E}{B}$	$F = BI\ell \eta\mu \phi$ $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi a}$ $\mathcal{E}_{επ} = Bv\ell$ $\mathcal{E}_{επ} = \frac{1}{2} B\omega\ell^2$ $\mathcal{E}_{επ} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$ $\mathcal{E}_{αωτ} = -L \frac{di}{dt}$ $L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{\ell} A$ $U = \frac{1}{2} LI^2$ $\frac{E}{B} = c$	$E = E_{max} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ $B = B_{max} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ $v = V \eta\mu \omega t$ $V = NB\omega A$ $i = I \eta\mu \omega t$ $i = \frac{v}{R}$ $I_{εν} = \frac{I}{\sqrt{2}}$ $V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}}$ $p = vi$ $P = \frac{W}{T}$
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



A : Εμβαδόν B : Μαγνητικό πεδίο E : Ηλεκτρικό πεδίο, ΗΕΔ \mathcal{E} : ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\text{επ.}}$: ΗΕΔ από επαγωγή $\mathcal{E}_{\text{αυτ.}}$: ΗΕΔ από αυτεπαγωγή L : Συντελεστής αυτεπαγωγής I : Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	V : Διαφορά δυναμικού ℓ, d, a : Μήκος ή Απόσταση U : Ενέργεια Μαγνητικού πεδίου q : Ηλεκτρικό φορτίο R : Αντίσταση W : Έργο $R_{\text{ολ}}$: Ολική αντίσταση ρ : Ειδική αντίσταση F : Δύναμη T : Περίοδος	q : Ηλεκτρικό φορτίο r : Ακτίνα ή Απόσταση n : Αριθμός σπειρών ανά μονάδα μήκους N : Αριθμός σπειρών v : Ταχύτητα Φ_B : Μαγνητική ροή ϕ, θ : γωνία μ : Μαγνητική διαπερατότητα c : Ταχύτητα του φωτός	v : Στιγμαία τάση V : Πλάτος τάσης i : Στιγμαία ένταση I : Πλάτος έντασης $I_{\text{εν}}$: Ενεργός ένταση $V_{\text{εν}}$: Ενεργός τάση P : Μέση ισχύς p : Στιγμαία ισχύς R : Αντίσταση W : Ενέργεια ηλ. ρεύματος Q : Θερμότητα
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

$\lambda_{\text{max}} T = \text{σταθερό}$ $c = \lambda f$ $E = hf = pc$	$p = \frac{h}{\lambda}$ $K = hf - \phi$	$\lambda - \lambda' = \frac{h}{mc} (1 - \text{συν } \varphi)$ $\Delta p_x \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$	$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ $\int \Psi ^2 dV = 1$
T : Θερμοκρασία E : Ενέργεια p : Ορμή	c : Ταχύτητα φωτός f : Συχνότητα x : Θέση	λ : Μήκος κύματος φ : Γωνία t : Χρόνος	ϕ : Έργο εξαγωγής V : Όγκος Ψ : Κυματοσυνάρτηση

Πολλαπλάσια - Υποπολλαπλάσια

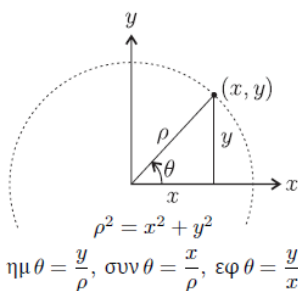
10^{12} → Tera (T)	10^3 → kilo (k)	10^{-6} → micro (μ)
10^9 → Giga (G)	10^{-2} → centi (c)	10^{-9} → nano (n)
10^6 → Mega (M)	10^{-3} → milli (m)	10^{-12} → pico (p)

Σταθερές

Μάζα Πρωτονίου $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg Μάζα Νετρονίου $m_n = 1,67 \times 10^{-27}$ kg Μάζα Ηλεκτρονίου $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg Απόλυτη τιμή φορτίου ηλεκτρονίου $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C	Ηλεκτρονιοβόλτ $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19}$ J Ταχύτητα του φωτός $c = 3 \times 10^8$ m/s Επιτάχυνση λόγω βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 9,8$ m/s ² Ηλεκτρική Σταθερά $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$ N · m ² /C ²	Σταθερά της Παγκόσμιας Έλξης $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N · m ² /kg ² Μαγνητική διαπερατότητα του κενού $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T · m/A Σταθερά του Planck $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J · s $h = 4,14 \times 10^{-15}$ eV · s $hc = 12,42 \times 10^{-7}$ eV · m $hc = 1242$ eV · nm ≈ 1200 eV · nm
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Μαθηματικό Βοήθημα

θ (°)	$\eta\mu\theta$	$\text{συν}\theta$	$\epsilon\varphi\theta$
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
37°	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
53°	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	—



Εμβαδόν Παραλληλογράμμου : $A = \beta v$
 Περίμετρος Κύκλου : $C = 2\pi r$
 Εμβαδόν Κύκλου : $A = \pi r^2$
 Εμβαδόν Σφαίρας : $A = 4\pi r^2$
 Όγκος Σφαίρας : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
 Μήκος τόξου κύκλου : $s = \theta r$
 $\eta\mu A + \eta\mu B = 2 \text{ συν} \frac{A-B}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$



ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Όνομα και Επώνυμο:
Όνομα Πατέρα: Όνομα Μητέρας:
Τηλ. Οικίας: Κινητό τηλέφωνο:
e-mail:

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1^ο ΘΕΜΑ

A.1. $F_{max} = \dots\dots\dots$, A.2. $E_{επ} = \dots\dots\dots$

2^ο ΘΕΜΑ

B.1. $t_1 = \dots\dots\dots$, B.2. $\Delta x = \dots\dots\dots$, B.3. $U_B = \dots\dots\dots$

3^ο ΘΕΜΑ

Γ.1. $\frac{m_1}{m_2} = \dots\dots\dots$, Γ.2. $\frac{m'_1}{m'_2} = \dots\dots\dots$, Γ.3. $\frac{E_A}{E_B} = \dots\dots\dots$

Καλή επιτυχία!



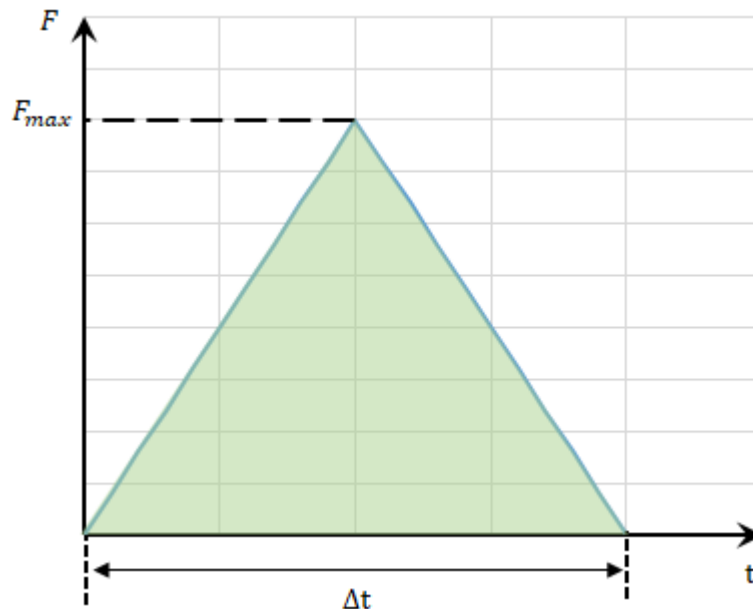
Συνοπτικές Απαντήσεις

1° ΘΕΜΑ

A.1. Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής στην γενικευμένη του μορφή έχουμε:

$$\Sigma F \cdot \Delta t = \Delta P$$

Επειδή η συνισταμένη δύναμη δεν έχει σταθερό μέτρο, μπορούμε να υπολογίσουμε το γινόμενο $\Sigma F \cdot \Delta t$ γραφικά, από το εμβαδό με την χρωματική επισήμανση του ακόλουθου σχήματος:



Άρα:

$$\Sigma F \cdot \Delta t = \frac{1}{2} F_{max} \Delta t$$

Συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις έχουμε:

$$\frac{1}{2} F_{max} \Delta t = \Delta P \Rightarrow \frac{1}{2} F_{max} \Delta t = m(v_{τελ} + v_{αρχ}) \Rightarrow F_{max} = \frac{2m(v_{τελ} + v_{αρχ})}{\Delta t}$$

Αντικαθιστώντας, βρίσκουμε:

$$F_{max} = \frac{2 \cdot 0,2(3 + 3,5)}{12 \cdot 10^{-3}} N \Rightarrow F_{max} = \frac{13}{3} 10^2 N$$



A.2. Έστω y_1 η θέση του ευθύγραμμου αγωγού την στιγμή t_1 , δηλαδή ισχύει:

$$y_1 = \frac{1}{2} \alpha t_1^2$$

Συνδυάζοντας την σχέση αυτή με τον τύπο της παραβολικής συνάρτησης έχουμε:

$$Ax_1^2 = \frac{1}{2} \alpha t_1^2$$

Η παραβολή $y = Ax^2$ έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$. Συνεπώς, ονομάζοντας Γ και Δ τα σημεία τομής των δύο αγωγών, έχουμε:

$$(\Gamma\Delta) = 2x_1$$

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις προκύπτει:

$$(\Gamma\Delta) = 2 \sqrt{\frac{\alpha t_1^2}{2A}} \Rightarrow (\Gamma\Delta) = \sqrt{\frac{2\alpha}{A}} t_1$$

Την στιγμή t_1 η ταχύτητα του ευθύγραμμου αγωγού είναι:

$$v_1 = \alpha t_1$$

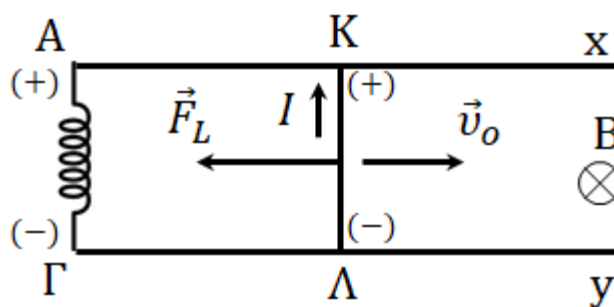
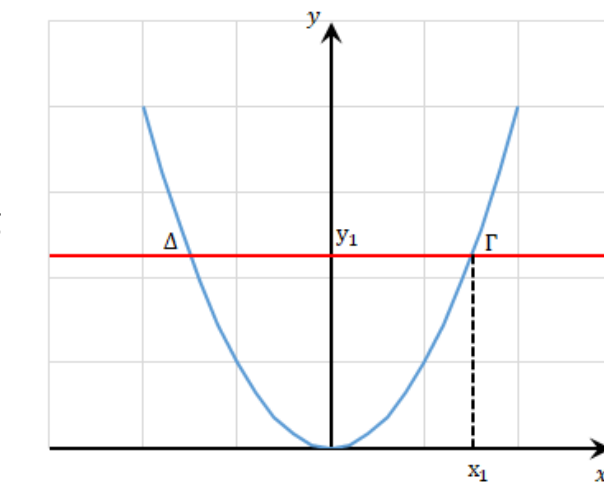
Καταλήγουμε λοιπόν στο αποτέλεσμα:

$$E_{\varepsilon\pi} = B \cdot l \cdot v \Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = B \cdot \sqrt{\frac{2\alpha}{A}} t_1 \cdot \alpha t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{\varepsilon\pi} = \sqrt{\frac{2\alpha}{A}} \cdot B \cdot \alpha t_1^2$$

2° ΘΕΜΑ

B.1. Στα άκρα της ράβδου αναπτύσσεται επαγωγική ΗΕΔ με στιγμιαία τιμή $E_{\varepsilon\pi} = Bvl$ με θετικό πόλο στο άκρο K και αρνητικό στο άκρο Λ . Το κύκλωμα $K\Lambda\Gamma K$ αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα, οπότε στο πηνίο αναπτύσσεται ΗΕΔ από αυτεπαγωγή με





πολικότητα αντίθετη από αυτή της ράβδου ΚΛ.

Ισχύει ότι:

$$\begin{aligned} E_{\varepsilon\pi} - |E_{\alpha\nu\tau}| &= 0 \Rightarrow |E_{\alpha\nu\tau}| = E_{\varepsilon\pi} \Rightarrow L \left| \frac{\Delta I}{\Delta t} \right| = Bvl \Rightarrow L|\Delta I| = B \cdot v\Delta t \cdot l \Rightarrow \\ &\Rightarrow L|I - 0| = B \cdot \Delta x \cdot l \Rightarrow LI = B \cdot (x - 0) \cdot l \Rightarrow LI = B \cdot l \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow I = \frac{B \cdot l}{L} \cdot x \end{aligned}$$

Στον ΚΛ θα ασκείται δύναμη Laplace αντίρροπη της κίνησης:

$$F_L = -BIl = -B \left(\frac{Bl}{L} \cdot x \right) \cdot l \Rightarrow F_L = -\frac{B^2 l^2}{L} \cdot x$$

Η δύναμη είναι της μορφής $\Sigma F = -Dx$ με $D = \frac{B^2 l^2}{L}$, οπότε το ΚΜ της ράβδου εκτελεί αρμονική ταλάντωση με περίοδο:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\frac{B^2 l^2}{L}}} = \frac{2\pi}{Bl} \sqrt{m \cdot L}$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{Bl} \sqrt{m \cdot L}} \Rightarrow \omega = \frac{Bl}{\sqrt{m \cdot L}}$$

Η ταχύτητα εκτόξευσης στη Θέση Ισορροπίας είναι η μέγιστη της ταλάντωσης:

$$v_o = \omega A = \frac{Bl}{\sqrt{m \cdot L}} A \Rightarrow A = \frac{v_o}{Bl} \sqrt{m \cdot L}$$

Η ταχύτητα της ράβδου θα μηδενιστεί στιγμιαία τη στιγμή:

$$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2Bl} \sqrt{m \cdot L} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2} s$$

B.2. Η μετατόπιση την στιγμή αυτή ισούται με:

$$\Delta x = A = \frac{v_o}{Bl} \sqrt{m \cdot L} \Rightarrow \Delta x = 2m$$



B.3. Εφόσον δεν έχουμε αντιστάτες και θερμική εκπομπή ενέργειας, τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του αγωγού, η αρχική κινητική της ράβδου μετατρέπεται σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου πηνίου:

$$U_B = \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow U_B = 0,4J$$

3^ο ΘΕΜΑ

Γ.1. Έστω M η μάζα του σώματος Σ , M_{Π} η μάζα του πλανήτη και G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης. Το σώμα Σ διασπάται μετά την έκρηξη στα κομμάτια 1 με μάζα $m_1 = rM$ και 2 με μάζα $m_2 = (1-r)M$. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά την έκρηξη είναι εσωτερικές για το σώμα Σ , δηλαδή η ορμή διατηρείται, οπότε:

$$\vec{P}_{\text{ΟΛ(αρχ)}} = \vec{P}_{\text{ΟΛ(τελ)}} \Rightarrow 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \Rightarrow r M v_1 = (1-r) M v_2 \Rightarrow r v_1 = (1-r) v_2 \quad (1)$$

Για να γίνει το κομμάτι 1 δορυφόρος, θα πρέπει:

$$F_{\text{κεντρ},1} = F_{\text{βαρ},1} \Rightarrow \frac{m_1 v_1^2}{R} = \frac{GM_{\Pi} m_1}{R^2} \Rightarrow v_1^2 = \frac{GM_{\Pi}}{R} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{GM_{\Pi}}{R}} \quad (2)$$

Επειδή το κομμάτι 2, μετά την έκρηξη, κινείται με την επίδραση διατηρητικής δύναμης:

$$E_{\text{ΜΗΧ(αρχ)}} = E_{\text{ΜΗΧ(τελ)}} \Rightarrow K_{(\alphaρχ)} + U_{\text{ΒΑΡ}(\alphaρχ)} = K_{(\text{τελ})} + U_{\text{ΒΑΡ}(\text{τελ})} \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - \frac{GM_{\Pi} m_2}{R} = 0 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2^2 = \frac{2GM_{\Pi}}{R} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2GM_{\Pi}}{R}} \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας τις (2) και (3) στην (1), έχουμε:

$$r v_1 = (1-r) v_2 \Rightarrow r \sqrt{\frac{GM_{\Pi}}{R}} = (1-r) \sqrt{\frac{2GM_{\Pi}}{R}} \Rightarrow r = (1-r) \sqrt{2} \Rightarrow r(1+\sqrt{2}) = \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \Rightarrow r = \frac{2-\sqrt{2}}{2-1} \Rightarrow r = 2-\sqrt{2} \quad (4)$$

Ο λόγος των μαζών των κομματιών 1 και 2 θα είναι:



$$\begin{aligned} \frac{m_1}{m_2} &= \frac{rM}{(1-r)M} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{r}{1-r} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2-\sqrt{2}}{1-2+\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{(2-\sqrt{2})(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{2}\sqrt{2}+2-\sqrt{2}}{2-1} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \sqrt{2} - \cancel{1} + \cancel{1} \Rightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} = \sqrt{2}} \quad (5) \end{aligned}$$

Γ.2. Το σώμα Σ' διασπάται μετά την έκρηξη στα κομμάτια 1' με μάζα $m'_1 = r'M$ και 2' με μάζα $m'_2 = (1-r')M$. Οι δυνάμεις κατά την έκρηξη είναι εσωτερικές για το σώμα Σ', δηλαδή η ορμή διατηρείται, οπότε:

$$\vec{P}'_{\text{ΟΛ(αρχ)}} = \vec{P}'_{\text{ΟΛ(τελ)}} \Rightarrow 0 = m'_1 v'_1 - m'_2 v'_2 \Rightarrow r'M v'_1 = (1-r')M v'_2 \Rightarrow r'v'_1 = (1-r')v'_2 \quad (6)$$

Το κομμάτι 1', μετά την έκρηξη, κινείται με την επίδραση διατηρητικής δύναμης και μεταβαίνει σε απόσταση R_1 , όπου έχει ταχύτητα v''_1 , οπότε:

$$\begin{aligned} E_{1',\text{MHX(αρχ)}} &= E_{1',\text{MHX(τελ)}} \Rightarrow K_{1',(\alpha\rho\chi)} + U_{1',\text{BAP}(\alpha\rho\chi)} = K_{1',(\tau\epsilon\lambda)} + U_{1',\text{BAP}(\tau\epsilon\lambda)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} m'_1 v_1'^2 - \frac{GM_{\Pi} m'_1}{R} = \frac{1}{2} m'_1 v_1''^2 - \frac{GM_{\Pi} m'_1}{R_1} \Rightarrow \frac{1}{2} v_1'^2 - \frac{GM_{\Pi}}{R} = \frac{1}{2} v_1''^2 - \frac{GM_{\Pi}}{R_1} \Rightarrow \\ &v_1''^2 = v_1'^2 + \frac{2GM_{\Pi}}{R} - \frac{2GM_{\Pi}}{R_1} \quad (7) \end{aligned}$$

Στην απόσταση R_1 το κομμάτι 1' γίνεται δορυφόρος, οπότε:

$$F'_{\text{κεντρ},1} = F'_{\text{βαρ},1} \Rightarrow \frac{m'_1 v_1''^2}{R_1} = \frac{GM_{\Pi} m'_1}{R_1^2} \Rightarrow v_1''^2 = \frac{GM_{\Pi}}{R_1} \quad (8)$$

Από τις (8) και (7) παίρνουμε:

$$\begin{aligned} v_1''^2 &= \frac{GM_{\Pi}}{R_1} + \frac{2GM_{\Pi}}{R} - \frac{2GM_{\Pi}}{R_1} \Rightarrow v_1''^2 = \frac{2GM_{\Pi}}{R} - \frac{GM_{\Pi}}{R_1} \Rightarrow v_1''^2 = GM_{\Pi} \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{R_1} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1' = \sqrt{GM_{\Pi} \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{R_1} \right)} \quad (9) \end{aligned}$$



Ακολουθώντας αντίστοιχα βήματα για το κομμάτι 2', οδηγούμαστε στη σχέση:

$$v_2' = \sqrt{GM_{\Pi} \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{R_2} \right)} \quad (10)$$

Αντικαθιστώντας τις (9) και (10) στην (6), έχουμε:

$$\begin{aligned} r'v_1' &= (1-r')v_2' \Rightarrow r' \sqrt{GM_{\Pi} \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{R_1} \right)} = (1-r') \sqrt{GM_{\Pi} \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{R_2} \right)} \Rightarrow \\ \Rightarrow r' \sqrt{\frac{2}{R} - \frac{1}{R_1}} &= (1-r') \sqrt{\frac{2}{R} - \frac{1}{R_2}} \Rightarrow r' \sqrt{\frac{2}{R}} \sqrt{1 - \frac{R}{2R_1}} = (1-r') \sqrt{\frac{2}{R}} \sqrt{1 - \frac{R}{2R_2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow r' \sqrt{1 - \frac{R}{2R_1}} &= (1-r') \sqrt{1 - \frac{R}{2R_2}} \quad (11) \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας, τώρα, $R_1 = 2R$ και $R_2 = 3R/2$ στην (11), έχουμε:

$$\begin{aligned} r' \sqrt{1 - \frac{R}{2 \cdot 2R}} &= (1-r') \sqrt{1 - \frac{R}{\cancel{2} \frac{3R}{\cancel{2}}}} \Rightarrow r' \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = (1-r') \sqrt{1 - \frac{1}{3}} \Rightarrow r' \sqrt{\frac{4}{4} - \frac{1}{4}} = (1-r') \sqrt{\frac{3}{3} - \frac{1}{3}} \Rightarrow \\ \Rightarrow r' \sqrt{\frac{3}{4}} &= (1-r') \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow r' \frac{\sqrt{3}}{2} = (1-r') \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow r' = (1-r') \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow r' \left(1 + \frac{2\sqrt{2}}{3} \right) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow \\ \Rightarrow r' (3 + 2\sqrt{2}) &= 2\sqrt{2} \Rightarrow r' = \frac{2\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} \quad (12) \end{aligned}$$

Ο λόγος των μαζών των κομματιών 1' και 2' θα είναι:

$$\begin{aligned} \frac{m_1'}{m_2'} &= \frac{r' M}{(1-r') M} \Rightarrow \frac{m_1'}{m_2'} = \frac{r'}{1-r'} \Rightarrow \frac{m_1'}{m_2'} = \frac{2\sqrt{2}}{3 + 2\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{m_1'}{m_2'} = \frac{2\sqrt{2}}{3 + \cancel{2\sqrt{2}} - \cancel{2\sqrt{2}}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m_1'}{m_2'} &= \boxed{\frac{2}{3} \sqrt{2}} \quad (13) \end{aligned}$$



Γ.3. Η ενέργεια που προσδίδεται από την έκρηξη στα κομμάτια του σώματος στην περίπτωση Α ισούται με την κινητική ενέργεια των σωμάτων, αμέσως μετά την έκρηξη. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (2), (3) και (4) θα έχουμε:

$$\begin{aligned}
 E_A &= K_1 + K_2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} r M v_1^2 + \frac{1}{2} (1-r) M v_2^2 = \\
 &= \frac{1}{2} (2 - \sqrt{2}) M \frac{GM_{\Pi}}{R} + \frac{1}{2} (1 - 2 + \sqrt{2}) M \frac{2GM_{\Pi}}{R} = \frac{GMM_{\Pi}}{2R} (\cancel{2} - \sqrt{2} - \cancel{2} + 2\sqrt{2}) \Rightarrow \\
 E_A &= \frac{GMM_{\Pi}}{2R} \sqrt{2} \quad (14)
 \end{aligned}$$

Για την περίπτωση Β, οι σχέσεις (9) και (10), χρησιμοποιώντας $R_1 = 2R$ και $R_2 = 3R/2$, μετασχηματίζονται σε:

$$v_1'^2 = GM_{\Pi} \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{2R} \right) \Rightarrow v_1'^2 = \frac{GM_{\Pi}}{R} \frac{3}{2} \quad (15)$$

$$v_2'^2 = GM_{\Pi} \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{\frac{3}{2}R} \right) \Rightarrow v_2'^2 = \frac{GM_{\Pi}}{R} \left(2 - \frac{2}{3} \right) \Rightarrow v_2'^2 = \frac{GM_{\Pi}}{R} \frac{4}{3} \quad (16)$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (15), (16) και (12) θα έχουμε:

$$\begin{aligned}
 E_B &= K'_1 + K'_2 = \frac{1}{2} m'_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m'_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} r' M v_1'^2 + \frac{1}{2} (1-r') M v_2'^2 = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} M \frac{GM_{\Pi}}{R} \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} \right) M \frac{2GM_{\Pi}}{R} \frac{4}{3} = \\
 &= \frac{GMM_{\Pi}}{2R} \left(\frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{2} + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{\cancel{2}} \right) = \frac{GMM_{\Pi}}{2R} \left(\frac{3\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} + \frac{4}{3+2\sqrt{2}} \right) = \\
 &= \frac{GMM_{\Pi}}{2R} \frac{4+3\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{GMM_{\Pi}}{2R} \frac{(4+3\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})} = \frac{GMM_{\Pi}}{2R} \frac{\cancel{12} + 9\sqrt{2} - 8\sqrt{2} - \cancel{6} \cdot \cancel{2}}{9-4 \cdot 2} =
 \end{aligned}$$



$$= \frac{GMM_{\Pi}}{2R} \frac{\sqrt{2}}{1} \Rightarrow E_B = \frac{GMM_{\Pi}}{2R} \sqrt{2} \quad (17)$$

Από τις (14) και (17) έχουμε:

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{\frac{GMM_{\Pi}}{2R} \sqrt{2}}{\frac{GMM_{\Pi}}{2R} \sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{\frac{E_A}{E_B} = 1}$$