

2^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ - ΣΤΕΡΕΟ (2023)

ΘΕΜΑ Α

Στις προτάσεις **A1α** έως **A4β** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

A1α. Στην ομαλή στροφική κίνηση ενός μηχανικού στερεού γύρω από ακλόνητο άξονα περιστροφής η γωνιακή ταχύτητα του στερεού είναι

α. μονόμετρο μέγεθος ανάλογο με τη συχνότητα περιστροφής του.

β. διανυσματικό μέγεθος κάθετο στον άξονα περιστροφής.

γ. ίση με τη γωνιακή ταχύτητα όλων των σημείων του στερεού που κινούνται.

δ. ανάλογη με την ταχύτητα του κέντρου μάζας του στερεού.

(Μονάδες 3)

A1β. Στην ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση ενός μηχανικού στερεού γύρω από ακλόνητο άξονα περιστροφής, η γωνιακή ταχύτητα του στερεού είναι ομόρροπη

α. με την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου του στερεού.

β. με τη γωνιακή επιτάχυνση ενός σημείου του στερεού (που δεν βρίσκεται στον άξονα περιστροφής).

γ. με την επιτρόχιο επιτάχυνση ενός σημείου του στερεού.

δ. με τη γραμμική ταχύτητα ενός σημείου του στερεού.

(Μονάδες 2)

A2α. Στην ομαλά επιβραδυνόμενη στροφική κίνηση ενός μηχανικού στερεού γύρω από ακλόνητο άξονα περιστροφής, η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού

α. έχει διεύθυνση που ορίζεται από το σύνολο των ακίνητων σημείων του στερεού.

β. είναι διαφορετική για σημεία που δεν ισαπέχουν από τον άξονα περιστροφής.

γ. έχει μέτρο αντιστρόφως ανάλογο μ' αυτό της επιτρόχιο επιτάχυνσης ενός σημείου του στερεού.

δ. έχει μέτρο ανάλογο του τετραγώνου της γωνιακής ταχύτητας του στερεού.

(Μονάδες 3)

A2β. Στην κύλιση (χωρίς ολίσθηση) ενός δίσκου σε οριζόντιο επίπεδο

α. όλα τα σημεία έχουν το ίδιο μέτρο γραμμικής ταχύτητας λόγω στροφικής κίνησης του δίσκου.

β. τα σημεία της κατακόρυφης διαμέτρου που κινούνται έχουν οριζόντια ταχύτητα.

γ. αν η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού είναι σταθερή, είναι και η ταχύτητα του κέντρου μάζας.

δ. η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας. (Μονάδες 2)

A3α. Η ροπή του βάρους μιας ομογενούς πόρτας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι

α. ανάλογη της απόστασης του κέντρου μάζας από τον άξονα περιστροφής.

β. ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας της πόρτας.

γ. ίση με τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της πόρτας.

δ. ίση με μηδέν.

(Μονάδες 3)

A3β. Όταν ισορροπεί ένα ελεύθερο στερεό σώμα

α. η συνισταμένη δύναμη που δέχεται έχει τη φορά της επιτάχυνσής του.

β. η συνολική ροπή που δέχεται έχει διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του.

γ. μπορεί να κινείται μεταφορικά με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας και να μην περιστρέφεται.

δ. μπορεί να δέχεται δύο μόνο δυνάμεις που αποτελούν ζεύγος. **(Μονάδες 2)**

A4α. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός υλικού σημείου η στροφορμή του

α. είναι διανυσματικό μέγεθος ομόρροπο της γωνιακής του ταχύτητας.

β. είναι διανυσματικό μέγεθος παράλληλο στην κεντρομόλο επιτάχυνσή του.

γ. είναι διανυσματικό μέγεθος παράλληλο στην επιτρόchio επιτάχυνσή του.

δ. είναι μονόμετρο μέγεθος με μονάδα μέτρησης το $1 \text{ kgm}^2/\text{s}$. **(Μονάδες 3)**

A4β. Στην ομαλά επιταχυνόμενη κυκλική κίνηση (κίνηση με σταθερό ρυθμό αύξησης του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας) ενός υλικού σημείου ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του

α. ισούται με μηδέν.

β. έχει αντίθετη φορά από τη συνολική ροπή που δέχεται το υλικό σημείο.

γ. έχει ίδια φορά με τη γωνιακή του επιτάχυνση.

δ. έχει αντίθετη φορά από τη γωνιακή του ταχύτητα. **(Μονάδες 2)**

A5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη Σωστό, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη Λάθος, για τη λανθασμένη.

α. Στην κύλιση (χωρίς ολίσθηση) ενός δίσκου κάθε σημείο του έχει γραμμική ταχύτητα ίσου μέτρου με την ταχύτητα του κέντρου μάζας.

β. Η γωνιακή ταχύτητα ενός στερεού έχει μέτρο ίσο με τον ρυθμό μεταβολής της γωνίας που αυτό διαγράφει.

γ. Η ροπή μιας δύναμης είναι διανυσματικό μέγεθος όχι παράλληλο στον φορέα της δύναμης.

δ. Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων έχει μέτρο που εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής.

ε. Η αρχή διατήρησης της στροφορμής ισχύει για σύστημα υλικών σημείων στο οποίο η συνολική εξωτερική ροπή είναι ίση με μηδέν. **(Μονάδες 5)**

ΘΕΜΑ Β

B1. Ομογενής δίσκος ακτίνας R κυλάει χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα v_{cm} . Ένα σημείο του A απέχει από το κέντρο μάζας του δίσκου απόσταση r . Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο A βρίσκεται πάνω στην κατακόρυφη διάμετρο του δίσκου και έχει ταχύτητα μέτρου $v_A=1,5v_{\text{cm}}$. Στο χρονικό διάστημα που ο δίσκος θα εκτελέσει μισή περιστροφή, η μετατόπιση του σημείου A έχει μέτρο

α. $R\sqrt{\pi^2 + 1}$.

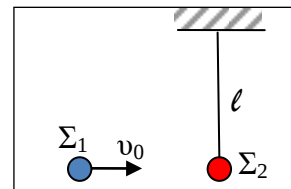
β. R .

γ. πR .

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

(Μονάδες 2+6)

B2. Σφαίρα Σ_1 , μάζας m_1 και αρχικής οριζόντιας ταχύτητας μέτρου $u_0 = 2\sqrt{g\ell}$, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με σφαίρα Σ_2 , μάζας m_2 , που ισορροπεί δεμένη σε κατακόρυφο νήμα μήκους ℓ , όπως δείχνεται στο σχήμα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g . Αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα Σ_2 δέχεται από το νήμα τάση $T=2m_2g$ και έχει στροφορμή με μέτρο



α. $m_1\ell\sqrt{5g\ell}$.

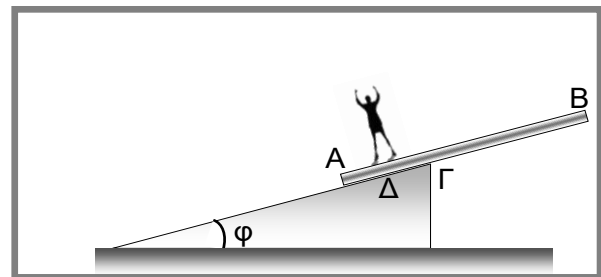
β. $2m_1\ell\sqrt{3g\ell}$.

γ. $3m_1\ell\sqrt{g\ell}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

(Μονάδες 2+7)

B3. Μία σανίδα AB, μήκους L και μάζας M , βρίσκεται κατά το τμήμα της $AG=L/3$ πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας φ , όπως δείχνεται στο σχήμα. Η μέγιστη απόσταση $A\Delta$ που μπορεί να σταθεί ένα παιδί μάζας $m=2M$, για να μην ανατραπεί η σανίδα είναι



α. $L/3$.

β. $L/4$.

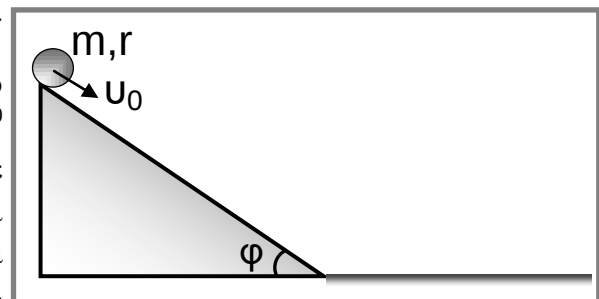
γ. $L/5$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να τη δικαιολογήσετε.

(Μονάδες 2+6)

ΘΕΜΑ Γ

Ρόδα μάζας m και ακτίνας $r=\frac{1}{3}m$ βάλλεται τη χρονική στιγμή $t=0$ με αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0=10\text{m/s}$, από την κορυφή πλαγιάς, γωνίας $\varphi=30^\circ$ και κατεβαίνει κάνοντας κύλιση χωρίς ολίσθηση με γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_\gamma=10\text{rad/s}^2$, όπως δείχνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$ η ρόδα φτάνει στη βάση της πλαγιάς και συνεχίζει, χωρίς αναπήδηση και απώλειες ενέργειας να κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα.



Γ1. Να υπολογίσετε το μήκος d της πλαγιάς.

(Μονάδες 6)

Γ2. Να κάνετε το διάγραμμα της γωνιακής ταχύτητας της ρόδας σε συνάρτηση με τον χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$.

(Μονάδες 7)

Γ3. Να υπολογίσετε τον συνολικό αριθμό των περιστροφών της σφαίρας μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$.

(Μονάδες 6)

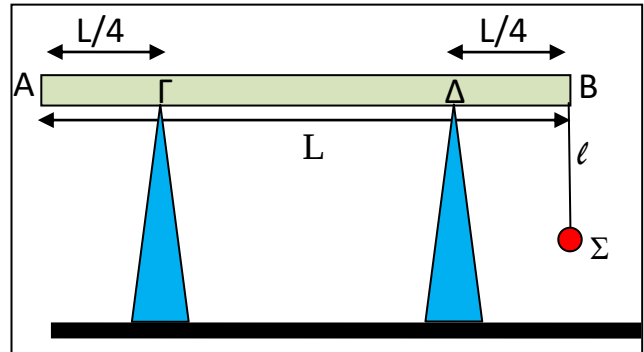
Γ4. Τη χρονική στιγμή $t_2=6\text{s}$ πόσο απέχει από το έδαφος ένα σημείο A της κατακόρυφης διαμέτρου, αν έχει ταχύτητα μέτρου $u_A=10\text{m/s}$.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ

Μία ομογενής σανίδα AB, μήκους $L=2\text{m}$ και μάζας $M=2\text{kg}$, ισορροπεί πάνω σε δύο υποστηρίγματα στα σημεία Γ, Δ, τα οποία απέχουν κατά $L/4$ από τα δύο άκρα της ράβδου.

Σφαίρα Σ, μάζας $m=0,5\text{kg}$, ισορροπεί δεμένη σε κατακόρυφο νήμα μήκους $\ell=1\text{m}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο άκρο B της σανίδας, όπως δείχνεται στο σχήμα.



Δ1. Να υπολογίσετε τη δύναμη στήριξης N_1 που ασκεί το υποστήριγμα στο σημείο Γ της σανίδας.

(Μονάδες 6)

Φέρνουμε το νήμα τεντωμένο σε οριζόντια θέση και τη χρονική στιγμή $t=0$ βάλουμε τη σφαίρα προς τα κάτω με ταχύτητα κατάλληλου μέτρου v_0 , ώστε η σανίδα οριακά να μην ανατρέπεται, όταν το νήμα ξαναγίνει κατακόρυφο.

Δ2. Να υπολογίσετε τη δύναμη στήριξης N_2 που ασκεί το υποστήριγμα στο σημείο Δ της σανίδας, όταν το νήμα γίνει κατακόρυφο.

(Μονάδες 6)

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t=0$.

(Μονάδες 7)

Δ4. Κατά την κυκλική κίνηση της σφαίρας και όταν το νήμα σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση, να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας.

(Μονάδες 6)

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/sec}^2$.

ΕΥΧΟΜΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ 2^ο Διαγ. ΣΤΕΡΕΟ, 2023

ΘΕΜΑ Α	A1α. (γ)	A1β. (β)	A2α. (α)	A2β. (β)	A3α. (δ)	A3β. (γ)
	A4α. (α)	A4β. (γ)	A5. α. Λ	β. Σ	γ. Σ	δ. Λ ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. α. $v_A = v_{cm} + v_{\gamma p} = \omega R + \omega r \Rightarrow 1,5v_{cm} = 1,5\omega R = \omega R + \omega r \Rightarrow r = R/2$

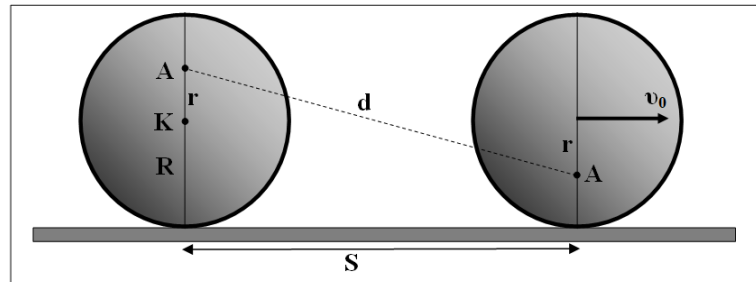
Μισή περιστροφή: $S = \pi R$

ή

$$S = v_{cm} t = \omega R \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{T} R \frac{T}{2} = \pi R$$

$$d = \sqrt{S^2 + (2r)^2} = \sqrt{(\pi R)^2 + (R)^2} \Rightarrow$$

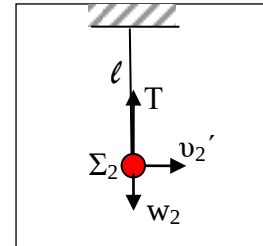
$$d = R\sqrt{\pi^2 + 1}$$



B2. γ. $F_K = T - w_2 = \frac{m_2 v_2'^2}{\ell} \Rightarrow 2m_2 g - m_2 g = \frac{m_2 v_2'^2}{\ell} \Rightarrow v_2' = \sqrt{g\ell}$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0 \Rightarrow \sqrt{g\ell} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} 2\sqrt{g\ell} \Rightarrow m_2 = 3m_1$$

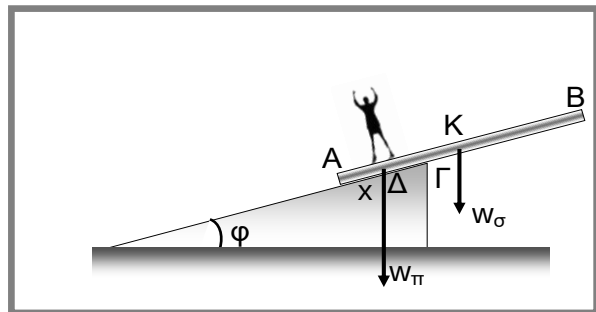
$$L = m_2 v_2' \ell = 3m_1 \ell \sqrt{g\ell}$$



B3. β. Την ώρα της οριακής ανατροπής, η ράβδος έχει επαφή με το πλάγιο επίπεδο μόνο στο σημείο Γ και η δύναμη επαφής N δεν δημιουργεί ροπή, ως προς αυτό το σημείο.

$$\Sigma \tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow w_{\pi} (\Delta \Gamma) \sin \varphi = w_{\sigma} (K \Gamma) \sin \varphi \Rightarrow$$

$$mg \left(\frac{L}{3} - x \right) = Mg \left(\frac{L}{2} - \frac{L}{3} \right) \Rightarrow x = \frac{L}{4}$$



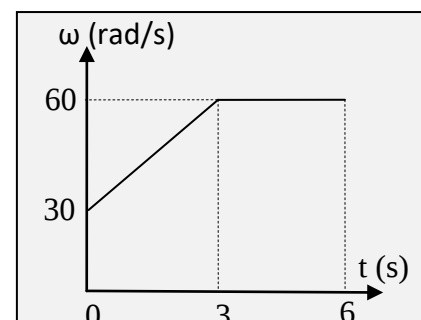
ΘΕΜΑ Γ Γ1. $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma \omega v} r = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$ $d = v_0 t_1 + \frac{1}{2} \alpha_{cm} t_1^2 = 45 \text{ m}$

Γ2. $v_o = \omega_o r \Rightarrow \omega_o = \frac{v_o}{r} = 30 \text{ rad/s}$

$$\omega = \omega_o + \alpha_{\gamma \omega v} t_1 = 60 \text{ rad/s}$$

Γ3. $\theta_1 = \frac{d}{r} = 135 \text{ rad}$ $\theta_2 = \omega \Delta t = 180 \text{ rad}$

$$\theta_{o\lambda} = \theta_1 + \theta_2 = 315 \text{ rad}$$



$$\theta_{\omega\lambda} = N \cdot 2\pi \Rightarrow N = \frac{315}{2\pi} \text{ στροφές}$$

$$\Gamma 4. \quad v_A = v_{cm} - v_{\gamma\rho} = \omega r - \omega x \Rightarrow 10 = 60 \frac{1}{3} - 60x \Rightarrow x = 1/6 \text{ m} \quad y = r - x = 1/6 \text{ m}$$

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. \quad \Sigma F = 0 \Rightarrow T = w_{\sigma} = mg = 5 \text{ N}$$

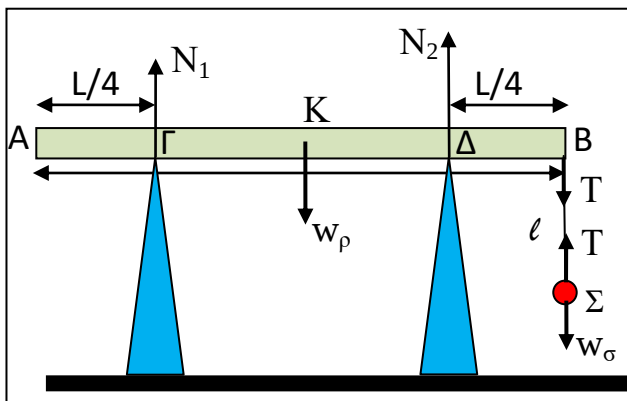
$$\Sigma \tau_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow Mg \frac{L}{4} = N_1 \frac{L}{2} + T \frac{L}{4} \Rightarrow$$

$$N_1 = 7,5 \text{ N}$$

$$\Delta 2. \quad N_1 = 0$$

$$\Sigma \tau_{(\Delta)} = 0 \Rightarrow Mg \frac{L}{4} = T' \frac{L}{4} \Rightarrow T' = 20 \text{ N}$$

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T' + w_{\rho} = N_2 = 40 \text{ N}$$

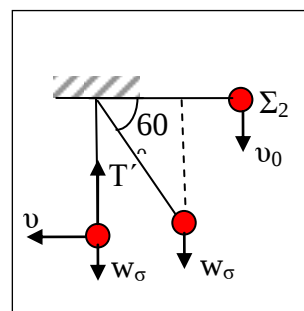


$$\Delta 3. \quad F_k = T' - w_{\sigma} = \frac{mv^2}{\ell} \Rightarrow 20 - 5 = \frac{0,5v^2}{1} \Rightarrow v = \sqrt{30} \text{ m/s}$$

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mg\ell = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{10} \text{ m/s}$$

$$L = mv_0\ell = 0,5\sqrt{10} \text{ kgm}^2/\text{s}$$



$$\Delta 4. \quad \frac{\Delta L}{\Delta t} = \Sigma \tau = mg\ell \sin 60^\circ = 2,5 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$$