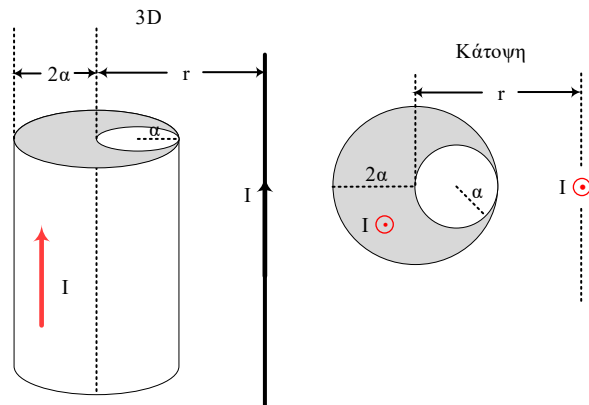


Ένας αγωγός με κοιλότητα.

Ο μεγάλου μήκους κυλινδρικός αγωγός ακτίνας $R = 2a = 2 \cdot 10^{-1} \text{ m}$ έχει μία κυλινδρική κοιλότητα ακτίνας $a = 10^{-1} \text{ m}$ μέσα σε ολόκληρο το μήκος του όπως φαίνεται στο σχήμα. Ρεύμα έντασης $I = 3 \text{ A}$ έχει φορά προς τα πάνω και είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο σε μία διατομή του αγωγού. Σε απόσταση $r = 4 \cdot 10^{-1} \text{ m}$ από τον άξονά του κυλινδρικού αγωγού υπάρχει ευθύγραμμο σύρμα μεγάλου μήκους που διαρρέεται από ρεύμα έντασης $I = 3 \text{ A}$. Το σύρμα ο άξονας του κυλινδρικού αγωγού και ο άξονας της κοιλότητας ανήκουν στο ίδιο επίπεδο να βρεθεί η δύναμη ανά μονάδα μήκους η οποία ασκείται στο σύρμα από το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το ρεύμα του κυλινδρικού αγωγού. Δίνεται $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$.



Λύση

Η δύναμη ανά μονάδα μήκους που ασκείται στο σύρμα είναι $\frac{F}{\ell} = BI$ (1), όπου B

η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί το ρεύμα του κυλινδρικού αγωγού στην περιοχή που βρίσκεται το σύρμα σχήμα 3.

$$B = B_0 - B_1$$

Επιλέγω κυκλική διαδρομή ακτίνας $r = 4 \cdot 10^{-1} \text{ m}$ (σχήμα 1). Από τη συμμετρία της άσκησης έχουμε ότι η ένταση $\vec{B}_0$ έχει σταθερό μέτρο και είναι παράλληλη στο $\Delta \vec{\ell}$ σε κάθε σημείο της διαδρομής.

$$\text{Νόμος Ampere } \Sigma B \cdot \Delta \ell \cdot \sin \theta = \mu_0 I_0 \quad (3).$$

Επειδή το ρεύμα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στη διατομή του σύρματος έχουμε:

$$\frac{I_0}{\pi(2a)^2} = \frac{I}{\pi(2a)^2 - \pi a^2} \Rightarrow \frac{I_0}{4\pi a^2} = \frac{I}{3\pi a^2} \Rightarrow I_0 = \frac{4I}{3} \text{ και από την (3)}$$

$$B_0 \Sigma \Delta \ell = \mu_0 I_0 \Rightarrow B_0 2\pi r = \mu_0 \frac{4I}{3} \Rightarrow B_0 = \frac{2\mu_0 I}{3\pi r} \stackrel{r=4a}{\Rightarrow} B_0 = \frac{\mu_0 I}{6\pi a}$$

$$\text{ομοίως (σχήμα 2) από τη συμμετρία } \frac{I_1}{\pi a^2} = \frac{I}{3\pi a^2} \Rightarrow I_1 = \frac{I}{3} \text{ και}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{6\pi(r-a)} \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I}{18\pi a}$$

$$\text{από τη (2)} \Rightarrow B = B_0 - B_1 = \frac{\mu_0 I}{6\pi a} - \frac{\mu_0 I}{18\pi a} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{9\pi a}$$

$$\text{και από την (1)} \Rightarrow \frac{F}{\ell} = BI = \frac{\mu_0 I^2}{9\pi a} \Rightarrow \frac{F}{\ell} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3^2}{9\pi \cdot 10^{-1}} \Rightarrow \frac{F}{\ell} = 4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

