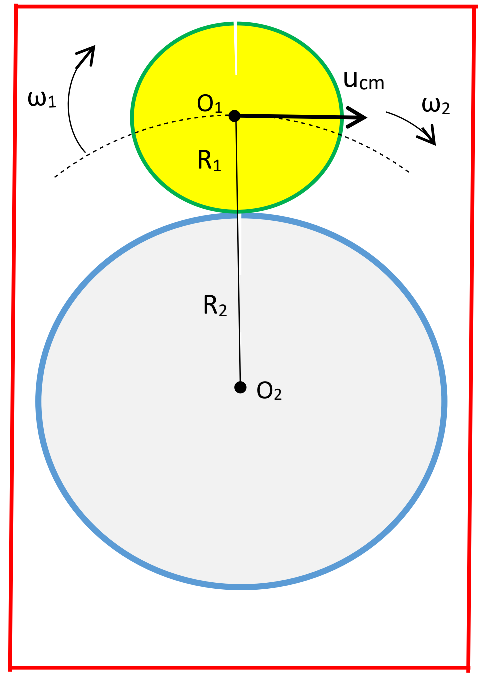
ΚΥΛΙΣΗ ΔΙΣΚΟΥ ΣΤΗΝ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ



Ο ομογενής δίσκος ακτίνας R_1 κυλίεται χωρίς ολίσθηση στην ακλόνητη, κυλινδρική επιφάνεια ακτίνας R_2. Ο δίσκος στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1 , ως προς το κέντρο μάζας του.

1. Να αποδειχθεί ότι το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του κέντρου μάζας του δίσκου , δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{u_{cm} = \frac{R_1}{R_2} (R_1 + R_2) \omega_1}$$

2. Αν ω_2 είναι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κέντρου μάζας του δίσκου ως προς το κέντρο O_2 του κυλίνδρου , να αποδειχθεί ότι το μέτρο της πραγματικής γωνιακής ταχύτητας του δίσκου (ως προς ακίνητο παρατηρητή) $\omega_{\pi\rho.}$ είναι :

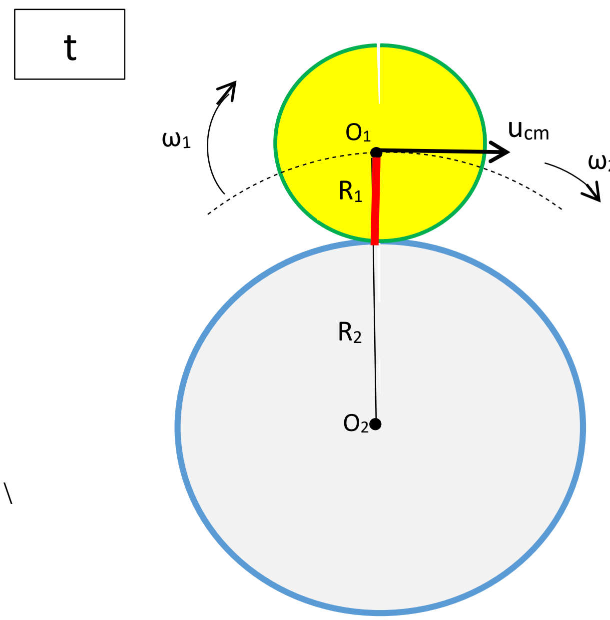
$$\mathbf{\omega_{\pi\rho,} = \omega_1 + \omega_2}$$

3. Να αποδειχθεί ότι $\mathbf{u_{cm} = \omega_{\pi\rho.} R_1}$

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ

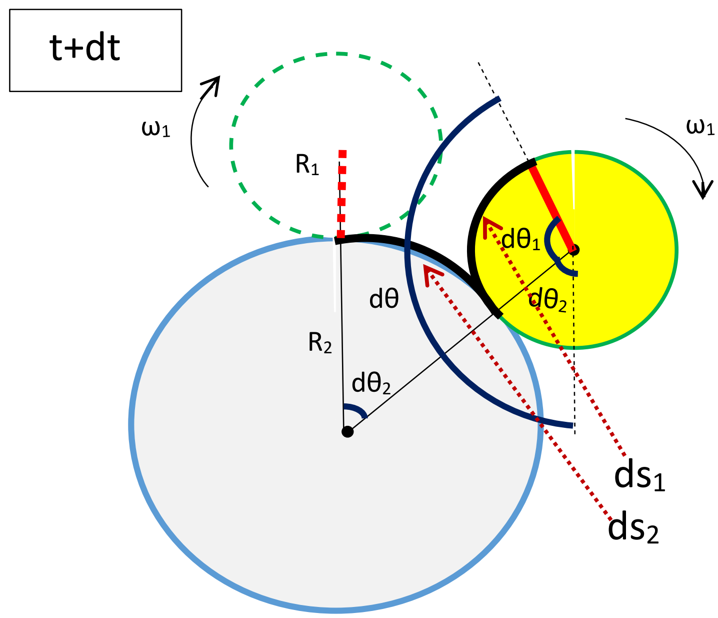
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Στο ΣΧΗΜΑ 1 τη χρονική στιγμή t , η γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας του δίσκου είναι u_{cm} και η αντίστοιχη γωνιακή ταχύτητά του, είναι ω_2. Ισχύει $u_{cm} = \omega_2 (R_1 + R_2)$ (1)



\

ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2

Τη χρονική στιγμή t + dt , ΣΧΗΜΑ 2, τα υλικά σημεία (Υ.Σ.) του δίσκου που ήλθαν σε επαφή με την επιφάνεια του κυλίνδρου περιέχονται στο τόξο ds_1 και τα Υ.Σ. της επιφάνειας του κυλίνδρου που ήλθαν σε επαφή με την περιφέρεια του δίσκου περιέχονται στο τόξο ds_2 .

Λόγω της κύλισης ισχύει $ds_2 = ds_1$ => $d\theta_2 \; R_2 = d\theta_1 R_1$ => $\frac{d\theta_2}{dt} \; R_2 = \frac{d\theta_1}{dt} \; R_1$

=> $\omega_2 \, R_2 = \omega_1 \, R_1$ (2) => $\omega_2 = \omega_1 \frac{R_1}{R_2}$ (3)

Από τις σχέσεις (1) , (3) => $\mathbf{u_{cm} = \frac{R_1}{R_2} (R_1 + R_2) \, \omega_1}$

Η κόκκινη ακτίνα του δίσκου από τη χρονική στιγμή t που βρίσκεται στην κατακόρυφη διεύθυνση μέχρι τη χρονική στιγμή t+dt που βρίσκεται στη θέση που φαίνεται στο ΣΧΗΜΑ 2 , διαγράφει συνολική γωνία $d\theta = d\theta_1 + d\theta_2$. Την ίδια πραγματική γωνία περιστροφής έχει και ο δίσκος στο χρονικό διάστημα dt.

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ

Η πραγματική γωνιακή ταχύτητα του δίσκου (ως προς ακίνητο παρατηρητή) είναι $\omega_{\pi\rho.} = \frac{d\theta}{dt}$.

Από τη σχέση $d\theta = d\theta_1 + d\theta_2$ => $\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{d\theta_2}{dt}$ => $\boldsymbol{\omega_{\pi\rho,} = \omega_1 + \omega_2}$ (4)

Η σχέση (1) => $u_{cm} = \omega_2 R_1 + \omega_2 R_2$ και από τη σχέση (2) με αντικατάσταση του $\omega_2 R_2$ με $\omega_1 R_1$ προκύπτει $u_{cm} = \omega_2 R_1 + \omega_1 R_1$ => $u_{cm} = (\omega_2 + \omega_1)R_1$ και λόγω της (4)

$\boldsymbol{u_{cm} = \omega_{\pi\rho.} R_1}$

pananasgiannis@yahoo.gr

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ