

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ 2025

ΘΕΜΑ Α

Α₁ (5μ)

Ένα ταλαντούμενο ηλεκτρικό δίπολο συχνότητας f , εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικό κύμα με μέτρα των μέγιστων εντάσεων του ηλεκτρικού και μαγνητικού του πεδίου $E_{\max}$, $B_{\max}$.

α) Η αλγεβρική τιμή της έντασης του μαγνητικού πεδίου του κύματος σε μεγάλη απόσταση από το δίπολο, δίνεται από τη σχέση

$$B = \frac{E_{\max}}{c} \cdot \eta \mu 2\pi f (t - x \cdot \frac{E_{\max}}{B_{\max}})$$

β) Τα διανύσματα της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου και της έντασης του μαγνητικού πεδίου του κύματος δεν είναι κάθετα μεταξύ τους.

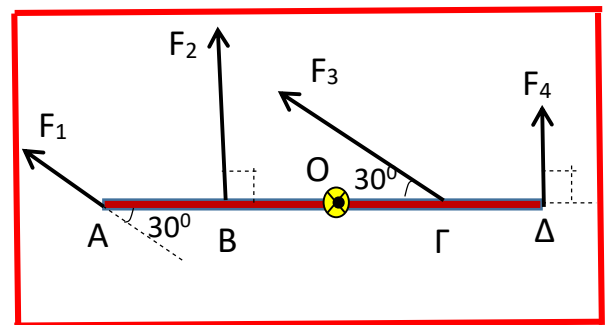
γ) Η αλγεβρική τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου του κύματος σε μεγάλη απόσταση από το δίπολο δίνεται από τη σχέση

$$E = B_{\max} \cdot c \cdot \eta \mu 2\pi f (t - x \cdot \frac{B_{\max}}{E_{\max}})$$

δ) Η διαφορά φάσης μεταξύ των εντάσεων E, B κοντά στο δίπολο είναι π και σε μεγάλη απόσταση από αυτό, είναι μηδέν.

Α₂ (5μ)

Η ομογενής ράβδος ΑΔ μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το μέσο της Ο, κάθετα στο επίπεδο της σελίδας. Στο επίπεδο της σελίδας και στα σημεία Α, Β, Γ, Δ της ράβδου ασκούνται οι δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ αντίστοιχα όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα μέτρα των δυνάμεων είναι, $F_1 = F_4 = F$ και $F_2 = F_3 = 2F$. Τα σημεία Β, Γ είναι τα μέσα των τμημάτων ΑΟ, ΟΔ αντίστοιχα. Ποια από τις προτάσεις είναι σωστή;



α) Η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων $\vec{F}_1, \vec{F}_4$, ως προς τον άξονα, είναι μηδέν.

β) Η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων $\vec{F}_2, \vec{F}_4$, ως προς τον άξονα, δεν είναι μηδέν.

γ) Η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_4$, ως προς τον άξονα, είναι μηδέν.

δ) Η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$, ως προς τον άξονα, είναι μηδέν.

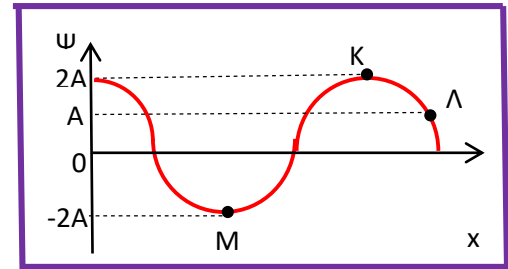
ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ

A₃ (5μ)

Το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος το οποίο προκύπτει από τη συμβολή των κυμάτων $\psi_1 = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$, $\psi_2 = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$, τη χρονική στιγμή t_1 , δίνεται από το διπλανό σχήμα.

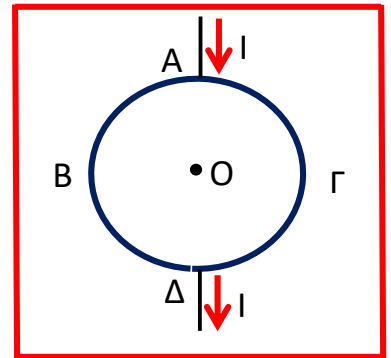
Ποια από τις προτάσεις είναι σωστή;

- α) Η διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων Κ , Λ είναι $\pi/3$
- β) Οι επιταχύνσεις των σημείων Κ , Μ είναι ίσες
- γ) Οι ταχύτητες των σημείων Κ , Λ είναι ίσες.
- δ) Η χρονική στιγμή t_1 είναι πολλαπλάσια της μισής περιόδου $T/2$.

A₄ (5μ)

Οι ημικυκλικοί αγωγοί ΑΒΔ , ΑΓΔ έχουν την ίδια ακτίνα , το ίδιο κέντρο Ο και αντιστάσεις $R_{ΑΒΔ} > R_{ΑΓΔ}$. Στον κόμβο Α εισέρχεται το ρεύμα έντασης Ι και από τον κόμβο Δ εξέρχεται το ρεύμα έντασης Ι.

- α) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Ο είναι κάθετη στο επίπεδο των ημικυκλίων με φορά προς τα έξω.
- β) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Ο είναι μηδέν.
- γ) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Ο είναι κάθετη στο επίπεδο των ημικυκλίων με φορά προς τα μέσα.
- δ) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Ο είναι παράλληλη στο επίπεδο των ημικυκλίων με φορά από το σημείο Α προς το σημείο Δ.

A₅ (5μ)

Ποιες από τις προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος.

- α) Οι σφαίρες (1) , (2) μαζών m_1 , m_2 , με ομόρροπες ταχύτητες μέτρων u , $u/2$ αντίστοιχα , συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Αν $m_1 \ll m_2$ η ταχύτητα της σφαίρας (1) μετά την κρούση , είναι μηδέν.
- β) Σύμφωνα με την κβαντική θεωρία του Planck και η συχνότητα είναι κβαντισμένο μέγεθος.
- γ) Τα σύμβολα Δp_x , Δx στη σχέση της αρχής της αβεβαιότητας $\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$ εκφράζουν το εύρος της αβεβαιότητας των μεγεθών και τα σύμβολα ΔE , Δt στη σχέση της αρχής της αβεβαιότητας $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ εκφράζουν τη μεταβολή των μεγεθών.

δ) Στο εναλλασσόμενο ρεύμα η στιγμιαία ισχύς του σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου $T/2$ είναι ίση με τη μέση ισχύ του, δύο φορές.

ε) Στα άκρα ευθύγραμμου στρεφόμενου αγωγού μήκους l με γωνιακή ταχύτητα ω , γύρω από άξονα κάθετο στον αγωγό σε σημείο που δεν είναι άκρο του, μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B με δυναμικές γραμμές παράλληλες στον άξονα, δημιουργείται επαγωγική τάση $E_{επ.} = \frac{B\omega l^2}{2}$

ΘΕΜΑ Β

B1 (8μ)

Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο η τάση αποκοπής για συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας f_1 σε μεταλλική πλάκα καλίου είναι $V_{o(\text{καλίου})}$ και για συχνότητα τις προσπίπτουσας ακτινοβολίας $f_1/2$ σε μεταλλική πλάκα καυσίου, είναι $V_{o(\text{καυσίου})}$. Δίνονται τα έργα εξαγωγής $\Phi_{\text{καλίου}} = 2,2 \text{ eV}$, $\Phi_{\text{καυσίου}} = 1,4 \text{ eV}$.

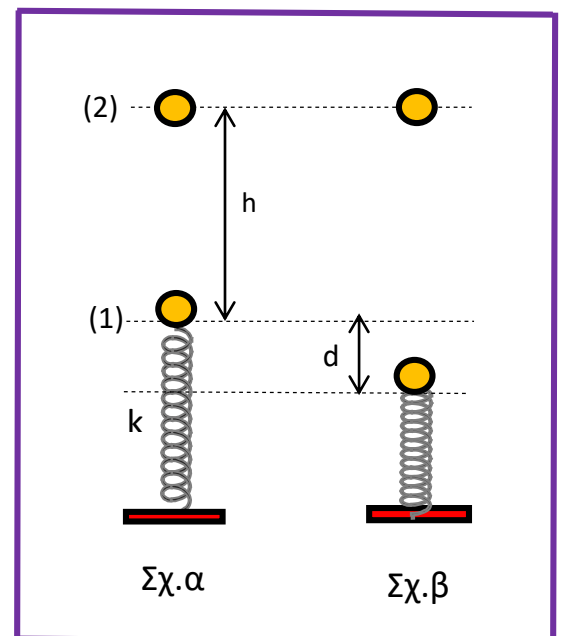
Η σχέση μεταξύ των $V_{o(\text{καλίου})}$, $V_{o(\text{καυσίου})}$ είναι

α) $V_{o(\text{καλίου})} > 2 V_{o(\text{καυσίου})}$ β) $2V_{o(\text{καλίου})} < V_{o(\text{καυσίου})}$ (3μ)

Να αιτιολογήσετε. (5μ)

B2 (8μ)

Το σώμα (1) συνδέεται με το πάνω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k και είναι ακίνητο. Το κάτω άκρο του ελατηρίου συνδέεται με το δάπεδο. Σε ύψος h από το σώμα (1) κρατάμε σώμα (2) (Σχ. α). Κατεβάζουμε κατακόρυφα το σώμα (1) κατά d και το κρατάμε. (Σχ. β). Αφήνουμε τα σώματα τις κατάλληλες χρονικές στιγμές ώστε να συναντηθούν στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του σώματος (1), όταν το σώμα (1) διέρχεται από τη θέση αυτή για πρώτη φορά από τη στιγμή που το αφήσαμε. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση το σώμα (2) φθάνει μέχρι το ύψος από το οποίο το αφήσαμε. Ισχύουν $m_1 g = k d$ και $h = 2d$. Τα σώματα έχουν αμελητέες



διαστάσεις.

Το πηλίκο των μαζών m_1 / m_2 είναι

α) 1/2 β) 1/4 γ) 2 (3μ)

Να αιτιολογήσετε. (5μ)

 $\mathbf{B}_3 \ (9\mu)$

Το στιγμιότυπο κύματος με εξίσωση $\psi(x,t) = A \sin 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda})$

τη χρονική στιγμή t_1 , δίνεται από το διπλανό σχήμα.

A. Η χρονική στιγμή t_1 είναι

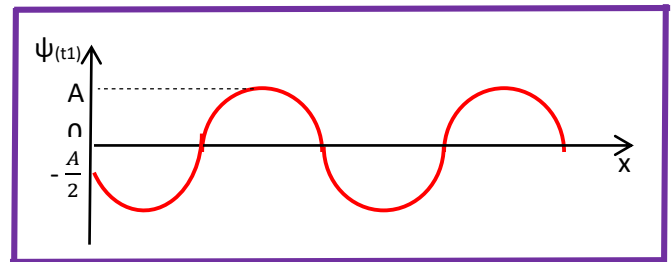
$$\alpha) \text{ } 21\text{T}/12 \quad \beta) \text{ } 11\text{T}/6 \quad \gamma) \text{ } 23\text{T}/12 \quad (2\mu)$$

Να αιτιολογήσετε. (3μ)

Β. Τα μόρια του μέσου που εκτελούν ταλάντωση με ταχύτητα μέτρου $u = \pi A / T$, τη χρονική στιγμή t_1 , είναι

$\alpha) 4 \quad \beta) 7 \quad \gamma) 8 \quad (1\mu)$

Να αιτιολογήσετε. (3μ)



ΘΕΜΑ Γ

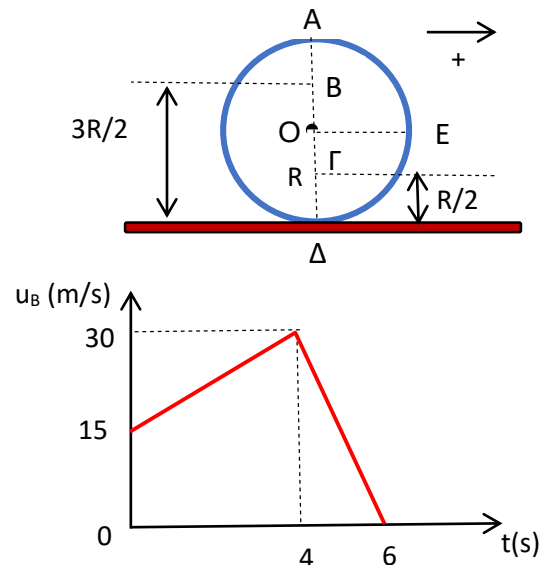
Ο ομογενής δίσκος κάνει κύλιση στο οριζόντιο επίπεδο.

Η ακτίνα του δίσκου είναι $R=0.5\text{ m}$.

Η ταχύτητα του σημείου Β το οποίο βρίσκεται στην κατακόρυφη που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου και σε ύψος $3R/2$ από το οριζόντιο επίπεδο, μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Να βρεθούν:

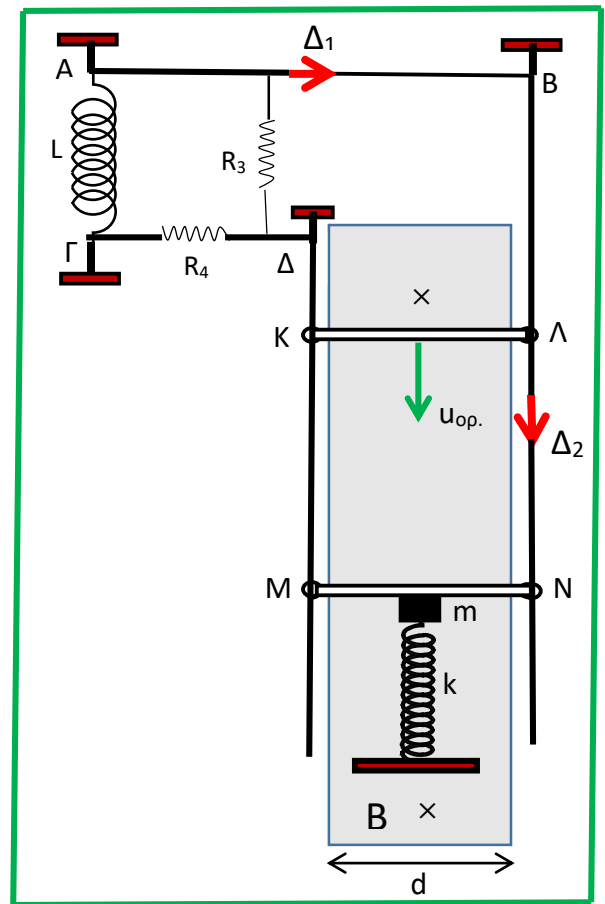
α) Η αρχική ταχύτητα του κέντρου μάζας η αρχική
γωνιακή ταχύτητα δίσκου και οι αρχικές ταχύτητες
των σημείων Α, Γ, Δ και Ε. (6μ)



- β) Τις γωνιακές ταχύτητες του δίσκου τις χρ. στιγμές $t=2s$ και $t=5s$. (4μ)
- γ) Τις ταχύτητες των σημείων Α,Γ,Δ και Ε τις χρ. στιγμές $t=2s$ και $t=5s$. (4μ)
- δ. Την επιτάχυνση του σημείου Δ τη χρονική στιγμή $t=2s$. (3μ)
- ε. Στο χρονικό διάστημα 0-6s τη μετατόπιση του κέντρου μάζας και τον αριθμό των στροφών του δίσκου. (4μ)
- ζ. Η γραφική παράσταση της γωνίας περιστροφής του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο. (4μ)

ΘΕΜΑ Δ

Στο σχήμα όλα τα στοιχεία βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, οι οριζόντιες και οι κατακόρυφες μεταλλικές ράγες δεν έχουν αντίσταση, τα στηρίγματα στα σημεία Α,Β,Γ,Δ είναι μονωτικά, και οι διακόπτες Δ_1, Δ_2 είναι κλειστοί. Τα άκρα των οριζοντίων ομογενών μεταλλικών ράβδων ΚΛ, ΜΝ συνδέονται με μεταλλικούς κρίκους οι οποίοι είναι περασμένοι στις κατακόρυφες ράγες και είναι σε επαφή με αυτές, χωρίς να υπάρχουν τριβές μεταξύ τους. Μεταξύ των κατακόρυφων ραγών υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο πλάτους $d=0,5\text{ m}$, με ένταση κάθετη στο κατακόρυφο επίπεδο και φορά προς τα μέσα. Η ράβδος ΚΛ έχει αποκτήσει οριακή ταχύτητα $u_{op.}$ με εξωτερική δύναμη μόνο του βάρους της και η ράβδος ΜΝ είναι ακίνητη πάνω στο σώμα το οποίο συνδέεται με το πάνω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου του οποίου το κάτω άκρο συνδέεται σε σταθερό σημείο. Δίνονται $R_L = 0$, $L=0,5H$, $R_3=6\Omega$, $R_4=3\Omega$, $R_{KL}=0$. $m_{KL}=1,2\text{Kg}$, $R_{MN}=2\Omega$, $m_{MN}=0,2\text{Kg}$, $B=2T$, $m=0,2\text{Kg}$, $k=20\text{ N/m}$. Να βρείτε



- α) τη $u_{op.}$ β) Την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου. γ) Τη συσπείρωση του ελατηρίου. (5+2+2 μ)

Ανοίγουμε ταυτόχρονα τους διακόπτες. Να βρείτε

δ) Την πολικότητα της τάσης αυτεπαγωγής στο πηνίο ,αμέσως μετά το άνοιγμα των διακοπών. (2μ)

ε) Το ρυθμό μεταβολής της έντασης στο πηνίο ,αμέσως μετά το άνοιγμα των διακοπών. (3μ)

ζ) Τις θερμότητες που εκλύονται στις αντιστάσεις στο κύκλωμα του πηνίου από τη στιγμή που ανοίγουμε τους διακόπτες μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο κύκλωμα του πηνίου. (3μ)

η) Το ύψος από την αρχική θέση της ράβδου MN, στο οποίο θα χάσει την επαφή της με το σώμα . (5μ)

θ) Την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος m μετά τη στιγμή που χάνει την επαφή του με τη ράβδο MN. (3μ)

K. E.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A₁. γ , A₂. δ, A₃. γ , A₄. γ , A₅. Σ, Λ, Λ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β

B₁

Από την εξίσωση $K = h f_1 - \Phi_{(\text{καλίου})}$ και το Θ.Μ.Κ.Ε μεταξύ καθόδου-ανόδου για $V = V_{0(\text{καλίου})}$:

$$0 - K = - |q_e| V_{0(\text{καλίου})} \Rightarrow K = |q_e| V_{0(\text{καλίου})} \text{ προκύπτει } |q_e| V_{0(\text{καλίου})} = h f_1 - \Phi_{(\text{καλίου})} . \quad (1)$$

Από την εξίσωση $K = h f_1/2 - \Phi_{(\text{καισίου})}$ με ανάλογο τρόπο $|q_e| V_{0(\text{καισίου})} = h f_1/2 - \Phi_{(\text{καισίου})} \quad (2)$

$$\text{Από τη (2)} \Rightarrow 2|q_e| V_{0(\text{καισίου})} = h f_1 - 2 \Phi_{(\text{καισίου})} \quad (3)$$

Αφαιρούμε τις (1) , (3) κατά μέλη : $2|q_e| V_{0(\text{καισίου})} - |q_e| V_{0(\text{καλίου})} = -2 \Phi_{(\text{καισίου})} + \Phi_{(\text{καλίου})} = -2,8 + 2,2 = -0,6$

$$\Rightarrow 2|q_e| V_{0(\text{καισίου})} - |q_e| V_{0(\text{καλίου})} < 0 \Rightarrow 2V_{0(\text{καισίου})} - V_{0(\text{καλίου})} < 0 \Rightarrow 2V_{0(\text{καισίου})} < V_{0(\text{καλίου})} \text{ Σωστό το α}$$

B₂

Τα μέτρα των ταχυτήτων του σώματος (1) ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την κρούση είναι u_1 , u_1' αντίστοιχα και τα μέτρα των ταχυτήτων του σώματος (2) ελάχιστα πριν και αμέσως μετά την κρούση είναι u_2 , u_2' αντίστοιχα.

Επειδή το σώμα (2) επιστρέφει στο αρχικό του ύψος h , τα μέτρα των ταχυτήτων u_2 , u_2' είναι ίσα λόγω

$$\text{Α.Δ.Μ.Ε στο πεδίο βαρύτητας του σώματος (2) : } \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 = m_2 g h. \Rightarrow u_2 = u_2'$$

Από την εξίσωση των ταχυτήτων στην κεντρική ελαστική κρούση (Κ.Ε.Κ.), με θετική φορά προς τα κάτω έχουμε: $u_2 - u_2' = -u_1 + u_1' \Rightarrow u_1 = u_1'$. Δηλαδή και τα μέτρα των ταχυτήτων u_1 , u_1' είναι ίσα.

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την Κ.Ε.Κ. : $m_2 u_2 - m_1 u_1 = -m_2 u_2' + m_1 u_1' \Rightarrow m_2 u_2 - m_1 u_1 = -m_2 u_2 + m_1 u_1 \Rightarrow 2 m_2 u_2 = 2 m_1 u_1 \Rightarrow m_2 u_2 = m_1 u_1$ (1)

Από την Α.Δ.Μ.Ε στο πεδίο βαρύτητας : $\frac{1}{2} m_2 u_2^2 = m_2 g h \Rightarrow u_2^2 = 2 g h \Rightarrow u_2^2 = 4 g d$ (2)

Από την ΑΔΕ ταλάντωσης του σώματος (1) : $\frac{1}{2} k d^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \Rightarrow k d^2 = m_1 u_1^2$ όμως $k d = m_1 g$ άρα $m_1 g d = m_1 u_1^2 \Rightarrow u_1^2 = g d$ (3)

Διαιρούμε της σχέσεις (2), (3) κατά μέλη : $u_2^2 / u_1^2 = 4 \Rightarrow u_2 / u_1 = 2 \Rightarrow u_2 = 2 u_1$ (4)

Και με αντικατάσταση της (4) στην σχέση (1) $m_2 2 u_1 = m_1 u_1 \Rightarrow m_1 = 2 m_2 \Rightarrow m_1 / m_2 = 2$ Σωστό το γ

B₃

A.

Τη χρονική στιγμή t_1 το κύμα έχει φτάσει στη θέση

$x_1 = u_{\text{κυμ.}} t_1$. Από το σχήμα :

$$2\lambda < x_1 < \lambda + \lambda/2 + \lambda/4 \Rightarrow 2\lambda < x_1 < 7\lambda/4$$

Διαιρούμε όλα τα μέλη με το μέτρο της ταχύτητας

$$\text{του κύματος } 2\lambda / u_{\text{κυμ.}} < x_1 / u_{\text{κυμ.}} < 7\lambda/4 u_{\text{κυμ.}}$$

$$\Rightarrow 2T < t_1 < 7T/4 \quad (1)$$

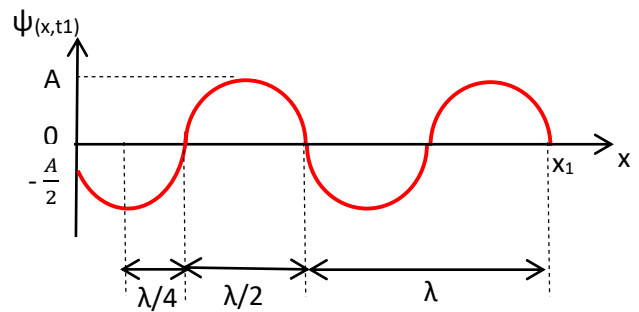
Ο χρόνος t_1 συμπίπτει με το χρόνο ταλάντωσης του μορίου στη θέση $x=0$, από τη στιγμή $t=0$ μέχρι τη στιγμή που $\psi_0 = -A/2$, κινείται προς τα θετικά (όχι απαραίτητο στοιχείο αλλά για να έχουμε λιγότερες εξισώσεις) και ισχύει η σχέση (1)

[όταν το κύμα διαδίδεται προς τα θετικά του άξονα x , τα μόρια του μέσου από κάθε κορυφή μέχρι την επόμενη κοιλάδα κινούνται προς τα πάνω και από κάθε κορυφή μέχρι την προηγούμενη κοιλάδα κινούνται προς τα κάτω]

$$-A/2 = A \eta \mu \omega t_1 \Rightarrow \eta \mu \omega t_1 = -1/2 \text{ και επειδή } u = u_{\text{max}} \sin \omega t_1 > 0 \Rightarrow \omega t_1 = 11\pi/6 + 2\kappa\pi$$

$$\text{Για } \kappa=0, \omega t_1 = 11\pi/6 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{11T}{12} \text{ Άτοπο λόγω της σχέσης (1)}$$

$$\text{Για } \kappa=1, \omega t_1 = 11\pi/6 + 2\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{23\pi}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{23T}{12} \text{ Δεκτή. Σωστή η γ}$$



B. Η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης των μορίων του μέσου , σε συνάρτηση με τη θέση των θέσεων

ισορροπίας τους στο άξονα 0x και το χρόνο , είναι $u(x,t) = \frac{2\pi A}{T} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{23T}{12}$ η εξίσωση γίνεται $u(x,t_1) = \frac{2\pi A}{T} \sin 2\pi \left(\frac{23}{12} - \frac{x}{\lambda} \right)$ και επειδή $|u(x,t_1)| = \frac{\pi A}{T} \Rightarrow$

$$\left| \frac{2\pi A}{T} \sin 2\pi \left(\frac{23}{12} - \frac{x}{\lambda} \right) \right| = \frac{\pi A}{T} \Rightarrow \left| \sin 2\pi \left(\frac{23}{12} - \frac{x}{\lambda} \right) \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2\pi \left(\frac{23}{12} - \frac{x}{\lambda} \right) = \pm \frac{1}{2}$$

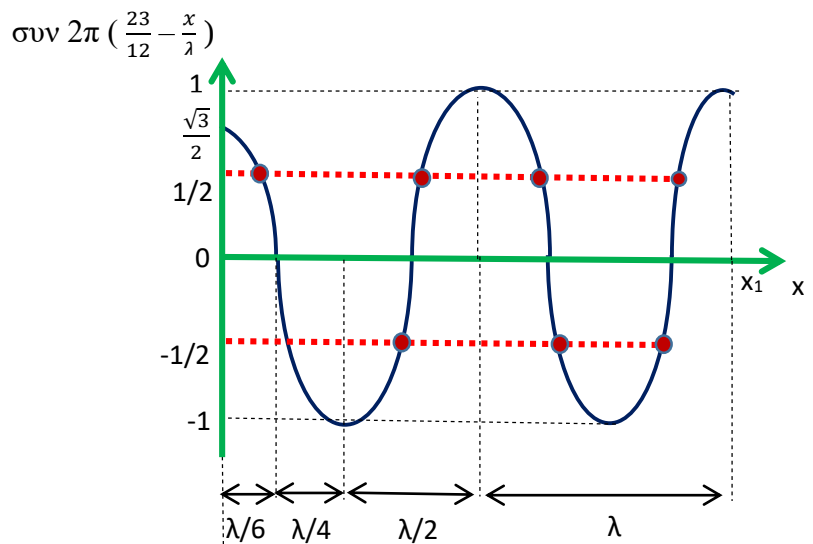
Κάνουμε τη γραφική παράσταση του $\sin 2\pi \left(\frac{23}{12} - \frac{x}{\lambda} \right)$ μέχρι τη θέση $x=x_1 = u_{\text{κυμ.}} t_1 = \frac{23\lambda}{12}$ και φέρνουμε παράλληλες στις τιμές των $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$.

$$x_1 = \frac{23\lambda}{12} = \lambda + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{6}$$

$$\text{Για } x = x_1 = \frac{23\lambda}{12} , \sin 2\pi \left(\frac{23}{12} - \frac{23}{12} \right) = 1$$

$$\text{Για } x=0 , \sin 2\pi \frac{23}{12} = \sin \left(2\pi + \frac{11\pi}{12} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Άρα οκτώ μόρια . Σωστό το γ



Σημείωση Από τη λύση της εξίσωσης $\sin 2\pi \left(\frac{23}{12} - \frac{x}{\lambda} \right) = \pm \frac{1}{2}$ για τις τιμές του x από $x=0$ μέχρι $x = x_1 = \frac{23\lambda}{12}$,

προκύπτουν και ο αριθμός των μορίων (οκτώ μόρια) και οι θέσεις των Θ.Ι. των μορίων στον άξονα

0x , x_1 , x_2 , x_8 .

ΘΕΜΑ Γ

α)

$$\text{Από τη σχέση } u_{0(B)} = \frac{3}{2} u_{0(\text{cm})} \Rightarrow 15 = \frac{3}{2} u_{0(\text{cm})} \Rightarrow u_{0(\text{cm})} = 10 \text{ m/s} .$$

$$\text{Από τη σχέση } u_{0(\text{cm})} = \omega_0 R \Rightarrow 10 = \omega_0 \cdot 0,5 \Rightarrow \omega_0 = 20 \text{ rad/s}$$

ΠΑΝΑΝΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ

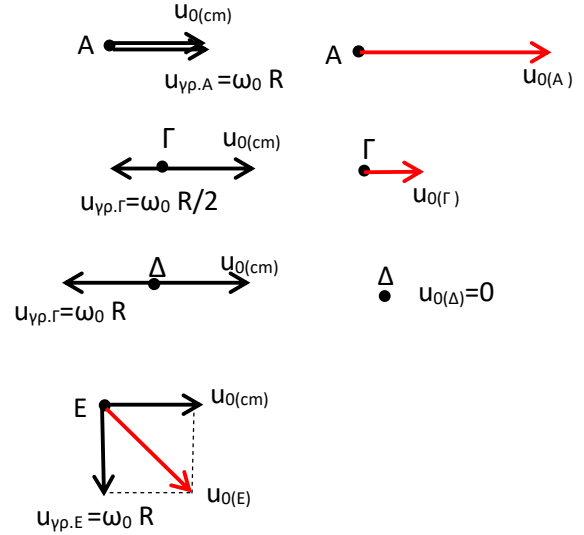
$$u_{0(A)} = u_{0(cm)} + \omega_0 R = u_{0(cm)} + u_{0(cm)} = 2u_{0(cm)} = 20 \text{ m/s} ,$$

$$u_{0(\Gamma)} = u_{0(cm)} - \frac{1}{2} \omega_0 R = u_{0(cm)} - \frac{1}{2} u_{0(cm)} = \frac{1}{2} u_{0(cm)} = 5 \text{ m/s (μέτρο)}$$

$$u_{0(\Delta)} = u_{0(cm)} - \omega_0 R = u_{0(cm)} - u_{0(cm)} = 0$$

$$u_{0(E)} = \sqrt{u_{0(cm)}^2 + (\omega_0 R)^2} = \sqrt{2} u_{0(cm)} \text{ (μέτρο)} ,$$

$$\Delta \epsilon \phi \theta = \frac{\omega_0 R}{u_{0(cm)}} = \frac{u_{0(cm)}}{u_{0(cm)}} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$



β) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας από $t=0$ μέχρι $t=4s$ είναι $\alpha_{cm,1} = \frac{\Delta u_{cm}}{\Delta t} = \frac{u_{4(cm)} - u_{0(cm)}}{4-0}$ όμως $u_{4(B)} = \frac{3}{2} u_{4(cm)}$

$$\Rightarrow 30 = \frac{3}{2} u_{4(cm)} \Rightarrow u_{4(cm)} = 20 \text{ m/s. Άρα } \alpha_{cm,1} = \frac{20-10}{4} = 2,5 \text{ m/s}^2 \text{ και } \alpha_{\gamma\omega v1} = \alpha_{cm,1} / R = \frac{2,5}{0,5} = 5 \text{ rad/s}^2$$

$$\text{Επομένως } \omega = \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega v1} t \Rightarrow \omega_4 = \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega v1} 4 \Rightarrow \omega_4 = 20 + 5 \cdot 4 = 40 \text{ rad/s}$$

$$\text{Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας από } t=4 \text{ μέχρι } t=6s \text{ είναι } \alpha_{cm,2} = \frac{\Delta u_{cm}}{\Delta t} = \frac{u_{6(cm)} - u_{4(cm)}}{6-4} = \frac{0-20}{2} = -10 \text{ m/s}^2$$

$$\text{και } \alpha_{\gamma\omega v2} = \alpha_{cm,2} / R = \frac{-10}{0,5} = -20 \text{ rad/s}^2 \text{ Επομένως } \omega_5 = \omega_4 + \alpha_{\gamma\omega v2} (t-4) \Rightarrow \omega_5 = 40 - 20(5-4) \Rightarrow$$

$$\omega_5 = 40 - 20 = 20 \text{ rad/s}$$

δ)

Η επιτάχυνση του σημείου Δ είναι συνισταμένη τριών επιταχύνσεων :

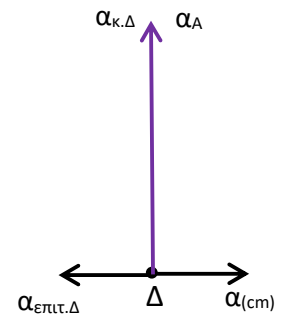
της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας $\alpha_{cm,1} = 2,5 \text{ m/s}^2$, του ρυθμού μεταβολής του μέτρου της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Δ

(επιτρόχιος επιτάχυνση) $\alpha_{επιτ.Δ} = \alpha_{\gamma\omega v1} R = 2,5 \text{ m/s}^2$ και της

κεντρομόλου επιτάχυνσης του Δ τη χρονική στιγμή $t=2s$, $\alpha_{κΔ} = \omega_2^2 R$

όμως $\omega_2 = 20 + 5 \cdot 2 = 30 \text{ rad/s}$ άρα $\alpha_{κΔ} = 30^2 \cdot 0,5 = 450 \text{ m/s}^2$

Επειδή οι επιταχύνσεις $\alpha_{cm,1}$, $\alpha_{επιτ.Δ}$ είναι αντίθετες $\alpha_{\Delta} = \alpha_{κΔ} = 450 \text{ m/s}^2$



ε)

Κάνουμε το διάγραμμα $u_{cm} - t$ από 0-6s. Το εμβαδόν του σχήματος από 0-6s, ισούται με τη μετατόπιση του κέντρου μάζας.

$$\Delta x_{cm(0 \rightarrow 6)} = \Delta x_{cm(0 \rightarrow 4)} + \Delta x_{cm(4 \rightarrow 6)} = \frac{10+20}{2} \cdot 4 + \frac{2 \cdot 20}{2} = 80m$$

$$\text{Από τη σχέση } \Delta x_{cm(0 \rightarrow 6)} = \Delta \theta_{(0 \rightarrow 6)} R \Rightarrow \Delta \theta_{(0 \rightarrow 6)} = 80/0,5$$

$$\Rightarrow \Delta \theta_{(0 \rightarrow 6)} = 160 \text{ rad}$$

Ο αριθμός των στροφών είναι $N = \Delta \theta_{(0 \rightarrow 6)} / 2\pi = 160 / 2\pi = 80/\pi$ στροφές.

ζ)

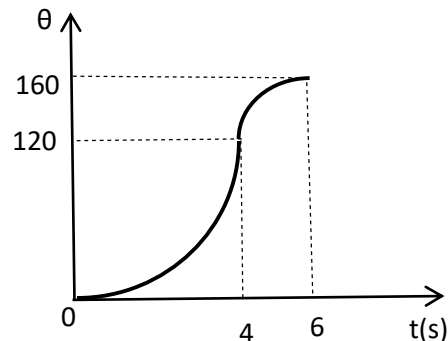
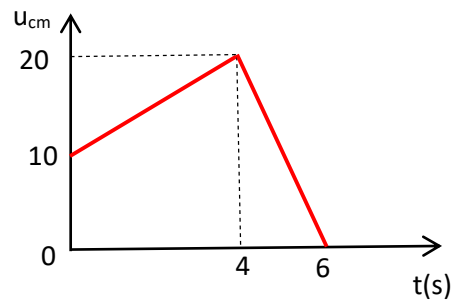
Η γωνία που έχει στραφεί ο δίσκος στο χρονικό διάστημα 0 – 4s

$$\text{είναι } \Delta \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_{\gamma\omega\eta 1} t^2 \Rightarrow \Delta \theta_{(0 \rightarrow 4)} = 20 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2 = 120 \text{ rad}$$

$$\text{και } \omega_4 = \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega\eta 1} t \Rightarrow \omega_4 = 20 + 5 \cdot 4 = 40 \text{ rad/s}$$

$$\text{και η γωνία στο } 4s - 6s \text{ είναι } \Delta \theta_{(4 \rightarrow 6)} = \omega_4 (t-4) - \frac{1}{2} |\alpha_{\gamma\omega\eta 2}| (t-4)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta \theta_{(4 \rightarrow 6)} = 40 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 2^2 = 40 \text{ rad}$$



ΘΕΜΑ Δ

α) Η φορά της $u_{op.}$ είναι προς τα κάτω, λόγω της $E_{επ.}$ στην

ΚΛ δημιουργείται (-) στο Κ και (+) στο Λ, η ένταση του ρεύματος I στην ράβδο ΚΛ έχει φορά από το Κ στο Λ και η δύναμη Laplace στην ΚΛ είναι προς τα πάνω και έχει μέτρο $F_{L(K\Lambda)} = BId$ (1)

Στον κόμβο Λ, $I = I_1 + I_2$ και στον κόμβο Ε, $I_2 = I_3 + I_4$.

Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα έντασης I_4 , οι αντιστάσεις

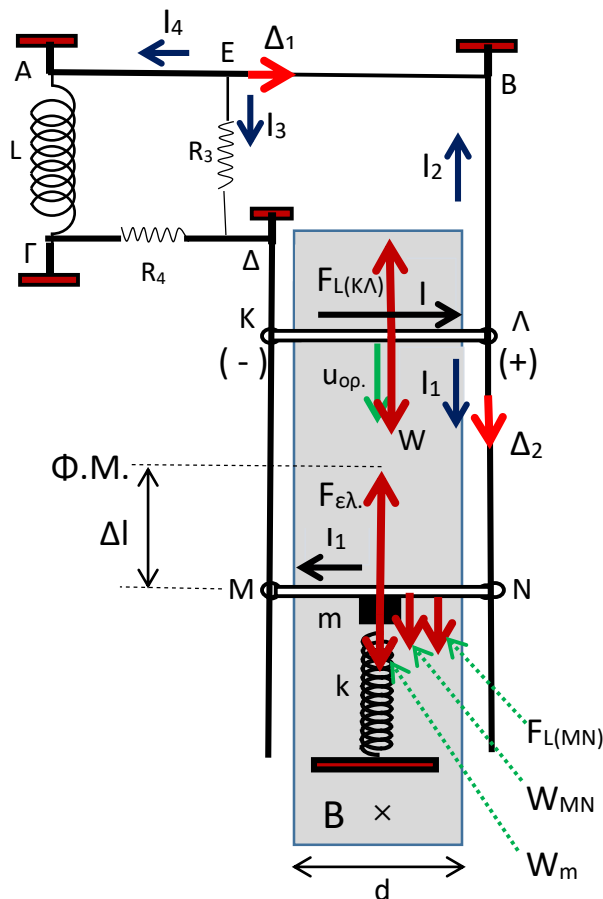
$$R_3, R_4 \text{ συνδέονται παράλληλα μεταξύ τους με } R_{3,4} = R_3 R_4 / (R_3 + R_4) = 18/9 = 2\Omega \text{ και οι αντιστάσεις } R_{3,4}, R_{MN} \text{ συνδέονται παράλληλα μεταξύ τους με } R_{ολ.} = R_{3,4}, R_{MN} / (R_{3,4} + R_{MN}) = 4/4 = 1\Omega. \quad (2)$$

Στο κύκλωμα ΚΛ- $R_{ολ.}$ η ένταση $I = E_{επ.(ΚΛ)} / R_{ολ.}$ (3)

Λόγω της $u_{op.}$ της ΚΛ, η $\Sigma F_{ΚΛ} = 0 \Rightarrow F_{ΚΛ} - W_{ΚΛ} = 0$

$$\Rightarrow F_{ΚΛ} = W_{ΚΛ} = 12N \text{ και λόγω των (1), (2), (3) } \Rightarrow$$

$$E_{επ(ΚΛ)} = 12V \text{ όμως } E_{επ(ΚΛ)} = Bu_{op.}d \Rightarrow u_{op.} = 12 \text{ m/s}$$



β) Η ένταση $I_4 = \frac{V_{\Delta E}}{R_4} = \frac{E_{\varepsilon\pi.(K\Lambda)}}{R_4} = \frac{12}{3} = 4\text{A}$.

$$U_L = \frac{1}{2} L I_4^2 \Rightarrow U_L = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 4^2 \Rightarrow U_L = 4\text{J}$$

γ) Στο σύστημα σώμα – ράβδος MN ασκούνται οι δυνάμεις $W_m = 0,2 \cdot 10 = 2\text{N}$, $W_{MN} = 0,2 \cdot 10 = 2\text{N}$,

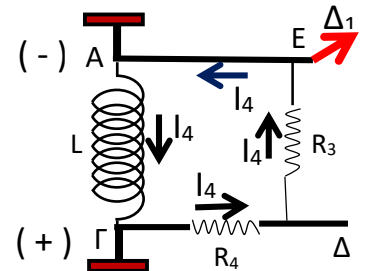
$$F_{L(MN)} = B I_1 d \text{ όμως } I_4 = \frac{E_{\varepsilon\pi.(K\Lambda)}}{R_{MN}} = \frac{12}{2} = 6\text{A} \text{ άρα } F_{L(MN)} = 6\text{N} \text{ με φορά προς τα κάτω και η δύναμη από το}$$

ελατήριο $F_{\varepsilon\lambda.} = k \Delta l = 20 \Delta l$ με φορά προς τα πάνω.

Λόγω ισορροπίας του συστήματος Σ ισχύει $\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda.} - W_m - W_{MN} - F_{L(MN)} = 0 \Rightarrow 20 \Delta l = 10 \Rightarrow \Delta l = 0,5\text{m}$

δ)

Αμέσως μετά το άνοιγμα των διακοπών επειδή $E_{\varepsilon\pi.(K\Lambda)} = 0$, η ένταση I_4 τείνει να μειωθεί οπότε δημιουργείται στα άκρα του πηνίου τάση αυτεπαγωγής η οποία σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz, πρέπει να έχει τέτοια πολικότητα ώστε να ενισχύει την ένταση I_4 , να έχει δηλαδή στο $A \rightarrow (-)$ και στο $\Gamma \rightarrow (+)$



ε) Αμέσως μετά τη στιγμή που ανοίγουμε τους διακόπτες, το κύκλωμα του πηνίου διαρρέεται από ρεύμα I_4 γιατί διακόπτεται ακαριαία το I_3 αφού $E_{\varepsilon\pi.(K\Lambda)} = 0$ και διατηρείται το I_4 στο πηνίο λόγω αδράνειας.

$$\text{Η τάση } V_{\Gamma E} = I_4 (R_3 + R_4) = 4 (6 + 3) = 36\text{V}$$

$$\text{Από το 2}^0 \text{ Κ. Κ. : } E_{\text{αντ.}} - V_{\Gamma E} = 0 \Rightarrow E_{\text{αντ.}} = V_{\Gamma E} = 36\text{V} . \text{ Όμως } E_{\text{αντ.}} = -L \frac{dI_4}{dt} . \text{ Άρα } 36 = -0,5 \frac{dI_4}{dt}$$

$$\frac{dI_4}{dt} = - \frac{360}{5} = -72 \frac{\text{A}}{\text{s}}$$

ζ) Η αρχική ενέργεια στο πηνίο $U_L = 0,8\text{J}$ ισούται με το άθροισμα των θερμοτήτων που εκλύονται στις

$$\text{αντιστάσεις } R_3, R_4 \text{ μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα στο κύκλωμα του πηνίου : } Q_{R3} + Q_{R4} = 4 \quad (4)$$

Για κάθε χρονικό διάστημα dt και για το χρονικό διάστημα Δt μέχρι να μηδενιστεί το ρεύμα ισχύουν

$$Q_{R3} = I_4^2 R_3 dt, \quad Q_{R4} = I_4^2 R_4 dt . \text{ Το πηλίκο τους είναι } Q_{R3} / Q_{R4} = R_3 / R_4 = 3 / 6 = 1/2 \quad (5)$$

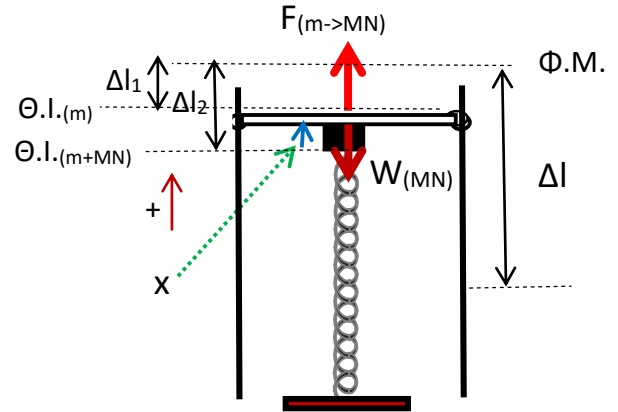
$$(4), (5) \Rightarrow 3 Q_{R3} = 4 \Rightarrow Q_{R3} = 4/30 \text{ J} \quad \text{και} \quad Q_{R4} = 8/30 \text{ J}$$

η)

Η απόσταση Δl_2 της θέσης ισορροπίας του συστήματος $(m + MN)$ από το Φ.Μ. του ελατηρίου, όταν εκτελεί ΑΑΤ είναι $k\Delta l_2 = W_m + W_{MN} \Rightarrow 20\Delta l_2 = 2 + 2 \Rightarrow \Delta l_2 = 0,2m$
 Στην τυχαία απομάκρυνση x του συστήματος $(m+MN)$ με θετική φορά προς τα πάνω, παίρνουμε τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη ράβδο MN :

$$\Sigma F_{(MN)} = m_{MN} \alpha_{MN} \text{ όμως } \alpha_{MN} = \alpha_{(m+MN)} = -\omega^2 x = \\ = - \frac{k}{m+m_{MN}} x \quad \text{Άρα} \quad \Sigma F_{(MN)} = - m_{MN} \frac{k}{m+m_{MN}} x \Rightarrow$$

$\Sigma F_{(MN)} = - 10x$. Αντικαθιστούμε τη $\Sigma F_{(MN)}$ με τις συνιστώσες της : $\Sigma F_{(MN)} = F_{(m \rightarrow MN)} - W_{(MN)} = - 10x$
 Η ράβδος MN χάνει την επαφή της με το σώμα όταν η $F_{(m \rightarrow MN)} = 0$. Επομένως $- W_{(MN)} = - 10x \Rightarrow 2 = 10x \Rightarrow x = 0,2m$. Η ράβδος MN αποχωρίζεται το σώμα στη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου, δηλαδή σε ύψος $h = \Delta l = 0,5m$ από την αρχική της θέση.



θ)

Στη θέση του Φ.Μ. τη στιγμή πριν τον αποχωρισμό, η κινητική ενέργεια του συστήματος $(m + MN)$ είναι $K_m + K_{NM} = 2 K_m$ και βρίσκεται από την Α.Δ.Ε. ταλάντωσης του συστήματος :

Το πλάτος ταλάντωσης του συστήματος είναι $A_{(m+MN)} = \Delta l - \Delta l_2 = 0,3 m$

$$2 K_m + \frac{1}{2} k (\Delta l_2)^2 = \frac{1}{2} k (A)^2 \Rightarrow 2 K_m + \frac{1}{2} 20 (0,2)^2 = \frac{1}{2} 20 (0,3)^2 \Rightarrow K_m = 0,25J \quad (6)$$

Την ίδια κινητική ενέργεια $K_m = 0,25J$ έχει το σώμα , αμέσως μετά τον αποχωρισμό του με τη ράβδο.

Η απόσταση Δl_1 της θέσης ισορροπίας του σώματος m από το Φ.Μ. του ελατηρίου, όταν εκτελεί ΑΑΤ , είναι $k\Delta l_1 = W_m \Rightarrow 20\Delta l_1 = 2 \Rightarrow \Delta l_1 = 0,1m$ (7)

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε για την Α.Α.Τ. του σώματος , στη θέση του Φ.Μ. : $E_m = K_m + \frac{1}{2} k (\Delta l_1)^2$

$$\text{και λόγω των (6),(7)} \Rightarrow E_m = 0,25 + \frac{1}{2} 20 (0,1)^2 \Rightarrow E_m = 0,35 J$$

pananasgiannis@yahoo.gr

