

ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

ΘΕΜΑ Β

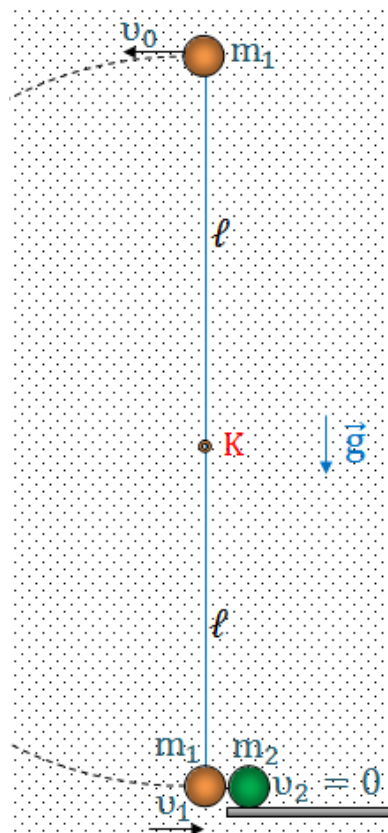
Ένα μικρό σφαιρίδιο μάζας m_1 έχει αναρτηθεί στο ένα άκρο αβαρούς, κατακόρυφου και μη ελαστικού νήματος μήκους ℓ , το άλλο άκρο του οποίου έχει στερεωθεί σε ακλόνητο σημείο Κ. Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε το σφαιρίδιο οριζόντια προς τα αριστερά με ταχύτητα μέτρου v_0 , ώστε να εκτελέσει οριακά μη ομαλή κυκλική κίνηση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν εκτελέσει ημικύκλιο συγκρούεται κεντρικά ελαστικά με άλλο ακίνητο σφαιρίδιο μάζας m_2 με $m_2 > m_1$. Αμέσως μετά την κρούση, το σφαιρίδιο μάζας m_1 έχει επιτάχυνση μέτρου α_k , ενώ τη στιγμή που ακινητοποιείται στιγμιαία έχει επιτάχυνση μέτρου α_e με το νήμα να σχηματίζει τότε με την κατακόρυφο οξεία γωνία φ .

Αν $\alpha_k = \alpha_e$, τότε ο λόγος m_1/m_2 των μαζών των σφαιριδίων είναι:

α) $\frac{2}{5}$

β) $\frac{3}{7}$

γ) $\frac{4}{9}$



Λύση

Για να εκτελέσει στην ανώτερη θέση οριακά κυκλική κίνηση θα πρέπει η κεντρομόλος δύναμη να είναι ίση με το βάρος του σώματος δηλαδή:

$$F_K = m_1 g \Rightarrow \frac{m_1 v_0^2}{\ell} = m_1 g \Rightarrow v_0^2 = g\ell \quad (1)$$

Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του m_1 από την ανώτερη στην κατώτερη θέση:

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 + m_1 g 2\ell = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Rightarrow v_1^2 = 5g\ell \quad (2)$$

Από την κεντρική ελαστική κρούση των δυο σωμάτων έχουμε:

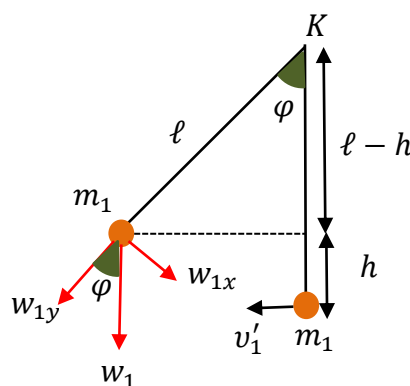
$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad (3)$$

Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του m_1 από την θέση ακριβώς μετά την κρούση μέχρι τη θέση που σταματά στιγμιαία.

$$\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 = m_1 g h \Rightarrow v_1'^2 = 2gh \quad (4)$$

όπου $h = \ell(1 - \sin\varphi)$, φ η γωνία που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο όταν το σώμα σταματά στιγμιαία, οπότε:

$$(4) \Rightarrow v_1'^2 = 2g\ell(1 - \sin\varphi) \quad (5)$$



Ακριβώς μετά την κρούση:

$$\alpha_K = \frac{v_1'^2}{\ell}$$

Στη θέση που σταματά στιγμιαία:

$$\Sigma F_x = m_1 \alpha_\epsilon \Rightarrow m_1 g \sin\varphi = m_1 \alpha_\epsilon \Rightarrow \alpha_\epsilon = g \sin\varphi$$

Για τις επιταχύνσεις ισχύει:

$$\alpha_K = \alpha_\epsilon \Rightarrow \frac{v_1'^2}{\ell} = g \sin\varphi \Rightarrow v_1'^2 = g\ell \sin\varphi \quad (6)$$

Από τις σχέσεις (5) και (6) παίρνουμε:

$$g\ell \sin\varphi = 2 - 2\sin\varphi \Rightarrow g\ell \sin^2\varphi = (2 - 2\sin\varphi)^2 \Rightarrow$$

$$1 - \sin^2\varphi = 4 + 4\sin^2\varphi - 8\sin\varphi \Rightarrow 5\sin^2\varphi - 8\sin\varphi + 3 = 0 \Rightarrow \sin\varphi = 0,6$$

Από τις σχέσεις (2) και (5):

$$\frac{v_1'^2}{v_1^2} = \frac{2g\ell(1 - \sin\varphi)}{5g\ell} \Rightarrow \frac{v_1'^2}{v_1^2} = 0,16 \Rightarrow v'_1 = \pm 0,4v_1$$

Τέλος από τη σχέση (3):

$$(3) \Rightarrow -0,4v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow -0,4 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{7}$$