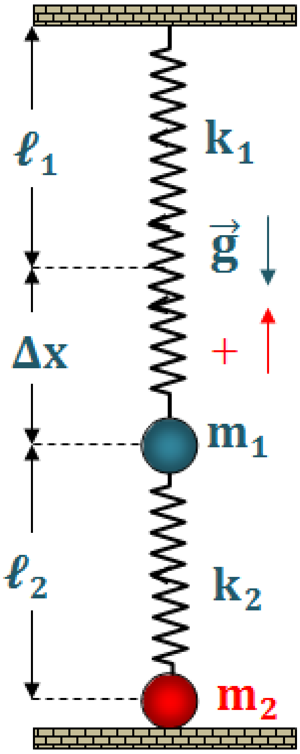
ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

ΘΕΜΑ: Μέγιστο επιτρεπόμενο πλάτος – Μη απώλεια επαφής



Στο σχήμα τα μικρά σφαιρίδια με μάζες m_1 και m_2 του επόμενου σχήματος είναι ακίνητα. Τα ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 είναι κατακόρυφα με κοινό άξονα. Το ελατήριο σταθεράς k_1 είναι επιμηκυμένο κατά Δx, ενώ το ελατήριο σταθεράς k_2 βρίσκεται στο φυσικό του μήκος ℓ_2.

Θέτουμε το σφαιρίδιο μάζας m_1 σε κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k_1 + k_2$ και πλάτος A.

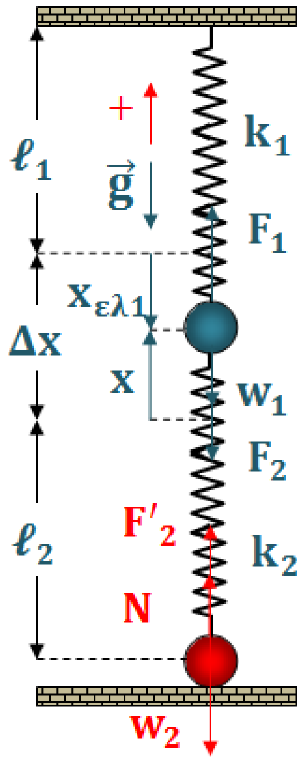
Ερώτηση:

Ποια είναι η μέγιστη τιμή του πλάτους A, ώστε το σφαιρίδιο μάζας m_2 να μην χάνει την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο καθώς το σφαιρίδιο μάζας m_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση;

Απάντηση:

Α' ΤΡΟΠΟΣ:ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΣ

Το σφαιρίδιο μάζας m_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Άρα έχουμε:



$\Sigma F_1 = -(k_1 + k_2)x \Leftrightarrow$

$F_1 + F_2 - m_1|g| = -(k_1 + k_2)x \; (1).$

Στη θέση ισορροπίας $x = 0$ και $F_2 = 0$, οπότε από τη σχέση (1): $k_1\Delta x = m_1|g| (2)$.

Το σφαιρίδιο μάζας m_2 είναι ακίνητο, οπότε από τον πρώτο νόμο του Newton έχουμε:

$\Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow |N| - m_2|g| + F'_2 = 0 \Leftrightarrow$

$F'_2 = -|N| + m_2|g| (3).$

Όμως $F_2 = -F'_2 \overset{(3)}{\Leftrightarrow} F_2 = |N| - m_2|g| \; (4).$

Αντικαθιστώντας τη σχέση (4) στη σχέση (1) παίρνουμε:

$F_1 + |N| - (m_1+m_2)|g| = -(k_1 + k_2)x \Leftrightarrow$

$-k_1 x_{\varepsilon\lambda_1} + |N| - (m_1+m_2)|g| = -(k_1 + k_2)x \; (5)$

Το μέγιστο δυνατό πλάτος A_{max} αντιστοιχεί στην ανώτερη θέση της ταλάντωσης, $x = +A_{max}$ όπου $x_{\varepsilon\lambda_1} = A_{max} - \Delta x$ και $|N| = 0$. Έτσι η σχέση (5) γράφεται ισοδύναμα:

$$-k_1(A_{max} - \Delta x) - (m_1 + m_2)|g| = -(k_1 + k_2)A_{max} \overset{(2)}{\Leftrightarrow} A_{max} = \frac{m_2 g}{k_2}$$

Β' ΤΡΟΠΟΣ:ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΣ

Το σφαιρίδιο μάζας m_2 είναι ακίνητο, οπότε από τον πρώτο νόμο του Newton έχουμε:

$\Sigma F_2 = 0 \Leftrightarrow |N| - m_2|g| + F'_2 = 0 \Leftrightarrow$

$F'_2 = -|N| + m_2|g| \, (6).$

Όμως $F_2 = -F'_2 \overset{(3)}{\Leftrightarrow} F_2 = |N| - m_2|g| \; (7)$**.Από το νόμο του Hooke είναι** $F_2 = -k_2 x_{\varepsilon\lambda_2}$**. Όμως** $x_{\varepsilon\lambda_2} = x$**, άρα** $F_2 = -k_2 x \; (8)$**. Συνεπώς από τις σχέσεις** (7) **και** (8)**, παίρνουμε:**

$|N| - m_2|g| = -k_2 x \Leftrightarrow |N| = m_2|g| - k_2 x \; (9)$

Για να μην χάσει το σφαιρίδιο μάζας m_2 την επαφή του με το οριζόντιο επίπεδο καθώς το σφαιρίδιο μάζας m_1εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πρέπει:

$$|N| \geq 0 \Leftrightarrow m_2|g| - k_2 x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{m_2|g|}{k_2}$$

Για $x = A$ **παίρνουμε:** $A \leq \dfrac{m_2|g|}{k_2} \Leftrightarrow A_{max} = \dfrac{m_2 g}{k_2}$