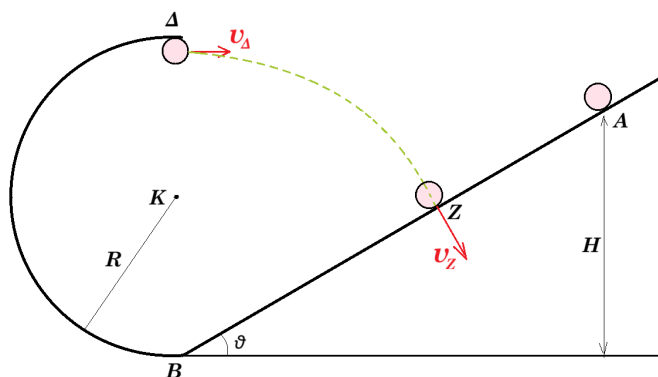




Θεωρούμε την διάταξη σε κατακόρυφο επίπεδο.

Από τη θέση A του κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως θ αφήνουμε ομογενή, συμπαγή σφαίρα μάζας $m=100\text{g}$ αρκετά μικρής ακτίνας, να κινηθεί. Η σφαίρα ολισθαίνει επάνω στην λεία επιφάνεια του κεκλιμένου, περνά από το σημείο B και συνεχίζει στην λεία επιφάνεια κατακόρυφου ημικυκλίου κέντρου K, ακτίνας R. Η σφαίρα διέρχεται από τη θέση Δ με την ελάχιστη δυνατή ταχύτητα v_Δ και στη συνέχεια εκτελεί οριζόντια βολή. Η σφαίρα συναντά το κεκλιμένο επίπεδο στο σημείο Z έχοντας ταχύτητα v_Z κάθετη στο κεκλιμένο. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Υπολογίστε :

- το πηλίκο H/R όπου H το αρχικό ύψος της σφαίρας στη θέση A και R η ακτίνα του ημικυκλίου
- την δύναμη N_B που δέχεται η σφαίρα από την λεία επιφάνεια τη στιγμή που εισέρχεται στο ημικύκλιο εγκαταλείποντας το κεκλιμένο στη θέση B
- βρείτε τη γωνία θ .

μία λύση είναι

διατήρηση ενέργειας από τη θέση A στη θέση B

$$mgH = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 2gH \quad (1)$$

στη θέση B έχουμε

$$\Sigma F_y = F_K \Rightarrow N_B - mg = m v_B^2 / R \Rightarrow N_B = mg + m 2gH/R \Rightarrow N_B = mg (1 + 2H/R) \quad (2)$$

διατήρηση ενέργειας από τη θέση A στη θέση Δ

$$mgH = mg 2R + \frac{1}{2} m v_\Delta^2 \Rightarrow 2gH - 4gR = v_\Delta^2 \quad (3)$$

η σφαίρα διέρχεται από τη θέση Δ με την ελάχιστη δυνατή ταχύτητα

$$\Sigma F_y = F_K \Rightarrow N_\Delta + mg = m v_\Delta^2 / R \Rightarrow N_\Delta = 0 \quad mg = m v_\Delta^2 / R \Rightarrow v_\Delta^2 = gR \quad (4)$$

ελάχιστη δυνατή ταχύτητα για να περάσει από το Δ

$$(3), (4) \Rightarrow 2gH - 4gR = gR \Rightarrow H/R = 5/2 \quad (5)$$

$$(2), (5) \Rightarrow N_B = mg(1 + 5) \Rightarrow N_B = 6mg = 6 \cdot 0,1kg \cdot 10 m/s^2 = 6N \Rightarrow N_B = 6N \quad (6)$$

οριζόντια βολή

$$\text{άξονας } x: x = v_{\Delta} t \quad v_x = v_{\Delta} = (gR)^{1/2}$$

$$\text{άξονας } y: y = \frac{1}{2} g t^2 \quad v_y = g t \quad (7)$$

$$\varepsilon\varphi\theta = v_x / v_y = (gR)^{1/2} / g t \quad (8)$$

$$\varepsilon\varphi\theta = (2R - y) / x = (2R - \frac{1}{2} g t^2) / (gR)^{1/2} t \quad (9)$$

$$(8), (9) \Rightarrow (gR)^{1/2} / g t = (2R - \frac{1}{2} g t^2) / (gR)^{1/2} t \Rightarrow (gR) / g = (2R - \frac{1}{2} g t^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = 2R - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow 2R / g = t^2 \Rightarrow (2R / g)^{1/2} = t \quad (10)$$

$$x = v_{\Delta} t \Rightarrow x = (gR)^{1/2} (2R / g)^{1/2} = R \sqrt{2} \quad (11)$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \cdot 2R / g = R \quad (12)$$

$$v_y = g t \Rightarrow v_y = g (2R / g)^{1/2} = (2R g)^{1/2} \quad (13)$$

$$\varepsilon\varphi\theta = v_x / v_y = (gR)^{1/2} / (2R g)^{1/2} = 1/\sqrt{2} = \varepsilon\varphi\theta = \sqrt{2}/2 \quad (14)$$

$$\dot{\eta} \quad \varepsilon\varphi\theta = (2R - y) / x = R / R\sqrt{2} = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$$

