

**ΘΕΜΑ****A)**

Φορτισμένο σωματίδιο μάζας  $m$ , ηλεκτρικού φορτίου  $q$ , εισέρχεται με ταχύτητα  $v_0$  κάθετα στις δυναμικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου εντάσεως  $E$  που δημιουργείται μεταξύ των οπλισμών επίπεδου πυκνωτή, στο σημείο  $A$  και εξέρχεται από το πεδίο στο σημείο  $\Gamma$  με ταχύτητα  $v$ . Ο φορέας της ταχύτητας  $v$  τέμνει τον φορέα της ταχύτητας  $v_0$  στο σημείο  $B$ . Το πηλίκο  $(AB)/L$ , στο σχήμα, ισούται με :

**α. 1/3    β. 1/2    γ. 1/4    δ. τίποτα από αυτά**

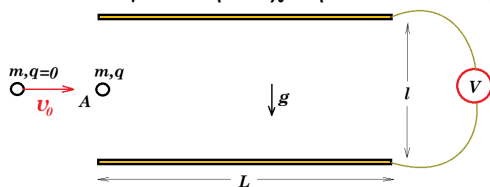
**B)**

Έστω πλανήτης  $\Pi$ , τον οποίο θεωρούμε ακίνητο, ομογενή, έχει μάζα  $M$  και σφαιρικό σχήμα ακτίνας  $R_\pi$  πολύ μακριά από άλλα ουράνια σώματα. Γύρω από τον πλανήτη κινείται με σταθερή συχνότητα  $f$  σε κυκλική τροχιά ακτίνας  $2 \cdot R_\pi$  σώμα μάζας  $m$ , πολύ μικρών διαστάσεων ως προς τον πλανήτη. Δίνονται : περίοδος περιστροφής  $T = 10^4$  s, ακτίνα  $R_\pi = 5 \cdot 10^6$  m, παγκόσμιος σταθερά βαρύτητας  $G = (20/3) \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>,  $\pi^2 = 10$

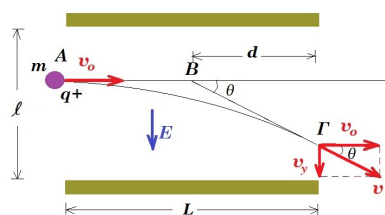
**B1.** Βρείτε το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια του πλανήτη  $\Pi$ .

Επάνω στην στερεά επιφάνεια του πλανήτη θεωρούμε επίπεδο πυκνωτή με οριζόντιους οπλισμούς που απέχουν απόσταση  $l = 2$  cm, έχουν μήκος  $L$ , ενώ επικρατεί τάση  $V$  μεταξύ των οπλισμών του. Στο άκρο του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και στο μέσον της απόστασης των οπλισμών, σημείο  $A$ , ισορροπεί ακίνητο σωματίδιο  $\Sigma_1$  μάζας  $m$  που φέρει ηλεκτρικό φορτίο  $q$ . Άλλο όμοιο αφόρτιστο σωματίδιο  $\Sigma_2$  που κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα  $v_0$  μέτρου  $v_0 = 4$  m/s, συγκρούεται κεντρικά πλαστικά με το  $\Sigma_1$ . Δημιουργείται συσσωμάτωμα το οποίο κινείται μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή. Το συσσωμάτωμα εξέρχεται του ηλεκτρικού πεδίου με ταχύτητα  $v$  μόλις στο άκρο του οπλισμού του πυκνωτή. Θεωρούμε ότι το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ισχυρό μόνο μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.

**B2.** Υπολογίστε την ταχύτητα του συσσωματώματος στην έξοδό του από τον πυκνωτή.



**μία λύση :**

**A.**

το σωματίδιο βγαίνει από το πεδίο σε χρόνο  $t$ , διανύοντας στον άξονα  $x'x$  απόσταση  $x=L=v_0 \cdot t$  και στον άξονα  $y'y$  απόσταση  $y = \frac{1}{2} a t^2$ , έχοντας επιτάχυνση  $a = F/m = Eq/m$  και στην έξοδο ταχύτητα  $v_y = a t$

για τη γωνία  $\theta$  έχουμε :  $\varepsilon\phi\theta = y/d$  και  $\varepsilon\phi\theta = v_y/v_0$

οπότε  $y/d = v_y/v_0 \Rightarrow \frac{1}{2} a t^2 / d = a t / v_0 \Rightarrow t/2d = 1/v_0 \Rightarrow v_0 t = 2d \Rightarrow L = 2d$  οπότε  $(AB) = L - d = L - L/2 = L/2 \Rightarrow (AB)/L = 1/2$  σωστό το (β)

### B1.

το σώμα δέχεται ελκτική βαρυτική δύναμη από τον πλανήτη  $F_G = GMm/(2R_\Pi)^2 = mg$  όπου  $g=GM/(2R_\Pi)^2$  είναι η ένταση του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη  $\Pi$  σε ακτίνα  $2R_\Pi$

αυτή η δύναμη παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης για να περιστρέφεται το σώμα γύρω από τον πλανήτη με σταθερή συχνότητα  $f$ , είναι  $F_K = m v^2/2R_\Pi$

επειδή  $v = \omega 2R_\Pi$  και  $\omega = 2\pi/T$  έχουμε  $F_K = m v^2/2R_\Pi = m \omega^2 2R_\Pi \Rightarrow F_K = m (4\pi^2/T^2) 2R_\Pi$

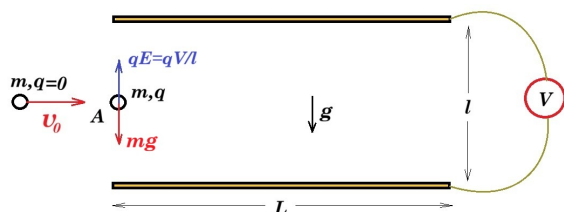
$\Sigma F = F_K \Rightarrow m g = m (4\pi^2/T^2) 2R_\Pi \Rightarrow g = 4\pi^2/T^2 \cdot 2R_\Pi = 4\pi^2/(10^4)^2 \cdot 10^7 = 40/10^8 \cdot 10^7 \Rightarrow g = 4 \text{ m/s}^2 = 4 \text{ N/kg}$  ένταση του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη  $\Pi$  σε ακτίνα  $2R_\Pi$

έχουμε :  $g = GM/(2R_\Pi)^2 = GM/4R_\Pi^2 = 4 \text{ N/kg} \Rightarrow GM/R_\Pi^2 = 16 \text{ N/kg}$  ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του πλανήτη

οπότε  $GM/R_\Pi = 16 \text{ N/kg} \cdot R_\Pi = 16 \text{ N/kg} \cdot 5 \cdot 10^6 \text{ m} = 8 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$

το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια του πλανήτη :  $V = -GM/R_\Pi = -8 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$

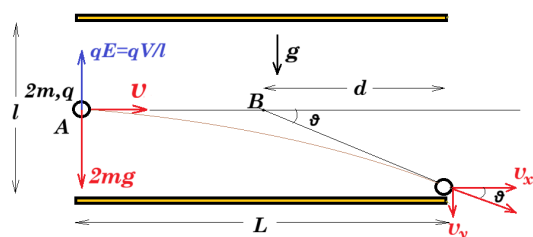
### B2.



ισορροπία Σ1 :  $mg = qE = qV/l$  το βάρος είναι προς τα κάτω η  $F_c = qE$  είναι προς τα πάνω

πλαστική κρούση, διατήρηση ορμής άξονας  $x$  :

$$m v_0 = 2m v \Rightarrow v = v_0/2 = 4 \text{ m/s} / 2 = 2 \text{ m/s}$$



$$\text{άξονας } y : \Sigma F = 2m a \Rightarrow 2m g - qE = 2m a \Rightarrow m g = 2m a \Rightarrow a = g/2 = 16/2 = 8 \text{ m/s}^2$$

$$y = l/2$$

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = l/2 \Rightarrow t^2 = l/a = 0,02 / 8 = 1/400 \Rightarrow t = 0,05 \text{ s}$$

$$v_y = a t = 8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,05 \text{ s} = 0,4 \text{ m/s}$$

$$\text{άξονας } x : v_x = v = v_0/2 = 2 \text{ m/s} \text{ ευθύγραμμη ομαλή κίνηση}$$

$$x = v t = 2 \text{ m/s} \cdot 0,05 \text{ s} = 0,1 \text{ m} \Rightarrow \mathbf{L = 10 \text{ cm}}$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = 2^2 + 0,4^2 = 4 + 0,16 = 4,16 \Rightarrow v = \sqrt{4,16} \text{ m/s} \text{ το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος στην έξοδο του από τον πυκνωτή} \quad \varepsilon\varphi\theta = v_y/v_x = 0,4/2 = 0,2$$

**επαλήθευση :**

$$\varepsilon\varphi\theta = y/d \Rightarrow \mathbf{d = y/\varepsilon\varphi\theta = 1 \text{ cm} / 0,2 = 5 \text{ cm} = \frac{1}{2} 10 \text{ cm} = \frac{1}{2} \mathbf{L}}$$