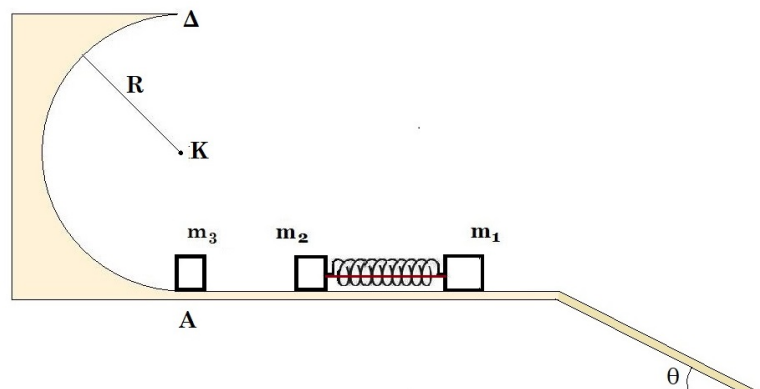


Στην στερεά επιφάνεια του πλανήτη Π όπου η επιτάχυνση βαρύτητας έχει μέτρο g , θεωρούμε την διάταξη του σχήματος σε κατακόρυφο επίπεδο.

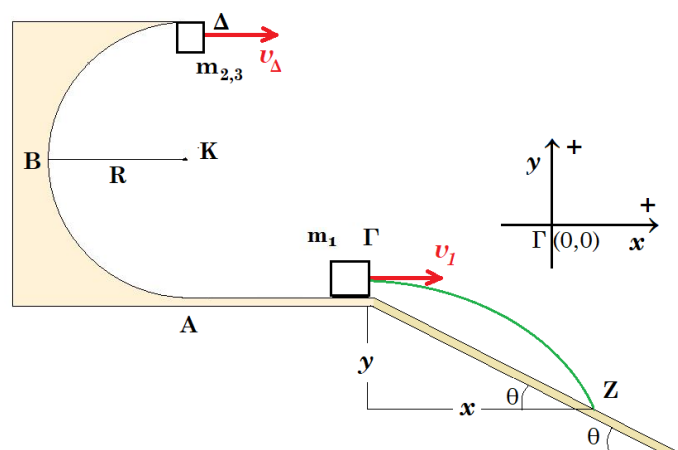


Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και $m_2 = m_1/2$ αντίστοιχα είναι στα άκρα ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , συνδέονται με αβαρές μη εκτατό νήμα, έτσι ώστε το ελατήριο να είναι συσπειρωμένο κατά Δl . Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο λείο επίπεδο. Τη στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα οπότε τα σώματα κινούνται (το ελατήριο δεν είναι συνδεδεμένο με τα σώματα Σ_1, Σ_2). Το σώμα Σ_2 κινούμενο πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται πλαστικά κεντρικά με σώμα Σ_3 ίσης μάζας που βρίσκεται στο άκρο A ημικυκλίου ακτίνας R , με συνέπεια να δημιουργείται συσσωμάτωμα το οποίο κινείται πάνω στην λεία επιφάνεια του ημικυκλίου. Το συσσωμάτωμα μόλις διέρχεται από την ανώτερη θέση Δ του ημικυκλίου, ενώ το σώμα Σ_1 κινείται επάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο και στο σημείο Γ εκτελεί οριζόντια βολή και "συναντά" το κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως θ , στο σημείο Z.

α) Βρείτε την επιτάχυνση του συσσωματώματος τη στιγμή που διέρχεται από την θέση όπου η επιβατική ακτίνα γίνεται οριζόντια.

β) Βρείτε την κατεύθυνση της ταχύτητας του Σ_1 όταν συναντά το κεκλιμένο επίπεδο εάν $\epsilon\phi\theta = 1/2$.

Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Όλες οι κινήσεις γίνονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.



σύντομη επίλυση του θέματος

(α) Στο σώμα Σ1 ασκούνται οι δυνάμεις : βάρος $m_1 g$, αντίδραση N_1 από το οριζόντιο επίπεδο, τάση νήματος T_1 , δύναμη από το συσπειρωμένο ελατήριο $F_{ελ}$.

Στο σώμα Σ2 ασκούνται οι δυνάμεις : βάρος $m_2 g$, αντίδραση N_2 από το οριζόντιο επίπεδο, τάση νήματος T_2 , δύναμη από το συσπειρωμένο ελατήριο $F_{ελ}$.

ισχύουν : $T_1 = F_{ελ}$ $T_2 = F_{ελ}$ εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος σωμάτων Σ1, Σ2, ελατηρίου και $m_1 g = N_1$, $m_2 g = N_2$ εξωτερικών δυνάμεων του συστήματος σωμάτων Σ1, Σ2, ελατηρίου

θεωρούμε το σύστημα των δύο σωμάτων με το ελατήριο ως μονωμένο (η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων ισούται με μηδέν)

διατήρηση ορμής : $0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \Rightarrow 2m_2 v_1 + m_2 v_2 \Rightarrow v_2 = - 2 v_1$ **(1)**

κατά την πλαστική κρούση θεωρούμε το σύστημα των δύο σωμάτων ως μονωμένο

διατήρηση ορμής κατά την πλαστική κρούση : $m_2 v_2 = (m_2 + m_3) u \Rightarrow m_2 v_2 = 2m_2 u \Rightarrow u = v_2 / 2 = - v_1$ **(2)**

το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα u μετά την κρούση

όταν το συσσωμάτωμα διέρχεται από τη θέση Δ :

$\Sigma F_y = F_k \Rightarrow N + (m_2 + m_3) g = (m_2 + m_3) v_{\Delta}^2 / R \Rightarrow^{N=0} (m_2 + m_3) g = (m_2 + m_3) v_{\Delta}^2 / R$
 $\Rightarrow g = v_{\Delta}^2 / R \Rightarrow v_{\Delta}^2 = g R$ **(3)** το συσσωμάτωμα μόλις διέρχεται από το ανώτερο σημείο Δ

διατήρηση ενέργειας μετά την κρούση από Α έως Δ :

$\frac{1}{2} (m_2 + m_3) u^2 = \frac{1}{2} (m_2 + m_3) v_{\Delta}^2 + (m_2 + m_3) g 2R \Rightarrow$
 $\Rightarrow u^2 = v_{\Delta}^2 + 2g 2R \Rightarrow u^2 = v_{\Delta}^2 + 2g 2R \Rightarrow u^2 = 5gR$ **(4)** ταχύτητα που πρέπει να έχει το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την πλαστική κρούση στη θέση Α, ώστε μόλις να περνά από το ανώτερο σημείο Δ

όταν η επιβατική ακτίνα γίνει οριζόντια στη θέση Β :

διατήρηση ενέργειας μετά την κρούση από Α έως Β :

$\frac{1}{2} (m_2 + m_3) u^2 = \frac{1}{2} (m_2 + m_3) v_B^2 + (m_2 + m_3) g R \Rightarrow u^2 = v_B^2 + 2gR \Rightarrow$

$$\Rightarrow 5gR = v_B^2 + 2gR \Rightarrow v_B^2 = 3gR \Rightarrow v_B^2 / R = 3g \quad \text{κεντρομόλος επιτάχυνση στη θέση B}$$

$$\text{συνολική επιτάχυνση στη θέση B : } a_B^2 = (3g)^2 + g^2 = 10g^2 \Rightarrow a_B = g \cdot \sqrt{10} \quad (5)$$

(β) οριζόντια βολή του Σ1 :

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad v_y = g t \quad v_x = u \quad x = v_x t = u t$$

$$\varepsilon\phi\theta = y/x = \frac{1}{2} g t^2 / u t = \frac{1}{2} g t / u = \frac{1}{2} v_y / v_x \Rightarrow$$

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{1}{2} v_y / v_x \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} v_y / v_x \Rightarrow v_y / v_x = 1$$

συνεπώς η ταχύτητα του Σ1 όταν συναντά το κεκλιμένο επίπεδο σχηματίζει με την οριζόντιο γωνία 45°