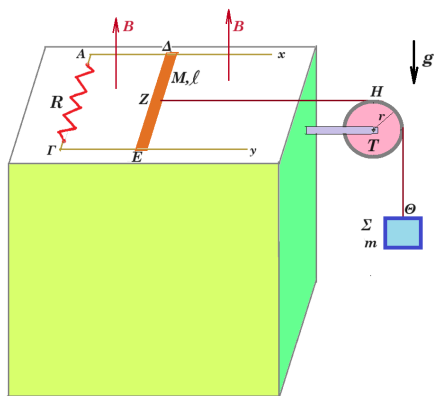


Οι παράλληλοι αγωγοί Αx και Γy, απέχουν απόσταση $\ell=0,5\text{m}$, ορίζουν το οριζόντιο επίπεδο και έχουν αμελητέα αντίσταση. Στα άκρα τους Α και Γ συνδέεται αντιστάτης, αντίστασης $R=0,5\Omega$. Το κατακόρυφο μαγνητικό πεδίο του σχήματος έχει μέτρο $B=0,2\text{T}$. Ο αγωγός ΔΕ έχει μάζα $M=0,1\text{kg}$, μήκος ℓ , ωμική αντίσταση $R_{\Delta E}=0,5\Omega$ και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, μένοντας διαρκώς κάθετος και σε ηλεκτρική επαφή με τους αγωγούς Αx και Γy, εξαιτίας αβαρούς, μη εκτατού νήματος (σταθερού μήκους), του οποίου το ένα άκρο δένεται στο μέσο Ζ του αγωγού ΔΕ και το άλλο σε σημειακό σώμα Σ, μάζας $m=0,1\text{kg}$, αφού περάσει από το αυλάκι ακίνητης τροχαλίας Τ, μάζας $M_{\text{τρ}}$, ακτίνας $r=0,1\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ειδικός μηχανισμός θέτει την τροχαλία Τ σε δεξιόστροφη στροφική κίνηση. Την ίδια χρονική στιγμή αρχίζει να κινείται και ο αγωγός ΔΕ. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω της τροχαλίας Τ μεταβάλλεται με το χρόνο, σύμφωνα με τη σχέση : $\omega = 2t$ (S.I.). Το νήμα είναι παράλληλο προς τους αγωγούς Αx και Γy, δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας Τ. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.



Να υπολογισθούν :

- το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος Σ
- η τάση $V_{\Delta\Gamma}$ στα άκρα του αντιστάτη τη χρονική στιγμή $t_1 = 10\text{s}$
- το μέτρο της δύναμης που δέχεται ο αγωγός ΔΕ από το νήμα
- ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ και η στροφορμή του ως προς το κέντρο της τροχαλίας, τη χρονική στιγμή t' όπου η τροχαλία έχει κάνει $18/\pi$ περιστροφές.

μία λύση

α. η τροχαλία στρέφεται περί τον άξονά της με γωνιακή επιτάχυνση : $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \Delta\omega/\Delta t = 2 \text{ rad/s}^2$, τα σημεία της περιφέρειας της τροχαλίας έχουν, λόγω στροφικής κίνησης, επιτάχυνση $\alpha = \alpha_{\gamma\omega\nu} r = 2 \text{ rad/s}^2 \cdot 0,1 \text{ m} = 0,2 \text{ m/s}^2$, οπότε λόγω του τεντωμένου νήματος, το σώμα κατέρχεται με επιτάχυνση $\alpha = 0,2 \text{ m/s}^2$ και ο αγωγός κινείται οριζόντια προς τα δεξιά με $\alpha = 0,2 \text{ m/s}^2$

β. καθώς ο αγωγός ΔΕ κινείται προς τα δεξιά μέσα στο μαγνητικό πεδίο τα ηλεκτρόνια του δέχονται δύναμη Lorentz με συνέπεια να οδεύουν προς το άκρο Δ, οπότε αυτό φορτίζεται αρνητικά Δ (-), ενώ το άκρο Ε του αγωγού φορτίζεται θετικά Ε (+)

έτσι στα άκρα του αγωγού αναπτύσσεται διαφορά δυναμικού : $E_{\text{επαγ}} = B l v = i R_{\Delta\Gamma} \Rightarrow 0,2 \cdot 0,5 \cdot v = i (0,5 + 0,5) \Rightarrow 0,1v = i$ **(1)**

τη στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας είναι $\omega = 20 \text{ rad/s}$ ενώ η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου στην περιφέρεια της τροχαλίας είναι $v = \omega r = 20 \text{ rad/s} \cdot 0,1 \text{ m} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$

αυτό σημαίνει ότι ο αγωγός ΔΕ κινείται με ταχύτητα μέτρου $v = 2 \text{ m/s}$

η επαγωγική τάση είναι : $E_{\text{επαγ}} = B l v = 0,2 \text{ T } 0,5 \text{ m } 2 \text{ m/s} = 0,2 \text{ Volt}$

από την σχέση (1) έχουμε $i = 0,1 \text{ A}$ ένταση ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα

η τάση στα άκρα του αντιστάτη : $V_{\Gamma\Lambda} = i R = 0,2 \text{ A } 0,5 \Omega = 0,1 \text{ Volt}$ οπότε : $V_{\Lambda\Gamma} = - 0,1 \text{ Volt}$

γ. ο αγωγός ΔΕ διαρρέεται από ρεύμα και επειδή βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο δέχεται, στο μέσον του Ζ, δύναμη Laplace, αντίρροπη της ταχύτητάς του : $F_L = B l i = 0,2 \text{ T } 0,5 \text{ m } 0,2 \text{ A} \Rightarrow F_L = 0,02 \text{ N}$

για τον αγωγό έχουμε : $T_1 - F_L = M a \Rightarrow T_1 - 0,02 \text{ N} = 0,1 \text{ kg } 0,2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T_1 = 0,04 \text{ N}$

για το σώμα Σ έχουμε : $mg - T_2 = m a \Rightarrow 0,1 \text{ kg } 10 \text{ m/s}^2 - T_2 = 0,1 \text{ kg } 0,2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T_2 = 0,98 \text{ N}$

δ. έστω η τροχαλία έχει κάνει $N = 18/\pi$ στροφές τότε μια ακτίνα του δίσκου της έχει διαγράψει γωνία $\theta = 2\pi N = 2\pi 18/\pi = 36 \text{ rad}$

αρχικά ήταν ακίνητη, από τη σχέση $\theta = \frac{1}{2} a_{\gamma\omega\nu} (t')^2 \Rightarrow 36 \text{ rad} = \frac{1}{2} 2 \text{ rad/s}^2 (t')^2 \Rightarrow t' = 6 \text{ s}$

το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα $v = a t' = 0,2 \text{ m/s}^2 6 \text{ s} = 1,2 \text{ m/s}$

η στροφορμή του σώματος τη στιγμή $t' = 6 \text{ s}$: $L = m v r = 0,1 \text{ kg } 1,2 \text{ m/s } 0,1 \text{ m} = 0,012 \text{ kg.m}^2/\text{s}$
οριζόντια προς τα μέσα

ρυθμός της μεταβολής της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ : $\Delta U / \Delta t = - m g v = - 0,1 \text{ kg } 10 \text{ m/s}^2 1,2 \text{ m/s} = - 1,2 \text{ J/s}$ το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος μειώνεται καθώς αυτό κατεβαίνει

