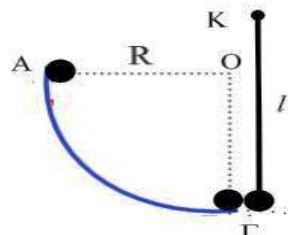


ΘΕΜΑ Β

Σώμα μάζας Σ_1 μάζας m_1 αφήνεται από την κορυφή (Α) ακλόνητου λείου τεταρτοκυκλίου (ΑΓ) ακτίνας R με κέντρο (Ο) και ολισθαίνει στο λείο τεταρτοκύκλιο χωρίς τριβή. Στο κατώτερο σημείο Γ



συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 μάζας m_2 που ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο αβαρούς και, μη εκτατού νήματος μ μήκους $l=1,2R$ του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο σε ακλόνητο καρφί (Κ) γύρω από το οποίο το νήμα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβή. Αμέσως μετά την κρούση το Σ_1 επιστρέφει ανερχόμενο στο τεταρτοκύκλιο μέχρι τη θέση Δ όπου η γωνία $\Delta\hat{O}\Gamma = \hat{\phi}$ με $\sin \hat{\phi} = 0,96$

I. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι ίσος με

α. $\left(\frac{3}{2}\right)$

β. $\left(\frac{1}{3}\right)$

γ. $\left(\frac{2}{3}\right)$

II. Η τελική γωνία εκτροπής του νήματος από την αρχική κατακόρυφη θέση του είναι $\hat{\theta}$ με $\sin \hat{\theta}$ ίσο με

α. $\left(\frac{43}{75}\right)$

β. $\left(\frac{15}{43}\right)$

γ. $\left(\frac{7}{15}\right)$

III. Αν επαναλάβουμε το πείραμα και εκτοξεύσουμε το σώμα Σ_1 με ταχύτητα μέτρου (v_0) κατακόρυφη προς τα κάτω, από το σημείο (Α) και ολισθήσει στο λείο τεταρτοκύκλιο και στο σημείο Γ συγκρουστεί πάλι κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 , το οποίο μόλις θα κάνει ανακύκλωση μετά την κρούση με κέντρο το (Κ) τότε το μέτρο της ταχύτητας (v_0) είναι ίσο με

α. $\left(\frac{1}{4}\sqrt{55gR}\right)$.

β. $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{55}{2}gR}\right)$

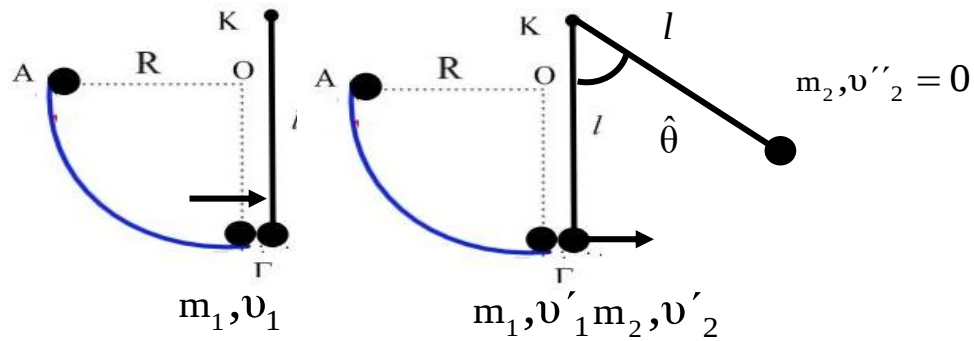
γ. $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{2}gR}\right)$

δ. τίποτα από αυτά

Σε κάθε περίπτωση να επιλέξετε το σωστό και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

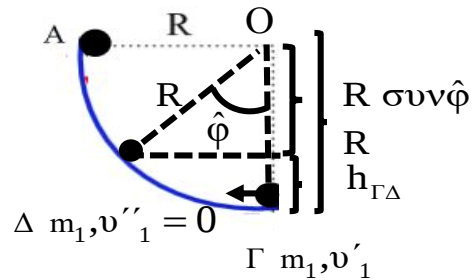
ΛΥΣΗ:

I. Σωστή επιλογή το (γ) δηλαδή: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$



Με ΑΔΜΕ για το Σ_1 από $A \rightarrow \Gamma$: $U_o + K_o = U + K \Rightarrow$

$$m_1 g R + 0 = 0 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gR}$$



Με ΑΔΜΕ για το Σ_1 από $\Gamma \rightarrow \Delta$:

$$U_o + K_o = U + K \Rightarrow$$

$$0 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 g h_{\Gamma\Delta} + 0 \Rightarrow$$

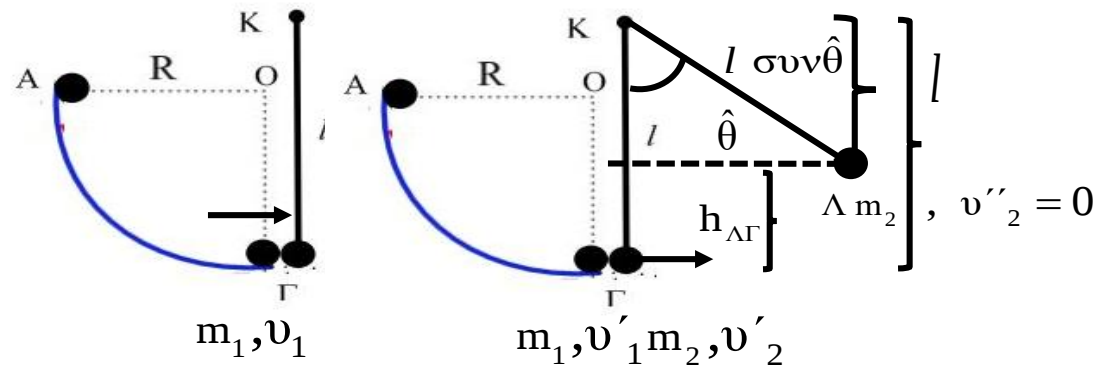
$$v_1^2 = 2g(R - R \sin \hat{\phi}) \Rightarrow |v_1| = \sqrt{2gR(1-0,96)}$$

$$\Rightarrow |v_1| = \sqrt{0,08gR} \quad \text{αλλά} \quad v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$-\sqrt{0,08gR} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{2gR} \Rightarrow \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} = \sqrt{\frac{0,08gR}{2gR}} \Rightarrow \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} = 0,2$$

$$\Rightarrow m_2 - m_1 = 0,2m_1 + 0,2m_2 \Rightarrow 0,8m_2 = 1,2m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$$

II. Σωστή επιλογή το (γ) δηλαδή : $\text{syn } \hat{\theta} = \frac{7}{15}$



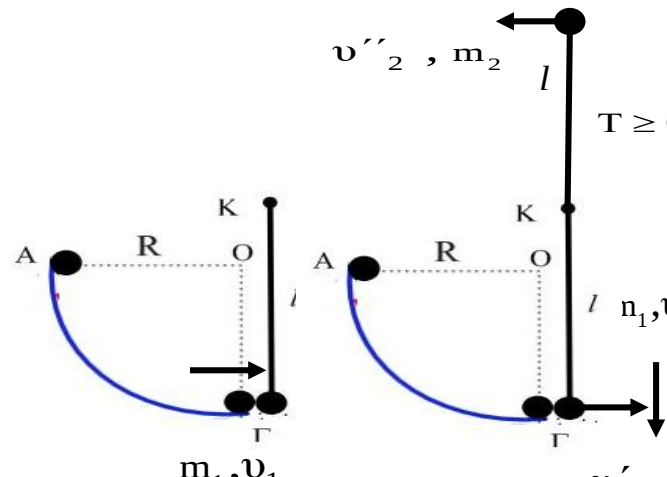
Με ΑΔΜΕ για το Σ_2 από $\Gamma \rightarrow \Lambda : U_o + K_o = U + K \Rightarrow$

$$0 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m_2 g h_{\Gamma\Lambda} + 0 \Rightarrow v_2^2 = 2g h_{\Gamma\Lambda} \Rightarrow \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 2g R = 2g h_{\Gamma\Lambda}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2 \frac{2}{3} m_2}{\frac{2}{3} m_2 + m_2} \right)^2 2g R = 2g h_{\Gamma\Lambda} \Rightarrow \frac{16}{25} R = h_{\Gamma\Lambda} \text{ και } \text{syn } \hat{\theta} = \frac{l - h_{\Gamma\Lambda}}{l} \Rightarrow$$

$$\text{syn } \hat{\theta} = \frac{1,2R - \frac{16}{25} R}{1,2 R} \Rightarrow \text{syn } \hat{\theta} = 1 - \frac{64}{120} \Rightarrow \text{syn } \hat{\theta} = \frac{56}{120} \Rightarrow \text{syn } \hat{\theta} = \frac{7}{15}$$

III. Σωστή επιλογή το (δ) .



Με ΑΔΜΕ για το Σ_1 από $T \geq 0 \quad A \rightarrow \Gamma : U_o + K_o = U + K$

$$\Rightarrow m_1 g R + \frac{1}{2} m_1 v_o^2 = 0 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{v_o^2 + 2g R}$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{2 \frac{2}{3} m_2}{\frac{2}{3} m_2 + m_2} \sqrt{v_o^2 + 2g R} \Rightarrow v_2 = \frac{4}{5} \sqrt{v_o^2 + 2g R}$$

Επειδή το Σ_2 μόλις ανακυκλώνει $T = 0$ και $v_2' = v_{2min}'$, οπότε από συνθήκη κεντρομόλου :

$$\Sigma F_{(R)} = F_K \Rightarrow m_2 g = m_2 \frac{v_{2min}'^2}{l} \Rightarrow v_{2min}'^2 = g l \Rightarrow v_{2min}'^2 = 1,2 g R$$

Με ΑΔΜΕ για το Σ_2 από $\Gamma \rightarrow N : U_o + K_o = U + K$

$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = m_2 g 2l + \frac{1}{2} m_1 v_{2min}''^2 \Rightarrow v_2'^2 = g 4 \cdot 1,2 R + 1,2 g R$$

$$\Rightarrow v_2'^2 = 6 g R \Rightarrow \frac{16}{25} (v_o^2 + 2g R) = 6 g R \Rightarrow v_o^2 + 2g R = \frac{150}{16} g R \Rightarrow$$

$$v_o^2 = \frac{75}{8} g R - \frac{16}{8} g R \Rightarrow v_o^2 = \frac{59}{8} g R \Rightarrow v_o = \frac{1}{4} \sqrt{118 g R}$$