

Έκλειψη ηλίου 12ης Αυγούστου 2026

Α. Γ. Επιτροπάκης

anastasios.epitropakis@gmail.com

Σύνοψη

Στο παρόν κείμενο παρουσιάζεται μια σειρά ασκήσεων εμπνευσμένων από ένα πρόσφατο αστρονομικό γεγονός. Οι ασκήσεις εξερευνούν το φαινόμενο της παράλλαξης και πώς εκείνο μπορεί να εφαρμοστεί για την εκτίμηση της απόστασης γης-σελήνης.

Προαπαιτούμενες γνώσεις: ευκλείδεια γεωμετρία, τριγωνομετρία, μέτρηση γωνιών σ' ακτίνια, όριο συνάρτησης



Εκφώνηση

Την Τετάρτη 12 Αυγούστου 2026 έλαβε χώρα μια έκλειψη ηλίου. Στις περισσότερες περιοχές της Ευρώπης, όπως και στην Ελλάδα, η έκλειψη ήταν μερική, ενώ σ' ορισμένα μέρη της Ισπανίας ο ήλιος καλύφτηκε εντελώς [1]. Τ' ότι η σελήνη εμφανίζεται, την ίδια στιγμή, σε διαφορετικές θέσεις στον ουρανό από διαφορετικά σημεία στη γη, οφείλεται στον ίδιο λόγο που το δάχτυλο του τεντωμένου μας χεριού φαίνεται ν' αλλάζει θέση ανάλογα με το ποιο μάτι το κοιτάμε.

Άσκηση Δ'

Έστω $\angle AKB \equiv \varphi$ η επίκεντρη γωνία που βαίνει στο τόξο $\widehat{AB}$, μήκους s , του κύκλου C της προηγούμενης άσκησης. Δείξτε ότι¹

$$2\eta\mu^2\frac{\varphi}{2} = \frac{h}{R}. \quad (3)$$

Άσκηση Ε'

Παρατηρώντας τον κύκλο C , είναι εμφανές ότι (εμβαδόν τριγώνου $BK\Gamma$) < (εμβαδόν κυκλικού τομέα AKB) < (εμβαδόν τριγώνου $AK\Delta$). Δείξτε ότι η συνθήκη αυτή γράφεται ισοδύναμα

$$\text{συν}\varphi < \frac{\eta\mu\varphi}{\varphi} < 1. \quad (4)$$

Όταν $\varphi \rightarrow 0$, $\text{συν}\varphi \rightarrow 1$. Σύμφωνα λοιπόν με την (4), $\eta\mu\varphi/\varphi \rightarrow 1$ στο ίδιο όριο. Μ' άλλα λόγια, όταν το φ είναι μια μικρή γωνία μετρημένη σ' ακτίνια, ισχύει η προσέγγιση $\eta\mu\varphi \sim \varphi$ με καλή ακρίβεια. Το ίδιο αληθεύει, βέβαια, για το ημίτονο οποιασδήποτε μικρής γωνίας.

Άσκηση ΣΤ'

Αν το φ μετριέται σ' ακτίνια, τότε, εξορισμού, $s = R\varphi$. Δείξτε, σε συνδυασμό με τ' αποτελέσματα των προηγούμενων ασκήσεων, ότι η (2) γράφεται

$$x \sim \frac{s^2}{2R}. \quad (5)$$

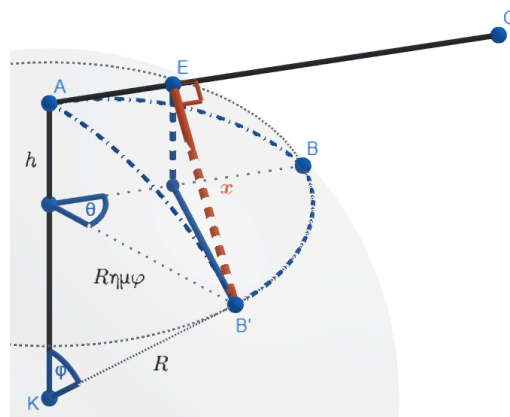
Υπό ποια προϋπόθεση είναι εφαρμόσιμη η προσέγγιση (5); Τι σημαίνει αυτό στην πράξη για την τιμή του s ;

¹ Υπενθυμίζεται ότι $\text{συν}(2\alpha) = 1 - 2\eta\mu^2\alpha$.

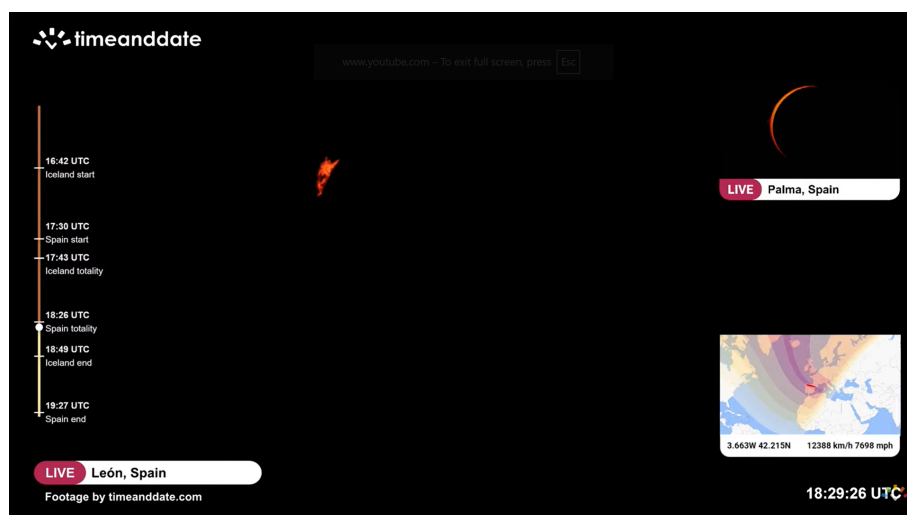
Άσκηση Ζ'

Έστω ότι ο δεύτερος παρατηρητής δε βρίσκεται στη θέση B πάνω στον κύκλο C, αλλά σε μί' άλλη θέση B' ενός κύκλου με το ίδιο κέντρο και την ίδια ακτίνα με τον C, του οποίου το επίπεδο προκύπτει με περιστροφή του επιπέδου του C κατά γωνία ϑ γύρω απ' τον άξονα KA. Αν $\widehat{AB'} = s$ και $\varphi, \vartheta \ll 1 \text{ rad}$, δείξτε ότι²

$$x \sim s \sqrt{\left(\frac{s}{2R}\right)^2 + \vartheta^2}. \quad (6)$$



Άσκηση Η'



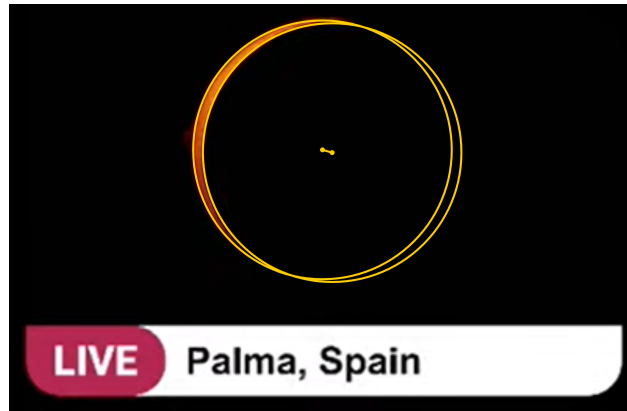
Η έκλειψη ηλίου της 12ης Αυγούστου βιντεοσκοπήθηκε ταυτόχρονα από διαφορετικούς σταθμούς στην επιφάνεια της γης. Όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα, τη στιγμή που στην Palma de Mallorca της Ισπανίας (σημείο A) η σελήνη βρισκόταν πολύ κοντά στον ορίζοντα και είχε σχεδόν καλύψει τον ηλιακό δίσκο, παρατηρητές στην περιοχή León (σημείο B') της ίδιας χώρας βίωναν μια ολική έκλειψη. Με τη βοήθεια των διαδικτυακών εφαρμογών Google Earth [2] και Stellarium [3], συμπεραίνει κανείς ότι $s \sim 770 \text{ km}$ και $\vartheta \sim 10^\circ$.³ Χρησιμοποιήστε αυτές τις πληροφορίες, σε συνδυασμό με την ακτίνα της γης $R \sim 6,4 \cdot 10^3 \text{ km}$, για να βρείτε το x .

² Αναλύστε το x σε δυο κάθετες συνιστώσες: μια λόγω της καμπυλότητας της γης και μια λόγω της περιστροφής κατά ϑ .

³ Η ϑ εκτιμήθηκε ως η διαφορά μεταξύ της αρχικής γεωγραφικής διεύθυνσης (*heading*) απ' την Palma προς τη León, όπως υπολογίστηκε στο Google Earth, και του αζιμουθίου της σελήνης στην Palma κατά την ίδια χρονική στιγμή, όπως υπολογίστηκε στο Stellarium.

Άσκηση Θ'

Όταν στη Λεόν επικρατούσε ολική έκλειψη ηλίου κι άρα το κέντρο του ηλιακού δίσκου σχεδόν συνέπιπτε με το κέντρο του σεληνιακού δίσκου, στην Palma η απόσταση των κέντρων ήταν $\sim 0,02^\circ$.⁴ Ποια είναι η εκτίμησή σας για το D ;



Άσκηση Ι'

Πώς συγκρίνεται το προηγούμενό σας αποτέλεσμα με τη σημερινή αποδεκτή (μέση) απόσταση γης–σελήνης; Πόσο μεγάλο είναι το σφάλμα του D και ποιοι θεωρείτε ότι είναι οι σημαντικότεροι παράγοντες που το επηρεάζουν;

Άσκηση ΙΑ'

Ποια είναι η μέγιστη τιμή του p που μπορεί να μετρηθεί;⁵ Είναι ευδιάκριτη μια τέτοια μεταβολή με το γυμνό μάτι κι άρα καταρχήν προσιτή στους αστρονόμους της αρχαιότητας;

Παράρτημα

Το φαινόμενο της ηλιακής έκλειψης, καθώς και η σημασία του για τον καθορισμό της απόστασης της σελήνης, ήταν γνωστά στους αστρονόμους της αρχαιότητας. Ο επονομαζόμενος «πατέρας της αστρονομίας» Ίππαρχος ο Ρόδιος, για παράδειγμα, χρησιμοποίησε την παρατήρηση μιας έκλειψης ηλίου από δυο περιοχές—την Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου και τον Ελλήσποντο της Μικρασίας—για να εκτιμήσει την απόσταση της σελήνης μ' ακρίβεια $\sim 3\%$ [4].

Αντίθετα με τη σελήνη, η παράλλαξη δεν παρατηρείται με το γυμνό μάτι στ' άστρα τ' ουρανού. Αυτός ήταν βασικός λόγος που το ηλιοκεντρικό μοντέλο, που πρώτος φαίνεται να διατύπωσε γραπτά ο Αρίσταρχος ο Σάμιος, άργησε να υιοθετηθεί. Σύμφωνα

⁴ Η τιμή αυτή προέκυψε εισάγοντας σχετικό στιγμιότυπο στη διαδικτυακή εφαρμογή GeoGebra και προσαρμόζοντας με το μάτι τόσο τον ηλιακό όσο και τον σεληνιακό δίσκο μ' έναν κύκλο. Η απόσταση μεταξύ των κέντρων εκφράστηκε στη συνέχεια ως πολλαπλάσιο της διαμέτρου του ηλιακού δίσκου, η οποία θεωρήθηκε ίση με $0,5^\circ$.

⁵ Σκεφτείτε πόσο μεγάλο μπορεί να 'ναι το x για δυο παρατηρητές στη γη.

με τους υποστηρικτές του γεωκεντρικού μοντέλου, αν η γη γύριζε γύρω απ' τον ήλιο οι φαινόμενες θέσεις των άστρων θα 'πρεπε ν' αλλάζουν κατά τη διάρκεια του έτους [5].

Η μέτρηση της αστρικής παράλλαξης ήρθε πολύ αργότερα με τη βοήθεια τηλεσκοπίων. Συγκρίνοντας τις θέσεις των κοντινών άστρων στο νυχτερινό ουρανό μεταξύ φωτογραφιών που πάρθηκαν με διαφορά έξι μηνών, προκύπτει ένα νοητό τρίγωνο με βάση που αντιστοιχεί στη μέση απόσταση γης-ήλιου και ύψος την απόσταση ήλιου-άστρου. Οι τυπικές γωνίες παράλλαξης που παρουσιάζουν τ' άστρα είναι υποπολλαπλάσια του ενός τόξου του δευτερολέπτου $1'' \equiv 1/3.600^\circ$. Από 'κει προκύπτει και η αστρονομική μονάδα μέτρησης παρσέκ (**parsec**), μια σύντμηση των αγγλικών λέξεων **parallax** (παράλλαξη) κι **arcsecond** (δευτερόλεπτο τόξου) [6].

Αναγνωρίσεις

Το παρόν κείμενο στοιχειοθετήθηκε με το σύστημα **XeLaTeX** μέσω της εφαρμογής **TeXstudio**. Η μεταγλώττιση του κειμένου σε PDF έγινε με τη διανομή **MiKTeX**. Το πηγαίο έγγραφο LaTeX βασίστηκε σε τροποποιημένη μορφή **πρότυπου κώδικα (template)** που διατίθεται δωρεάν.

Όπου δε γίνεται αναφορά σε πηγή, εικόνες με καλλιτεχνικές αποδόσεις δημιουργήθηκαν με χρήση αλγόριθμου τεχνητής νοημοσύνης που μετατρέπει κείμενο σε εικόνα. Παρομοίως, σχήματα που παρουσιάζονται χωρίς πηγές φτιάχτηκαν με τη βοήθεια της εφαρμογής **GeoGebra**.

Η γλωσσική επιμέλεια του κειμένου, καθώς και μέρος της απαιτούμενης έρευνας, έγιναν με τη βοήθεια συστήματος τεχνητής νοημοσύνης που βασίζεται σ' εξελιγμένα γλωσσικά μοντέλα.

Αναφορές

- [1] <https://www.ofa.gr/total-solar-eclipse-2026/>
- [2] <https://earth.google.com/web/>
- [3] <https://stellarium-web.org/>
- [4] <https://physicsgg.me/2019/04/06/ηλιακές-εκλείψεις-στην-ιστορία/>
- [5] <https://antikleidi.com/2013/09/29/aristarchos/>
- [6] <https://physicsgg.me/2018/02/25/τι-είναι-το-παρσέκ-parsec/>