

Capítulo 8

PROBLEMAS CON CUADRADOS

El estanque

Tenemos un estanque cuadrado (figura 194). En sus ángulos crecen, cerca del agua, cuatro viejos robles. Hay que ensanchar el estanque, haciendo que su superficie sea el doble, conservando su forma cuadrada y sin tocar los viejos robles.

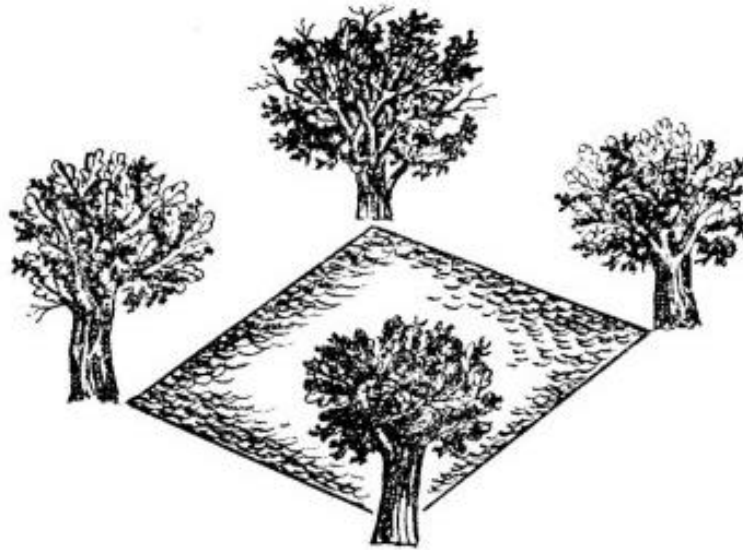


Figura 194

¿Puede agrandarse el estanque hasta las dimensiones deseadas, quedando los robles fuera del agua, en las orillas del nuevo estanque?

El entarimador

Un entarimador, cuando cortaba los cuadrados de madera los comprobaba así: comparaba las longitudes de los lados, y si los cuatro eran iguales, consideraba que el cuadrado estaba bien cortado.

¿Es segura esta comprobación?

Otro entarimador

Otro entarimador comprobaba su trabajo de un modo distinto: no medía los lados, sino las diagonales de los cuadrados. Si las dos diagonales eran iguales, el entarimador consideraba que el cuadrado estaba bien cortado.

¿Usted piensa lo mismo?

Un tercer entarimador

Un tercer entarimador, al comprobar los cuadrados, se cercioraba de que las cuatro partes en que las diagonales se dividen entre sí (figura 195) eran iguales. Según él esto demostraba que el cuadrilátero cortado era un cuadrado.

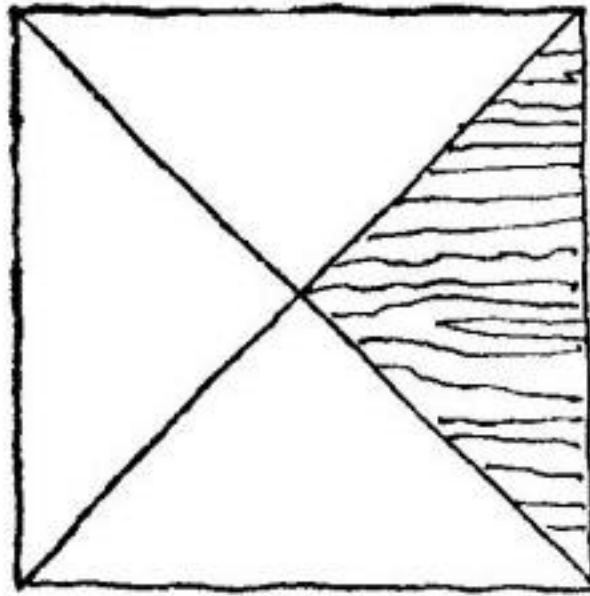


Figura 195

¿Y usted, qué piensa?

La costurera

Una costurera tiene que cortar trozos de lienzo cuadrados. Después de cortar varios trozos, comprueba su trabajo doblando el trozo cuadrangular por una de sus diagonales y viendo si coinciden sus bordes. Si coinciden, quiere decir, según ella, que el trozo cortado tiene exactamente forma cuadrada.

¿Es así en realidad?

Otra costurera

Otra costurera no se contentaba con la comprobación que hacía su amiga. Ella doblaba primero el cuadrilátero cortado por una diagonal, luego desdoblaba el trozo de lienzo y lo doblaba por la otra diagonal. Sólo cuando los bordes de la tela coincidían en ambos casos consideraba ella que el cuadrado estaba bien cortado.

¿Qué dice usted de esta comprobación?

El problema del carpintero

Un joven carpintero tiene una tabla pentagonal como la que representa la figura 196. Como puede ver, la tabla parece estar formada por un cuadrado y un triángulo aplicado a él e igual a su cuarta parte. Al carpintero le hace falta convertir esta tabla, sin quitarle ni añadirle nada, en un cuadrado. Para esto, claro está, hay que cortarla antes en partes. Nuestro joven carpintero piensa hacer esto, pero no quiere cortar la tabla por más de dos líneas rectas.

¿Es posible, con dos líneas rectas cortar la figura 196 en partes con las cuales se pueda componer un cuadrado? Si es posible, ¿cómo hay que hacerlo?

SOLUCIONES

El estanque

La superficie del estanque puede perfectamente duplicarse, conservando su forma cuadrada y sin tocar los robles.

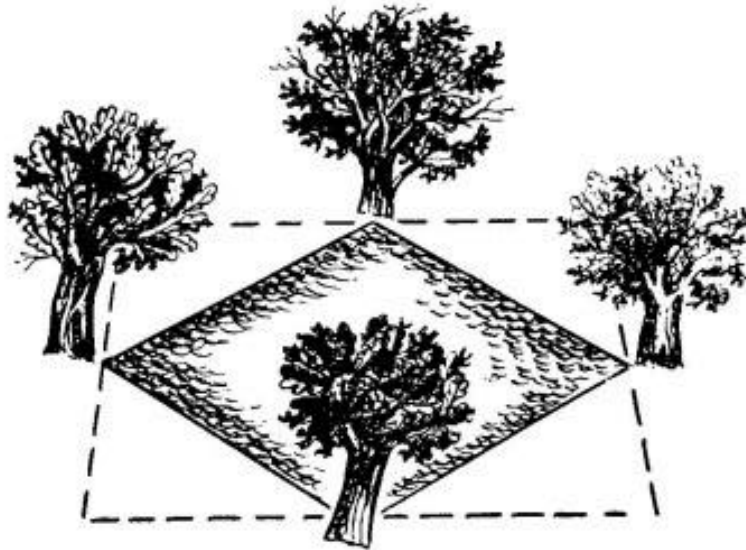


Figura 197

En la figura 197 se muestra como hay que hacerlo: hay que cavar de tal modo que los robles queden frente al punto medio de los lados del nuevo cuadrado. Es fácil convencerse de que el área del nuevo estanque es dos veces mayor que la del antiguo. Para esto no hay más que trazar las diagonales en el estanque viejo y calcular los triángulos que se forman al hacer esto.

Esta comprobación es insuficiente. Un cuadrilátero puede satisfacer esta prueba sin ser cuadrado. En la figura 198 se dan unos ejemplos de cuadriláteros que tienen todos los lados iguales, pero cuyos ángulos no son rectos (rombos).

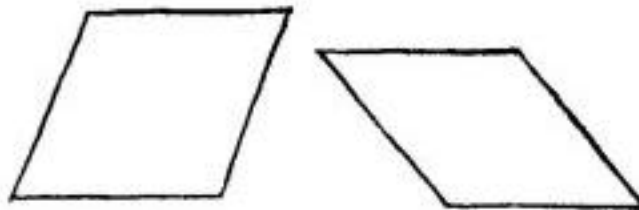


Figura 198

Otro entarimador

Esta comprobación es tan insegura como la primera. El cuadrado, claro está, tiene las diagonales iguales, pero no todo cuadrilátero que tenga las diagonales iguales es un cuadrado. Esto puede verse con toda claridad en los dibujos de la figura 199.

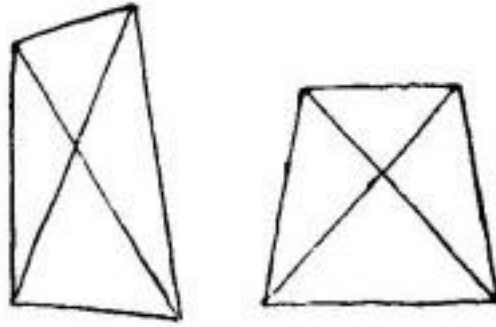


Figura 199

Los entarimadores debían haber practicado las dos comprobaciones con cada uno de los cuadriláteros que cortaban, con lo cual hubieran podido estar seguros de que el trabajo estaba bien hecho. Todo rombo cuyas diagonales sean iguales será indudablemente un cuadrado.

Un tercer entarimador

Lo único que puede demostrar esta comprobación es que el cuadrilátero que se somete a ella tiene los ángulos rectos, es decir, que es un rectángulo. Pero, en cambio, no prueba que todos sus lados son iguales, como puede verse en la figura 200.

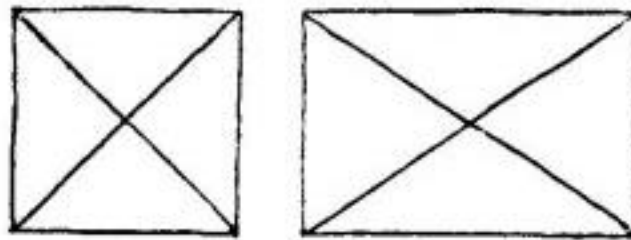


Figura 200

La costurera

La comprobación dista mucho de ser suficiente. En la figura 201 se han dibujado varios cuadriláteros cuyos bordes coinciden cuando se doblan por una diagonal.

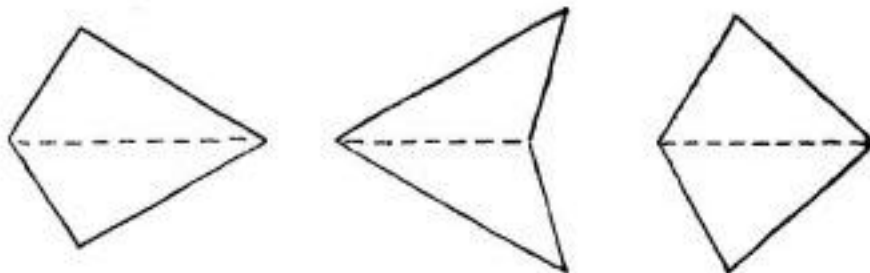


Figura 201

Y, sin embargo, no son cuadrados. Como puede ver, un cuadrilátero puede diferir mucho de la figura del cuadrado y, a pesar de esto, satisfacer esta comprobación.

Con esta prueba podemos convencernos de que una figura es simétrica, y nada más.

Otra costurera

Esta comprobación no es mejor que la anterior. Usted puede recortar tantos cuadriláteros de papel como quiera, que, aunque no sean cuadrados, satisfarán esta prueba

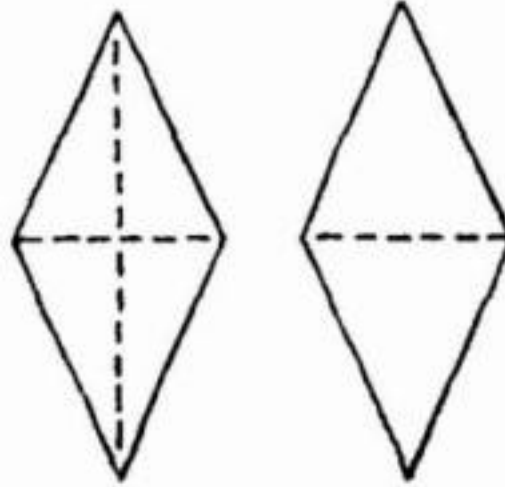


Figura 202

Los cuadriláteros de la figura 202 tienen todos los lados iguales (son rombos), pero sus ángulos no son rectos, por consiguiente. Para cerciorarse de verdad de que el trozo cortado tiene forma cuadrada, además de lo que hacía esta costurera, hay que comprobar si las diagonales (o los ángulos) son iguales.

El problema del carpintero

Una recta debe ir desde el vértice c al punto medio del lado de , y la otra, desde el punto medio hasta el vértice a .

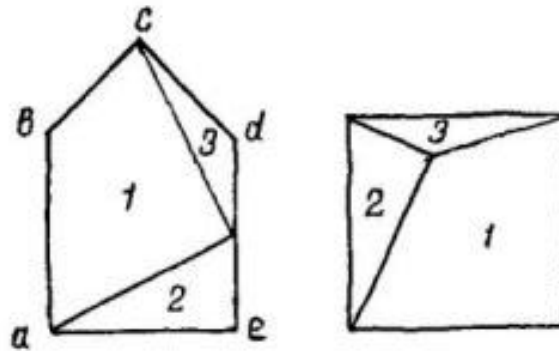


Figura 203

Con los trozos obtenidos, 1, 2 y 3, se compone el cuadrado como indica el dibujo (figura 203).