

Capítulo 21

CÁLCULO RÁPIDO

(Procedimientos fáciles de cálculo mental)

Aquí se han recogido algunos procedimientos de cálculo mental rápido, simples y fáciles de aprender. Los que utilicen estos procedimientos deben recordar que su dominio eficaz presupone no su aplicación mecánica, sino completamente consciente y, además, un entrenamiento más o menos prolongado. Pero una vez aprendidos los procedimientos que recomendamos, pueden hacerse cálculos mentales rápidos con la misma seguridad que se escribieran.

Multiplicación por un número dígito

1. Para multiplicar mentalmente un número por un factor dígito (por ejemplo, $27 * 8$), se opera empezando por multiplicar no las unidades, como en el cálculo escrito, sino las decenas del multiplicando ($20 * 8 = 160$), después se multiplican las unidades ($7 * 8 = 56$) y luego se suman ambos resultados ($160 + 56 = 216$).

Otros ejemplos:

$$34 * 7 = 30 * 7 + 4 * 7 = 210 + 28 = 238$$

$$47 * 6 = 40 * 6 + 7 * 6 = 240 + 42 = 282$$

2. Conviene saber de memoria la tabla de multiplicar hasta $19 * 9$:

	2	3	4	5	6	7	8	9
11	22	33	44	55	66	77	88	99
12	24	36	48	60	72	84	96	108
13	26	39	52	65	78	91	104	117
14	28	42	56	70	84	98	112	126
15	30	45	60	75	90	105	120	135
16	32	48	64	80	96	112	128	144
17	34	51	68	85	102	119	136	153
18	36	54	72	90	108	126	144	162
19	38	57	76	95	114	133	152	171

Cuadro 32

Sabiendo esta tabla se puede multiplicar mentalmente, por ejemplo, $147 * 8$, así:

$$147 * 8 = 140 * 8 + 7 * 8 = 1120 + 56 = 1176.$$

3. Cuando uno de los números que se multiplica puede descomponerse en factores dígitos, resulta cómodo multiplicar sucesivamente por estos factores. Por ejemplo:

$$225 * 6 = 225 * 2 * 3 = 450 * 3 = 1350.$$

Multiplicación por un número de dos cifras

4. La multiplicación por un número de dos cifras se procura simplificar para el cálculo mental reduciéndola a una multiplicación más habitual por un número dígito.

Cuando el multiplicando es dígito, se considera mentalmente que es multiplicador y las operaciones se hacen como se dijo en el § 1. Por ejemplo:

$$6 * 28 = 28 * 6 = 120 + 48 = 168.$$

5. Si los dos factores tienen dos cifras, uno de ellos se descompone en decenas y unidades. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 29 * 12 &= 29 * 10 + 29 * 2 = 290 + 58 = 348. \\ 41 * 16 &= 41 * 10 + 41 * 6 = 410 + 246 = 656. \\ (\text{ó } 41 * 16 &= 16 * 41 = 16 * 40 + 16 * 1 = 640 + 16 = 656) \end{aligned}$$

Resulta más conveniente descomponer en decenas y unidades el factor en que éstas vienen expresadas con números menores.

6. Si el multiplicando o el multiplicador puede descomponerse mentalmente y con facilidad en números dígitos (por ejemplo, $14 = 2 * 7$), se aprovecha esta circunstancia para disminuir uno de los factores, aumentando el otro las mismas veces (compárese con el § 3). Por ejemplo:

$$45 * 14 = 90 * 7 = 630.$$

Multiplicación y división por 4 y por 8

7. Para multiplicar, mentalmente, un número por 4, se duplica dos veces. Por ejemplo:

$$112 * 4 = 224 * 2 = 448. \quad 335 * 4 = 670 * 2 = 1340.$$

8. Para multiplicar, mentalmente, un número por 8, se duplica tres veces. Por ejemplo:

$$217 * 8 = 434 * 4 = 868 * 2 = 1736.$$

Otro procedimiento de multiplicar mentalmente por 8 consiste en añadirle un cero al multiplicando y réstale el doble de dicho multiplicando (es decir, en definitiva se multiplica por $10 - 2$):

$$217 * 8 = 2170 - 434 = 1736.$$

Resulta aún más cómodo proceder así:

$$217 * 8 = 200 * 8 + 17 * 8 = 1600 + 136 = 1736.$$

9. Para dividir un número por 4 mentalmente, se divide dos veces por dos. Por ejemplo:

$$76 : 4 = 38 : 2 = 19. \quad 236 : 4 = 118 : 2 = 59.$$

10. Para dividir un número por 8 mentalmente, se divide tres veces por dos. Por ejemplo:

$$464 : 8 = 232 : 4 = 116 : 2 = 58. \quad 516 : 8 = 258 : 4 = 129 : 2 = 64\frac{1}{2}.$$

Multiplicación por 5 y por 25

11. Para multiplicar, mentalmente, un número por 5, se multiplica por 2, es decir, se le añade al número un cero y se divide por dos. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 74 * 5 &= 740 : 2 = 370. \\ 243 * 5 &= 2430 : 2 = 1215. \end{aligned}$$

Cuando el número que se multiplica por 5 es par, resulta más cómodo dividir primeramente por 2 y añadir después un cero a la cantidad obtenida. Por ejemplo:

$$74 * 5 = 74/2 * 10 = 370.$$

12. Para multiplicar un número por 25 mentalmente, se multiplica por 100/4, es decir, si el número es múltiplo de cuatro, se divide por 4 y al cociente se le añaden dos ceros. Por ejemplo:

$$72 * 25 = 72/4 * 100 = 1800.$$

Si al dividir el número por 4 queda resto,

$$\begin{array}{rcl} \text{cuando el resto es } 1 & \text{se le añade al cociente } 25 \\ 2 & & 50 \\ 3 & & 75 \end{array}$$

La base, en que funda este procedimiento queda aclarada por el hecho de que $100 : 4 = 25$; $200 : 4 = 50$; y $300 : 4 = 75$.

Multiplicación por $1\frac{1}{2}$, por $1\frac{1}{4}$, por $2\frac{1}{2}$ y por $\frac{3}{4}$

13. Para multiplicar, mentalmente, un número por $1\frac{1}{4}$, se le añade al multiplicando su mitad. Por ejemplo:

$$34 * 1\frac{1}{2} = 34 + 17 = 51. \quad 22 * 1\frac{1}{2} = 23 + 11\frac{1}{2} = 34\frac{1}{2} \text{ (ó } 34,5\text{)}.$$

14. Para multiplicar, mentalmente, un número por $1\frac{1}{4}$, se le añade al multiplicando su cuarta parte. Por ejemplo:

$$48 * 1\frac{1}{4} = 48 + 12 = 60. \quad 58 * 1\frac{1}{4} = 58 + 14\frac{1}{2} = 72\frac{1}{2} \text{ (ó } 72,5\text{)}.$$

15. Para multiplicar un número por $2\frac{1}{2}$ mentalmente, al número duplicado se le añade la mitad del multiplicando. Por ejemplo:

$$18 * 2\frac{1}{2} = 36 + 9 = 45. \quad 39 * 2\frac{1}{2} = 78 + 19\frac{1}{2} = 97\frac{1}{2} \text{ (ó } 97,5\text{)}.$$

Otro procedimiento consiste en multiplicar por 5 y dividir por dos: $18 * 2\frac{1}{2} = 90 : 2 = 45$.

16. Para multiplicar un número por $\frac{3}{4}$ mentalmente (es decir, para hallar las $\frac{3}{4}$ partes de dicho número), se multiplica por $1\frac{1}{2}$ y se divide por dos. Por ejemplo:

$$30 * 4 = 30 \ 215 - 22 \ 2 \ (\acute{o} \ 22 \ 5).$$

Una variante de este procedimiento consiste en que al multiplicando se le resta su cuarta parte o a la mitad del multiplicando se le añade la mitad de esta mitad.

Multiplicación por 15, por 125, por 75

17. La multiplicación por 15, se sustituye por la multiplicación por 10 y por 1 1/2 (porque $10 * 1 \ 1/2 = 15$).

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 18 * 15 &= 18 * 1 \ 1/2 * 10 = 270 \\ 54 * 15 &= 45 * 1 \ 1/2 * 10 = 675 \end{aligned}$$

18. La multiplicación por 125 se sustituye por la multiplicación por 100 y por 1 1/4 (porque $100 * 1 \ 1/4 = 125$). Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 26 * 125 &= 26 * 1 \ 1/4 * 100 = 2600 + 650 = 3250 \\ 47 * 125 &= 47 * 100 * 1 \ 1/4 = 4700 + 4700/4 = 4700 + 1175 = 5875 \end{aligned}$$

19. La multiplicación por 75 se sustituye por una multiplicación por 100 y por 3/4 (porque $100 * 3/4 = 75$). Por ejemplo:

$$18 * 75 = 18 * 100 * 3/4 = 1800 * 3/4 = (1800 + 900)/2 = 1350$$

Observación: Algunos de los ejemplos citados también pueden resolverse fácilmente por el Procedimiento 6.

$$\begin{aligned} 18 * 15 &= 90 * 3 = 270 \\ 26 * 125 &= 130 * 25 = 3250 \end{aligned}$$

Multiplicación por 9 y por 11

20. Para multiplicar mentalmente, un número por 9, se le añade al número un cero y se le resta el multiplicando. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 62 * 9 &= 620 - 62 = 600 - 42 = 558 \\ 73 * 9 &= 730 - 73 = 700 - 43 = 657 \end{aligned}$$

21. Para multiplicar un número por 11 mentalmente, se le añade al número un cero y se le suma el multiplicando. Por ejemplo:

$$87 * 11 = 870 + 87 = 957$$

División por 5, por 1 1/2 y por 15

22. Para dividir mentalmente, un número por 5, se separa con una coma la última cifra del doble del número. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 68 / 5 &= 136 / 10 = 13,6 \\ 237 / 5 &= 474 / 10 = 47,4 \end{aligned}$$

23. Para dividir un número por 1 1/2 mentalmente, se divide por 3 el doble del número. Por ejemplo:

$$36 : 1 \frac{1}{2} = 72 : 3 = 24.$$

$$53 : 1 \frac{1}{2} = 106 : 3 = 35 \frac{1}{3}.$$

24. Para dividir un número por 15 mentalmente, se divide por 30 el doble de dicho número. Por ejemplo:

$$240 : 15 = 480 : 30 = 48 : 3 = 16. \quad 462 : 15 = 924 : 30 = 3024/30 = 304/5 = 30,8 \quad (6 \ 924 : 30 - 308 : 10 = 30,8).$$

Elevación al cuadrado

25. Para elevar al cuadrado un número terminado en 5 (por ejemplo, 85) se multiplica el número de decenas (8) por sí mismo más una unidad ($8 * 9 = 72$) y se le añade 25 (en nuestro ejemplo se obtiene 7225). Otros ejemplos:

$$25^2; 2 * 3 = 6; 625.$$

$$45^2; 4 * 5 = 20; 2025.$$

$$145^2; 14 * 15 = 210; 21025;$$

Este procedimiento se deduce de la fórmula

$$(10x + 5)^2 = 100x^2 + 100x + 25 = 100x(x + 1) + 25.$$

26. El procedimiento que hemos indicado puede aplicarse también a las fracciones decimales que terminan en la cifra 5:

$$8,5^2 = 72,25; \quad 14,5^2 = 210,25;$$

$$0,35^2 = 0,1225; \text{ etc.}$$

27. Como $0,5 = 1/2$ y $0,25 = 1/4$, el método del Procedimiento 25. puede utilizarse también para elevar al cuadrado los números que terminan en la fracción $1/2$:

$$(8 \frac{1}{2})^2 = 72 \frac{1}{4}$$

$$(14 \frac{1}{2})^2 = 210 \frac{1}{4}, \text{ etc.}$$

28. Cuando la elevación al cuadrado se hace mentalmente, suele ser cómodo utilizar la fórmula:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm b^2 \pm 2ab.$$

Por ejemplo:

$$41^2 = 40^2 + 1 + 2 * 40 = 1601 + 88 = 1681.$$

$$69^2 = 70^2 + 1 - 2 * 70 = 4901 - 140 = 4761.$$

$$36^2 = (35 + 1)^2 = 1225 + 1 + 2 * 35 = 1296.$$

Este procedimiento resulta cómodo cuando los números terminan en 1, 4, 6 y 9.

Cálculos por la fórmula $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

29. Supongamos que hay que hacer mentalmente la multiplicación $52 * 48$.

Nos figuramos estos factores en la forma $(50 + 2) * (50 - 2)$ y aplicamos la fórmula que figura en el encabezamiento:

$$(50 + 2) * (50 - 2) - 50^2 - 2^2 = 2496.$$

De un modo semejante se procede en general en todos los casos en que uno de los factores resulta cómodo representarlo en forma de suma de dos números, y el otro, en forma de diferencia de estos mismos números.

$$69 * 71 = (70 - 1) * (70 + 1) = 4899.$$

$$33 * 27 = (30 + 3) * (30 - 3) = 891.$$

$$53 * 57 = (55 - 2) * (55 + 2) = 3021.$$

$$84 * 86 = (85 - 1) * (85 + 1) = 7224.$$

30. Este mismo procedimiento puede utilizarse también eficazmente para los cálculos del tipo siguiente:

$$7 \frac{1}{2} * 6 \frac{1}{2} = (7 + \frac{1}{2}) * (7 - \frac{1}{2}) = 48 \frac{3}{4}$$

$$11 \frac{3}{4} * 12 \frac{1}{4} = (12 - \frac{1}{2}) * (12 + \frac{1}{4}) = 143 \frac{15}{16}.$$

Conviene recordar que $37 * 3 = 111$

Recordando esto es fácil multiplicar mentalmente el número 37 por 6, 9, 12, etc.

$$37 * 6 = 37 * 3 * 2 = 222.$$

$$37 * 9 = 37 * 3 * 3 = 333.$$

$$37 * 12 = 37 * 3 * 4 = 444.$$

$$37 * 15 = 37 * 3 * 5 = 555, \text{ etc,}$$

Conviene recordar que $7 * 11 * 13 = 1001$

Recordando esto es fácil practicar mentalmente multiplicaciones del tipo

$$77 * 13 = 1001$$

$$91 * 11 = 1001$$

$$143 * 7 = 1001.$$

$$77 * 26 = 2002$$

$$91 * 22 = 2002$$

$$143 * 14 = 2002.$$

$$77 * 39 = 3003$$

$$91 * 33 = 3003$$

$$143 * 21 = 3003,$$

etc

etc

etc

Aquí sólo se ha hecho mención de los procedimientos mentales más fáciles y de uso más frecuente de multiplicación, división y elevación al cuadrado. Al practicarlos, el lector reflexivo ideará para sí toda una serie de otros procedimientos que facilitan el trabajo de cálculo.