

Capítulo 10**PROBLEMAS ACERCA DE COMPRAS Y PRECIOS****¿Cuánto cuestan los limones?**

Tres docenas de limones cuestan tantos rublos como limones dan por 16 rublos.

¿Cuánto vale la docena de limones?

El impermeable, el sombrero y los chanclos

Un individuo compró un impermeable, un sombrero y unos chanclos por 140 rublos. El impermeable vale 90 rublos más que el sombrero, y el sombrero y el impermeable juntos cuestan 120 rublos más que los chanclos.

¿Cuánto cuesta cada cosa por separado?

Este problema debe resolverse de memoria y sin ecuaciones.

Las compras

Cuando salí de compras llevaba en el portamonedas cerca de 15 rublos sueltos y en monedas de 20 copeikas. Cuando volví traía tantos rublos sueltos como monedas de 20 copeikas llevaba cuando salí, y tantas monedas de 20 copeikas como rublos sueltos tenía antes. En total me quedó la tercera parte de la suma que cogí al salir.

¿Cuánto gasté en las compras?

La compra de frutas

Por cinco rublos se han comprado 100 frutas distintas. Los precios de las frutas son los siguientes: las sandías a 50 copeikas cada una, las manzanas a 10 copeikas cada una y las ciruelas a 10 copeikas la decena.

¿Cuántas frutas de cada tipo se han comprado?

Encarecimiento y abaratamiento

Una mercancía encareció en un 10 % y luego se abarató en un 10 % .

¿Cuándo era más barata, antes de encarecerla o después de abaratarla?

Los barriles

A un almacén llevaron seis barriles de kvas¹. La figura 205 indica cuántos litros había en cada barril. El primer día se presentaron dos clientes: uno compró dos barriles y el otro, tres, con la particularidad de que el primero compró dos veces menos kvas que el segundo. No hubo que destapar ni un solo barril.



Figura 205

¹ Bebida refrescante rusa.

De los seis barriles sólo quedó uno en el almacén. ¿Cuál?

La venta de huevos

Este viejo problema popular parece, a primera vista, absurdo por completo, ya que en él se habla de la venta de medio huevo. Sin embargo, puede resolverse perfectamente.

Una campesina llegó al mercado a vender huevos. La primera cuenta le compró la mitad de todos los huevos más medio huevo. La segunda clienta adquirió la mitad de los huevos que le quedaban más medio huevo. La tercera clienta sólo compró un huevo. Con esto terminó la venta, porque la campesina no tenía más huevos.

¿Cuántos huevos trajo al mercado?

El problema de Benedíktov

Muchos aficionados a la literatura rusa no sospechan que el poeta V. Benedíktov² es autor del primer libro de acertijos matemáticos en lengua rusa. Este libro no fue publicado; quedó en forma de manuscrito y no se encontró hasta el año 1924. Yo tuve ocasión de conocer este manuscrito e incluso, basándome en uno de sus acertijos, determiné el año en que fue compuesto: el de 1869 (que en dicho manuscrito no figura). El problema que proponemos a continuación, planteado por el poeta en forma literaria, está tomado de este libro. Se titula «Solución ingeniosa de un problema difícil».

«Una recupera, que disponía de nueve decenas de huevos para vender, mandó sus tres hijas al mercado y ella confió a la mayor y más lista de ellas una decena, a la segunda, tres decenas, y a la tercera medio ciento. Cuando se iban les dijo:

-Poneos de acuerdo antes sobre el precio a que los vais a vender y no hagáis rebajas; mantened todas el mismo precio; pero yo espero que mi hija mayor, como es más despierta, sabrá sacarle a su decena tanto como la segunda a sus tres, y, además, le enseñará a ésta a sacar por sus tres decenas tanto como la hermana menor por su medio ciento. Dejad que las ganancias y los precios sean iguales para las tres. Sin embargo, yo quisiera que vendierais todos los huevos de forma que redondeando resultaran a no menos de 10 copeikas la decena, y por las nueve decenas, no menos de 90 copeikas».

Aquí interrumpo la narración de Benedíktov, para dar al lector la posibilidad de acertar por su cuenta cómo cumplieron las hijas el encargo de la madre.

SOLUCIONES

1. ¿Cuánto cuestan los limones?

Sabemos que 36 limones cuestan tantos rublos como limones dan por 16 rublos. Pero 36 limones valdrán

$$36 * (\text{el precio de uno})$$

Y por 16 rublos dan

$$16/16 \text{ el precio de uno .}$$

Por lo tanto,

$$36 * (\text{el precio de uno}) = 16 / \text{el precio de uno .}$$

Si el segundo miembro no se dividiera por el precio de uno, el primer miembro resultaría ser mayor en una cantidad dos veces igual al precio de uno, es decir, a 16:

² Vladimir Grigórievich Benedíktov (5.11.1807-14.4.1873). (N. del Tr.)

$$36 * (\text{el precio de uno}) * (\text{el precio de uno}) = 16.$$

Si el primer miembro no se multiplicara por 36, el segundo miembro resultaría disminuido en 36 veces:

$$(\text{el precio de uno}) * (\text{el precio de uno}) = 16/36.$$

Está claro que el precio de un limón es igual a $4/6 = 2/3$ rublos, y el precio de la docena de limones será $2/3 * 12 = 8$ rublos.

2. El impermeable, el sombrero y los chanclos

Si en vez del impermeable, el sombrero y los chanclos sólo hubiera comprado dos pares de chanclos, hubiese tenido que pagar no 140 rublos, sino tantos rublos menos como los chanclos son más baratos que el impermeable y el Bombero, es decir, 120 rublos menos. Por consiguiente, sabemos que dos pares de chanclos valen $140 - 120 = 20$ rublos, de donde un par costará 10 rublos.

Ahora podemos deducir que el impermeable y el sombrero juntos valen $140 - 10 = 130$ rublos. Pero el impermeable cuesta 90 rublos más que el sombrero. Volvemos a razonar como antes: en vez del impermeable y el sombrero, se compran dos sabremos. En este caso habrá que pagar no 130 rublos, sino 90 rublos menos. Por lo tanto, dos sombreros valen $130 - 90 = 40$ rublos, de donde el precio de un sombrero será 20 rublos.

Así, pues, los precios de las prendas compradas son: el de los chanclos 10 rublos, el del sombrero, 20 rublos; y el del impermeable, 110 rublos.

3. Las compras

Llamemos x al número inicial de rublos sueltos e y al número de monedas de 20 copeikas. Entonces, cuando salí de compras llevaba en el portamonedas

$$(100x + 20y) \text{ copeikas.}$$

Cuando volví tenía $(100y + 20x)$ copeikas.

Sabemos que la última suma es tres veces menor que la primera; por lo tanto

$$3(100y + 20x) = 100x + 20y.$$

Simplificando esta expresión, obtenemos:

$$x = 7y.$$

Si $y = 1$, $x = 7$. Partiendo de esta suposición, yo tenía al principio 7 rublos y 20 copeikas; esto no está de acuerdo con la condición del problema («cerca de 15 rublos»).

Hagamos $y = 2$; entonces $x = 14$. En este caso la suma inicial sería igual a 14 rublos y 40 copeikas, lo que concuerda bien con la condición antedicha.

Si se supone $y = 3$, resulta una suma demasiado grande: 21 rublos y 60 copeikas.

Por consiguiente, la única respuesta adecuada es 14 rublos y 40 copeikas. Después de las compras quedaron 2 rublos sueltos y 14 monedas de 20 copeikas, es decir, $200 + 280 = 480$ copeikas; lo que compone, efectivamente, la tercera parte de la suma inicial ($1440 : 3 = 480$).

Se gastaron $1440 - 480 = 960$ copeikas, es decir, el precio de las compras es 9 rublos y 60 copeikas.

4. La compra de frutas

A pesar de la aparente indeterminación, el problema sólo tiene una solución. Es esta:

	Cantidad	Precio
Sandías	1	50 copeikas
Manzanas	39	3 rublos y 90 copeikas
Ciruelas	60	60 copeikas
Total	100	5 rublos y 00 copeikas

5. Encarecimiento y abaratamiento

Es un error considerar que el precio será el mismo en ambos casos. Hagamos los cálculos correspondientes. Después de encarecer, la mercancía costaba el 110%, o sea, el 1,1 del precio inicial. Después de abaratarla, su precio constituía el

$$1,1 * 0,9 = 0,99$$

es decir, el 99% del inicial. Por consiguiente, después de la rebaja, la mercancía resultó un 1 % más barata que antes de la subida del precio.

6. Los barriles

El primer cliente compró un barril de 15 litros y otro de 18. El segundo, uno de 16 litros, otro de 19 y otro de 31.

En efecto,

$$15 + 18 = 33.$$

$$16 + 19 + 31 = 66,$$

es decir, el, segundo cliente compró dos veces más kvas que el primero.

Quedó por vender el barril de 20 litros.

Esta es la única respuesta posible. Otras combinaciones no dan la correlación que se requiere.

7. La venta de huevos

El problema se resuelve partiendo del final. Después de que la segunda clienta adquirió la mitad de los huevos que quedaban más medio huevo, a la campesina sólo le quedó un huevo. Es decir, $11/2$ huevos constituyen la segunda mitad de lo que quedó después de la primera venta. Está claro que el resto completo eran tres huevos. Añadiendo $1/2$ huevo, obtenemos la mitad de los que tenía la campesina al principio. Así, pues, el número de huevos que trajo al mercado era siete.

Hagamos la comprobación:

$$7:2 = 3 \frac{1}{2}; 3 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 4; 7 - 4 = 3$$

$$3:2 = 1 \frac{1}{2}; 1 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2; 3 - 2 = 1,$$

lo que está en pleno acuerdo con la condición del problema.

8. El problema de Benedíktov

Reproducimos la terminación de la narración, que interrumpimos, de Benedíktov.

«El problema era difícil. Las hijas, mientras iban al mercado, empezaron a cambiar impresiones, pero la segunda y tercera recurrían al talento y consejo de la mayor. Esta, después de pensar, dijo:

-Hermanas, vamos a vender los huevos no por decenas, como es costumbre hasta ahora, sino por septenas: siete huevos son una septena. A cada septena le ponemos un precio que

mantendremos firmemente, como ha dicho la madre. Al precio fijado no se le rebaja ni una copeika, ¿entendido? Por la primera septena pediremos un altín³, ¿de acuerdo?

-Demasiado barato -dijo la segunda.

-Pero en cambio -replicó la mayor-, elevaremos el precio en los huevos que nos queden en los cestos después de vender las septenas completas. Yo ya he visto que en el mercado, además de nosotras, nadie vende huevos. No hay quien compita con nosotras. Cuando hay demanda y las mercancías se acaban, el precio de las que quedan sube. Por eso, nosotras nos resarciremos en los huevos que queden.

-¿Y a cuánto vamos a vender los restantes? -preguntó la más joven.

-A 3 altines cada huevo. Si quieren, bien, y si no, nada. A quien le hagan mucha falta, los pagará.

-Eso es caro -advirtió otra vez la de en medio.

-¿Y qué? -prosiguió la mayor-, ¿no vendemos acaso, baratos los primeros huevos por septenas? Lo uno compensa lo otro.

Quedaron de acuerdo.

Llegaron al mercado. Cada una de las hermanas se sentó en su sitio, separada de las otras, y se puso a vender. El público, atraído por la baratura, se agolpó junto a la hermana menor, que tenía medio ciento de huevos, y le compró todos. A cada uno de los siete primeros clientes le vendió una septena, cobró 7 altines y le quedó en el cesto un huevo. La segunda hermana que tenía tres decenas, las vendió a cuatro compradoras, una septena a cada una, y le quedaron dos huevos en el cesto: cobró 4 altines. A la hermana mayor le compraron una septena, por 1 altín, y le quedaron tres huevos.

De improviso se presentó una cocinera, a quien su señora mandó para que comprara no menos de una decena de huevos, al precio que fuera. Acababan de llegar, para pasar un poco de tiempo con su madre, los hijos de la señora, que se pirraban por los huevos fritos. La cocinera corrió de una parte a otra por el mercado. Ya habían vendido todos los huevos. Solamente a tres recoveras les quedaban seis huevos en total: uno a una, dos a otra, y tres a la tercera.

La cocinera, como es natural, se acerca primero a la que tenía tres huevos (que era la hermana mayor, que había vendido su única septena por un altín) y le pregunta:

-¿Cuánto quieres por los tres huevos?

Y ella le responde:

-3 altines por cada uno.

-¡Qué dices!, ¿te has vuelto loca? -exclama la cocinera.

-Como quiera -le replica la otra-, más baratos no los doy. Son los últimos.

La cocinera se dirige a la que tenía dos huevos en el cesto.

-¿A cómo los vende?

-A 3 altines cada uno. Ese es el precio establecido. Se han vendido todos.

-Y este huevo, ¿cuánto vale? -le pregunta la cocinera a la hermana menor.

Y ésta le contesta:

-3 altines.

¿Qué hacer? Tuvo que comprar los huevos a aquel precio exorbitante.

-Vengan acá todos los huevos que quedan.

Y la cocinera dio a la hermana mayor 9 altines por sus tres huevos, que con el altín que ya tenía formaron 10; a la segunda le pagó 6 altines por el par de huevos, que con los 4 que había cobrado antes por las cuatro septenas sumaron también 10 altines. La hermana menor recibió de la cocinera 3 altines por su único huevo, y juntándolos a los 7 que antes le reportó la venta de las 7 septenas, vio que, lo mismo que sus hermanas, tenía 10 altines. Luego las hermanas regresaron a su casa, cada una le dio a la madre 10 altines y le contaron cómo habían vendido los huevos y cómo, manteniendo una condición común con respecto al precio, habían logrado cobrar lo mismo por una decena que por medio ciento.

³ Moneda, ya en desuso, que valía 3 copeikas

La madre quedó muy satisfecha de que sus hijas hubieran cumplido su encargo al pie de la letra y de la ingeniosidad de la mayor, que les había aconsejado lo que tenían que hacer para cumplirlo; y aún fue mayor su alegría por el hecho de que el dinero recaudado por sus tres hijas -30 altines, 0 90 copeikas- fuera el que ella quería».

* * *

Al lector quizá le interese conocer en qué consiste el manuscrito no publicado de V. Benedíktov, del que hemos copiado el problema anterior. La obra de Benedíktov carece de título, pero de su carácter y destino se habla con detenimiento en el prólogo del libro. «El cálculo aritmético puede aplicarse a diversos pasatiempos, juegos, bromas, etc. Muchos de los llamados trucos (subrayado en el original. -Ya. P.) se basan en cálculos numéricos, realizados a veces por medio de naipes, en los que se toma en consideración el número de los propios naipes o el número de puntos que se adjudican a unos u otros o ambas cosas a la vez. Algunos problemas, en cuya resolución deben figurar los números más enormes, representan hechos curiosos y dan una idea de estos números que superan todo lo imaginable. Nosotros los incluimos en esta parte adicional de la aritmética. Algunos problemas requieren para su resolución una inteligencia extraordinariamente despierta y pueden resolverse aunque a primera vista parezcan completamente absurdos y contradictorios del sentido común, por ejemplo, el que insertamos aquí bajo el título: Venta ingeniosa de huevos». La parte práctica, aplicada, de la aritmética requiere a veces no sólo saber las reglas teóricas que se exponen en la aritmética pura, sino también agudeza, que se adquiere por medio del desarrollo mental que reporta el conocimiento de las diversas facetas de las cosas serias y de simples entretenimientos, que por esto hemos creído conveniente que tengan aquí su puesto».

El libro de Benedíktov está dividido en 20 capítulos cortos, no numerados, pero sí titulados cada uno. Los primeros capítulos llevan los títulos siguientes: «Los llamados cuadrados mágicos», «Adivinación de un número pensado desde 1 hasta 30», «Adivinación de sumas distribuidas en secreto», «La cifra pensada en secreto, se descubre por sí sola», «Conocimiento de una cifra tachada», etc. Sigue a continuación una serie de trucos con naipes, de carácter aritmético. Después de ellos va un capítulo curioso: «El caudillo hechicero y el ejército aritmético», donde la multiplicación con los dedos se presenta en forma de anécdota; luego se encuentra el problema que reproducimos antes, acerca de la venta de huevos. El penúltimo capítulo -«La falta de granos de trigo para llenar las 64 casillas del tablero de ajedrez»- cuenta la conocida leyenda antigua sobre la invención del juego del ajedrez.

Finalmente, el capítulo 20, «El número enorme de los habitantes que han vivido en la Tierra», contiene un intento interesante de calcular el número total de la población de la Tierra desde que existe la humanidad (un análisis detallado del cálculo de Benedíktov fue hecho por mí en el libro «Álgebra recreativa»).