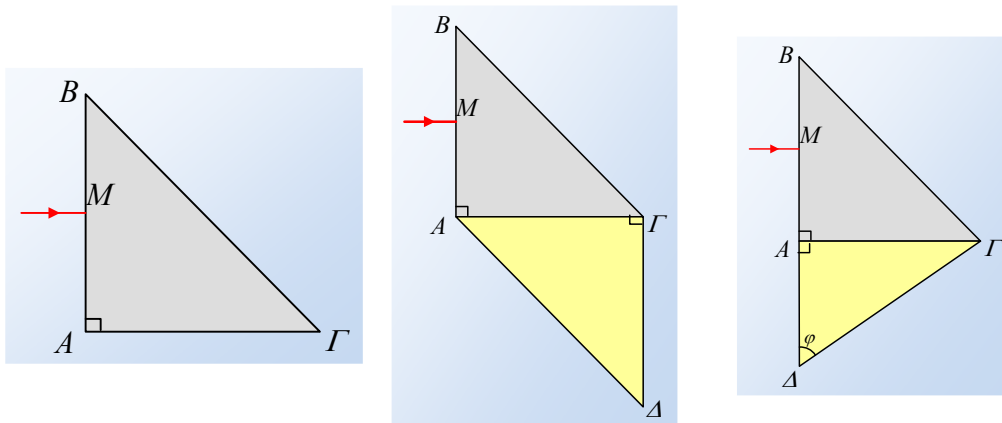


Ένας συνδυασμός πρισμάτων και διάθλαση.

Η τομή ενός πρίσματος είναι ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με κάθετες πλευρές 4cm. Μια μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος στο κενό $\lambda_0=640\text{nm}$ προσπίπτει κάθετα στο μέσον της πλευράς AB , όπως στο πρώτο σχήμα. Αν ο δείκτης διάθλασης του πρίσματος για την ακτινοβολία αυτή είναι $n=1,6$:

i) Πόσα μήκη κύματος βρίσκονται κάθε στιγμή στο εσωτερικό του πρίσματος;



ii) Τοποθετούμε ένα όμοιου σχήματος δεύτερο πρίσμα, με δείκτη διάθλαση $n_1=1,5$ όπως στο μεσαίο σχήμα. Να χαράξετε την πορεία της ακτίνας, μέχρι την έξοδό της στον αέρα.

iii) Αν το δεύτερο πρίσμα είχε τομή ορθογωνίου τριγώνου με γωνία $\Delta=\varphi=60^\circ$, (δεξιό σχήμα) να χαράξετε ξανά την πορεία της ακτίνας μέχρι την έξοδό της στον αέρα.

Απάντηση:

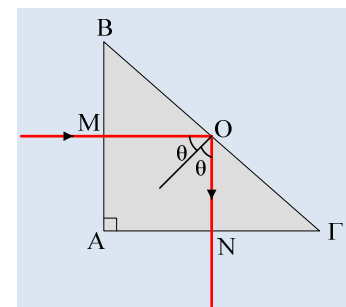
i) Η ακτίνα θα κινηθεί ευθύγραμμα μέχρι να πέσει στο σημείο O της πλευράς $B\Gamma$ (αφού ξεκινά από το μέσον της AB και είναι παράλληλη προς την πλευρά AG , το σημείο O είναι το μέσον της $B\Gamma$). Η γωνία πρόσπτωσης θ είναι ίση με 45° αφού η γωνία MOB είναι ίση με 45° σαν συμπληρωματική της B και $\theta+MOB=90^\circ$.

Βρίσκουμε την κρίσιμη γωνία θ_{crit} : $n \cdot \eta\mu\theta_{\text{crit}}=1 \rightarrow$

$$\eta\mu\theta_{\text{crit}}=\frac{1}{n}=\frac{1}{1,6}=\frac{5}{8}=0,625$$

$$\text{ενώ } \eta\mu\theta=\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,71$$

παρατηρούμε ότι $\eta\mu\theta > \eta\mu\theta_{\text{crit}}$, συνεπώς η ακτίνα θα υποστεί ολική ανάκλαση και θα εξέλθει από το μέσον της AG κάθετα προς αυτήν. Η διαδρομή δηλαδή στο εσωτερικό του πρίσματος έχει μήκος $s=(MO)+(ON)=2\text{cm}+2\text{cm}=4\text{cm}$.



Για τον δείκτη διάθλασης ισχύει:

$$n = \frac{\lambda_0}{\lambda} \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{640nm}{1,6} = 400nm$$

Οπότε κάθε στιγμή στο εσωτερικό του πρίσματος έχουμε:

$$N = \frac{s}{\lambda} = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{400 \cdot 10^{-9}} = 10^5 \text{ μήκη κύματος.}$$

- ii) Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε την ακτίνα μετά την ολική της ανάκλαση να προσπίπτει κάθετα στην πλευρά ΑΓ, στο μέσον της, οπότε χωρίς να αλλάξει πορεία προσπίπτει στο μέσον Κ της πλευράς ΑΔ, υπό γωνία $\omega = 45^\circ$ (για τους ίδιους όπως παραπάνω λόγους).

Βρίσκουμε ξανά την οριακή γωνία για την ολική ανάκλαση στο σημείο Κ και έχουμε:

$$n_1 \cdot \eta\mu\theta_{\text{crit1}} = n_{\text{αερ}} \cdot \eta\mu 90^\circ \rightarrow \eta\mu\theta_{\text{crit1}} = \frac{1}{n_1} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

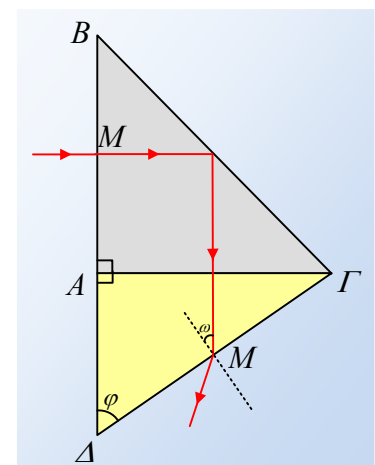
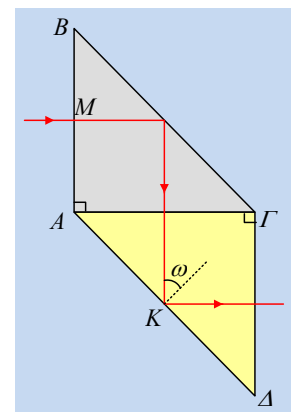
Παρατηρούμε λοιπόν ότι η κρίσιμη γωνία είναι μικρότερη από την γωνία πρόσπτωσης των 45° (στο πρώτο τεταρτημόριο η συνάρτηση του ημιτόνου είναι γνησίως αύξουσα, πράγμα που σημαίνει ότι μεγαλύτερη γωνία, μεγαλύτερο ημίτονο) και η ακτίνα θα υποστεί ξανά ολική ανάκλαση και θα φύγει υπό γωνία ξανά 45° , παράλληλα προς την πλευρά ΑΓ.

Αλλά τότε θα πέσει κάθετα στην ΓΔ και θα διαθλαστεί στον αέρα, χωρίς αλλαγή στην διεύθυνση διάδοσης.

Βλέπουμε δηλαδή ότι τελικά η ακτίνα θα κινηθεί σε διεύθυνση παράλληλη προς την αρχική, έχοντας υποστεί μόνο μια παράλληλη μετατόπιση, σε σχέση με την αρχική διεύθυνση διάδοσής της.

- iii) Και πάλι βλέπουμε την ακτίνα να ανακλάται στο πρώτο πρίσμα και ακολουθώντας την ίδια πορεία, όπως και πριν, να προσπίπτει στο μέσον Μ της πλευράς ΓΔ, υπό γωνία ω . Η γωνία πρόσπτωσης ω έχει τις πλευρές κάθετες με τη γωνία ΑΓΔ του πρίσματος, αφού είναι οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές, συνεπώς $\omega = 30^\circ$. Αλλά προηγούμενα βρήκαμε ότι:

$$\eta\mu\theta_{\text{crit1}} = \frac{1}{n_1} = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3} \approx 0,67$$



ενώ

$$\eta\mu\omega = \frac{1}{2} = 0,5$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι η γωνία πρόσπτωσης είναι μικρότερη της κρίσιμης γωνίας και η ακτίνα θα διαθλαστεί περνώντας στον αέρα στο σημείο Μ.

dmargaris@gmail.com