# PROBLEMAS RESUELTOS DE ANUALIDADES ANTICIPADAS

**1.** En las mismas condiciones, ¿qué tipo de anualidades produce un monto mayor: una vencida o una anticipada? ¿Por qué?

SOLUCION

Las anualidades anticipadas producen un monto mayor en virtud de que los depósitos son desde el principio del primer periodo, lo cual produce más intereses que las anualidades vencidas, en las cuales el primer depósito se presenta hasta que vence el primer periodo.

**2.** En las mismas condiciones, ¿qué tipo de anualidades genera un valor actual mayor: una vencida o una anticipada? ¿Por qué?

SOLUCION

Las anualidades anticipadas generan un mayor valor actual que las vencidas, porque el primer depósito es inmediato y producen intereses más pronto que las vencidas.

**3.** ¿Cuál es la renta semestral adelantada equivalente a una renta mensual adelantada de \$660, si el interés es de 22.52% anual convertible mensualmente?

SOLUCION

Es una anualidad anticipada de 6 meses con renta mensual de \$660 y tasa del 22.52% convertible mensualmente. Se desea calcular el valor actual:

DATOS

C = ? (el valor actual es lo que se quiere calcular)

R = 660 (renta mensual adelantada)

Plazo = 6 meses (semestral = 1 semestre = 6 meses)

n = 6 meses

j = 22.52% (tasa nominal anual)

m = 12 (frecuencia de conversión 12 meses por año)

i = j/m = 0.2252/12

$$C = R\left[1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right]$$

$$C = 660\left[1 + \frac{1-\left(1+\frac{0.2252}{12}\right)^{-6+1}}{\frac{0.2252}{12}}\right] = 660\left[1 + \frac{1-(1.018766667)^{-5}}{0.018766667}\right]$$

$$C = 660\left[1 + \frac{1-0.911226552}{0.018766667}\right] = 660[1 + 4.730378985]$$

$$C = \$3782.05$$

**El valor actual de esta anualidad anticipada es $3 782.05**

**4.** Cada 2 meses, el día 25, se depositan $1 000 en un fondo de inversión que paga 4% convertible bimestralmente. ¿Cuánto se habrá acumulado en el fondo un instante antes de realizar el vigésimo cuarto depósito?

SOLUCION

Se considera una anualidad anticipada de 23 depósitos bimestrales de $1 000 cada uno. Se desea calcular la cantidad que se puede acumular en 23 bimestres, es decir, el monto.

DATOS

R = $1 000 (cantidad depositada cada bimestre, o renta bimestral)

j = 4%   (tasa nominal anual)

m = 6   (frecuencia de conversión 6 bimestres por año)

Plazo = 23 bimestres

n = 23 bimestres

M = ?   (cantidad que se puede acumular)

$$M = R\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right]$$

$$M = 1000\left[\frac{\left(1+\frac{0.04}{6}\right)^{23+1}-1}{\frac{0.04}{6}}\right] = 1000\left[\frac{1.172887932-1}{0.00666667}\right]$$

$$M = 1000[25.93318977] = 25933.18977$$

**La cantidad o monto acumulado es de $25 933.19**

**5.** Un arquitecto desea ahorrar $4 000 mensuales durante 5 años. Si sus ahorros ganan 5.4% convertible mensualmente, ¿cuánto habrá acumulado al mes siguiente del último depósito?

**SOLUCION**

Se considera una anualidad anticipada de 60 pagos mensuales de $4 000 cada uno. La cantidad acumulada es el monto o valor futuro.

DATOS

R = $4 000   (importe de cada depósito mensual que se desea ahorrar)

Plazo = 5 años   (tiempo que se desea ahorrar)

j = 5.4%   (tasa nominal anual)

m = 12   (frecuencia de conversión 12 meses por año)

n = 5 años * 12 meses por año = 60 meses   (número de depósitos a realizar)

M = ?   (cantidad acumulada en los 5 años)

SOLUCION

$$i = \frac{j}{m} = \frac{5.4\%}{12} = 0.45\% = 0.0045$$

$$M = R\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right]$$

$$M = 4000\left[\frac{(1+0.0045)^{60+1} - 1}{0.0045} - 1\right] = 4000\left[\frac{1.315062538 - 1}{0.0045} - 1\right]$$

$$M = 4000[70.01389725 - 1] = 4000[69.01389725]$$

$$M = 276055.589$$

**La cantidad acumulada es $276 055.59**

**6.** Una empresa debe cubrir el 23 de octubre un pagaré que emitió. Para cumplir con su obligación, se depositaron $8 716.52 los días 23 de los meses de enero a septiembre en una cuenta que paga 0.6% mensual de interés. Si con lo acumulado en la cuenta se liquidó el pagaré, ¿cuál era el valor de éste en su fecha de vencimiento?

SOLUCION

Si se considera la fecha del primer pago el 23 de enero, desde esa fecha se tiene una anualidad anticipada de 9 pagos iguales de $8,716.52 El valor del pagaré en la fecha de vencimiento es el monto.

DATOS

R = $8 716.52   (valor de cada depósito mensual)

i = 0.6% mensual = 0.006 mensual   (tasa de interés por periodo)

n = 9 depósitos mensuales   (número de periodos de la anualidad)

M = ?   (valor del pagaré (cantidad futura) en la fecha de vencimiento)

$i = 0.006$

$$M = R\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}-1\right]$$

$$M = 8716.52\left[\frac{(1+0.006)^{9+1}-1}{0.006}-1\right] = 8716.52\left[\frac{1.061646194-1}{0.006}-1\right]$$

$$M = 8716.52[10.27436569-1] = 8716.52[9.274365688]$$

$$\mathbf{M = 80\,840.19 \quad (valor\ del\ pagaré\ en\ la\ fecha\ de\ vencimiento)}$$

**7.** Para adquirir un automóvil a crédito se deben pagar 48 abonos mensuales de $4 900 comenzando en el momento de la entrega del vehículo. Si los intereses que se cobran son a razón de 15% convertible cada mes, ¿cuál es el valor al contado de los pagos?

**DATOS**

n = 48 (número de abonos mensuales)

R = $4 900 (valor de cada uno de los abonos mensuales, o renta)

j = 15% (tasa nominal anual)

m = 12 (frecuencia de conversión 12 meses por año)

C = ? (valor de contado de los pagos o valor presente)

Como los pagos son a partir del momento de la entrega del vehículo se trata de una anualidad anticipada.

SOLUCION

$$C = R\left[1+\frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right]$$

$$C = 4900\left[1+\frac{1-\left(1+\frac{0.15}{12}\right)^{-48+1}}{\frac{0.15}{12}}\right] = 4900\left[1+\frac{1-(1.0125)^{-47}}{0.0125}\right]$$

$$C = 4900\left[1+\frac{1-0.557742194}{0.0125}\right] = 4900[1+35.38062442]$$

$$C = \$178265.0597$$

**El valor de contado de los pagos es $178 265.06**

**8.** ¿Qué conviene más para quien cobra:

***a)*** recibir 14 pagos mensuales vencidos de $1 026.44, o

***b)*** recibir 14 pagos mensuales anticipados de $1 000 si el interés es de 1.5%

mensual?

SOLUCION

Para quien cobra, la decisión debe basarse en la alternativa que le proporcione mayor cantidad, en valores equivalentes calculados en una misma fecha. En ambos casos se debe calcular el valor actual de cada sistema de pagos, en el inciso a) se trata de una anualidad ordinaria, y en el inciso b) se trata de una anualidad anticipada.

a) DATOS

Anualidad ordinaria

n = 14 (número de pagos totales)

R = $1 026.44 (valor de cada pago mensual)

i = 1.5% mensual = 0.015

C = ? (valor actual de esta anualidad ordinaria)

$$C = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$C = 1026.44\left[\frac{1-(1+0.015)^{-14}}{0.015}\right] = 1026.44\left[\frac{1-0.811849277}{0.015}\right]$$

$$C = 1026.44[12.5433815] = 12875.02851$$

**Valor actual de la anualidad ordinaria $12 875.03**

b) DATOS

Anualidad anticipada

n = 14 (número de pagos totales)

R = $1 000 (valor de cada pago mensual)

i = 1.5% mensual = 0.015

C = ? (valor actual de esta anualidad anticipada)

$$C = R\left[1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right]$$

$$C = 1000\left[1 + \frac{1-(1+0.015)^{-14+1}}{0.015}\right] = 1000\left[1 + \frac{1-0.824027016}{0.015}\right]$$

$$C = 1000[1 + 11.73153222] = 12731.53222$$

**Valor actual de la anualidad anticipada $12 731.53**

**Conviene más el inciso a) porque ofrece mayor cantidad a valor actual equivalente.**

**9.** Un profesional joven desea reunir $300 000 en 5 años para dedicarse a viajar un tiempo. Si puede depositar cierta cantidad a 13.2% capitalizable al mes, y bajo el supuesto de que en todo ese tiempo no cambia la tasa de interés, ¿cuánto deberá depositar cada mes con el objeto de reunir la cantidad que desea exactamente antes de realizar el último depósito?

**DATOS**

M = $300 000 (es la cantidad que se desea reunir a futuro)

Plazo = 5 años

j = 13.2% (tasa nominal anual)

m = 12 (frecuencia de conversión 12 meses por año)

n = 59 meses (número de depósitos)

anualidad anticipada

R = ?

SOLUCION

De la fórmula del monto de la anualidad anticipada se despeja la renta o depósito mensual

$$i = \frac{j}{m} = \frac{13.2\%}{12} = 1.1\% = 0.011$$

$$M = R\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1\right]$$

$$300000 = R\left[\frac{(1+0.011)^{59+1} - 1}{0.011} - 1\right] = R\left[\frac{0.927832668}{0.011} - 1\right] = R[83.34842442]$$

$$\frac{300000}{83.34842442} = R$$

**R = \$3 599.35 (cantidad que se debe depositar cada mes)**

**10.** ¿Qué renta anual anticipada es equivalente a una renta mensual anticipada de \$680, a una tasa de 25% convertible mensualmente?

**DATOS**

Se pide calcular el valor actual de una anualidad anticipada con 12 pagos mensuales de \$680 cada uno.

C = ?

Plazo = 1 año

R = \$680 (importe de la renta mensual)

j = 25% (tasa nominal anual)

m = 12 (frecuencia de conversión 12 meses por año)

n = 12 (1 año x 12 meses por año)

**SOLUCION**

$$C = R\left[1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right]$$

$$C = 680\left[1 + \frac{1-\left(1+\frac{0.25}{12}\right)^{-12+1}}{\frac{0.25}{12}}\right] = 680\left[1 + \frac{1-0.79707049}{0.020833333}\right]$$

$$C = 680[1 + 9.740616636] = 7303.619312$$

**La renta anual anticipada es de \$7 303.62**