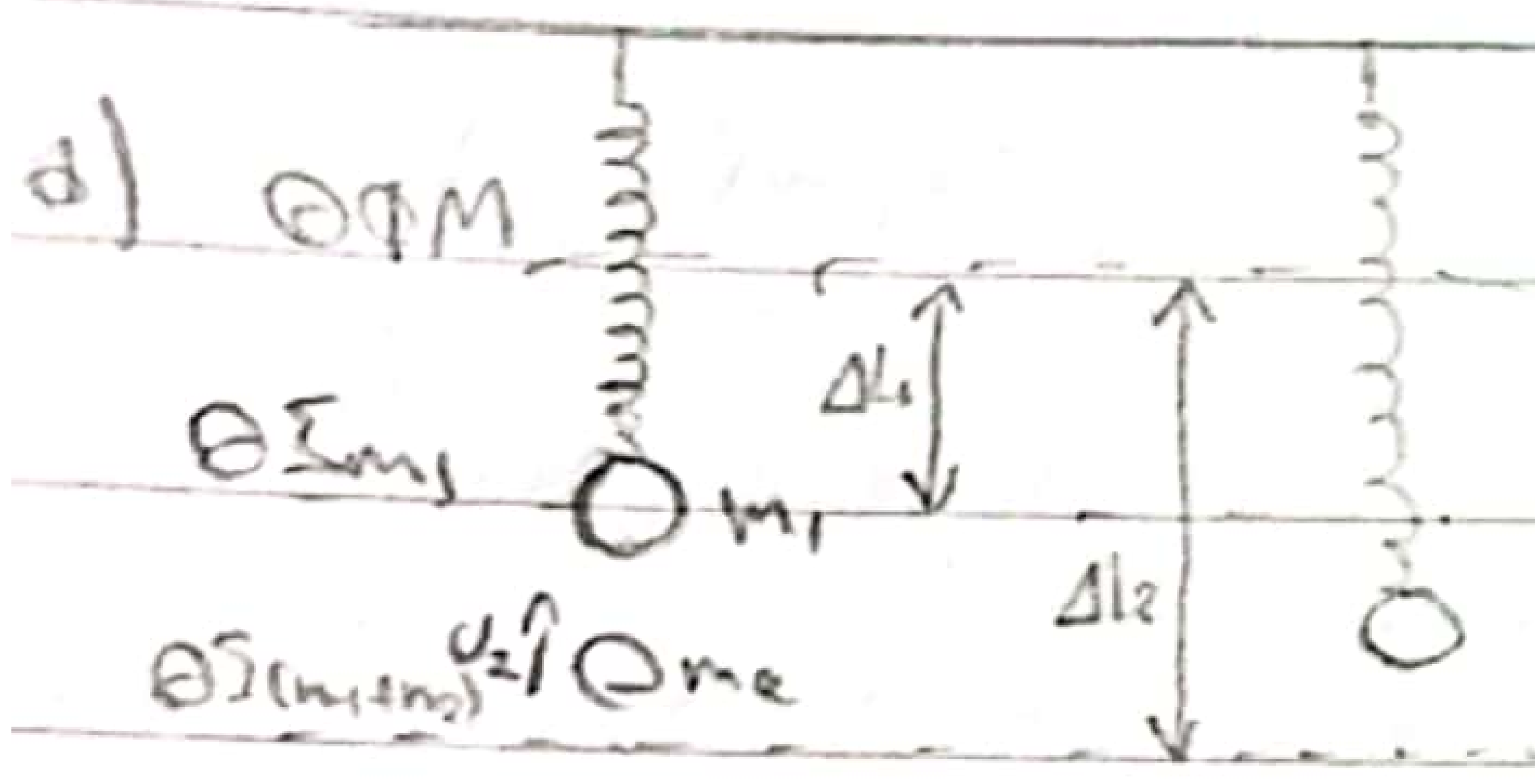
δ)




Αρχική ($\Theta I_1$): $\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda_1} = W_1 \Leftrightarrow k \cdot \Delta l_1 = m_1 \cdot g \Leftrightarrow$

$$\Delta l_1 = \frac{m_1 \cdot g}{k} = \frac{3 \cdot 10}{100} \Rightarrow \Delta l_1 = 0,3\,m.$$

Μετά ($\Theta I_{1,2}$): $\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda_2} = W_{1,2} \Leftrightarrow k \cdot \Delta l_2 = (m_2 + m_1) \cdot g \Leftrightarrow$

$$\Delta l_2 = \frac{(m_1+m_2) g}{100} = \frac{(3+1) \cdot 10}{100} \Rightarrow \Delta l_2 = 0,4\,m$$

Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε απόσταση $x_1 = \Delta l_2 - \Delta l_1$ από τη θέση ισορροπίας. $x_1 = \Delta l_2 - \Delta l_1 = 0,4 - 0,3 = 0,1\,m$.

Εφαρμόζοντας ΑΔΕ για την ταλάντωση του συσσωματώματος, προκύπτει:

$$E_T = K + U_T \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot (m_1+m_2) \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_1^2 \Leftrightarrow 100 \cdot 0,04 = 4 \cdot \upsilon_1^2 + 100 \cdot 0,01 \Leftrightarrow$$

$$4 = 4 \cdot \upsilon_1^2 + 1 \Leftrightarrow \upsilon_1^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \upsilon_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}\ m/s$$

Εφαρμόζοντας ΑΔΟ για το σύστημα $m_1 - m_2$ κατά την κρούση, έχουμε:

$$p_{\alpha\rho\chi} = p_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow m_2 \cdot \upsilon_0 = (m_1+m_2) \cdot \upsilon_1 \Leftrightarrow 1 \cdot \upsilon_0 = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \upsilon_0 = 2\sqrt{3}\ m/s$$

$\Sigma F \cdot u = (m_1+m_2)\cdot a \cdot u = 4 a u$

$D - k = (m_1+m_2)\cdot \omega^2 \Rightarrow 100 = 4\cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = 5 \ rad/s$

$x = A\, \eta\mu(\omega t + \phi_0) \xrightarrow[t=0]{x=x_1} x_1 = A\cdot \eta\mu(\phi_0)$ και $0{,}1 = 0{,}2\cdot \eta\mu(\phi_0) \Rightarrow \eta\mu(\phi_0) = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow$

$\phi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}$ ή $\phi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \xRightarrow{\kappa=0}$

$\phi_0 = \frac{\pi}{6}$ ή $\phi_0 = \frac{5\pi}{6}$. Όμως το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει ταχύτητα με φορά προς τα πάνω. Άρα $\phi_0 = \frac{\pi}{6}$ rad.

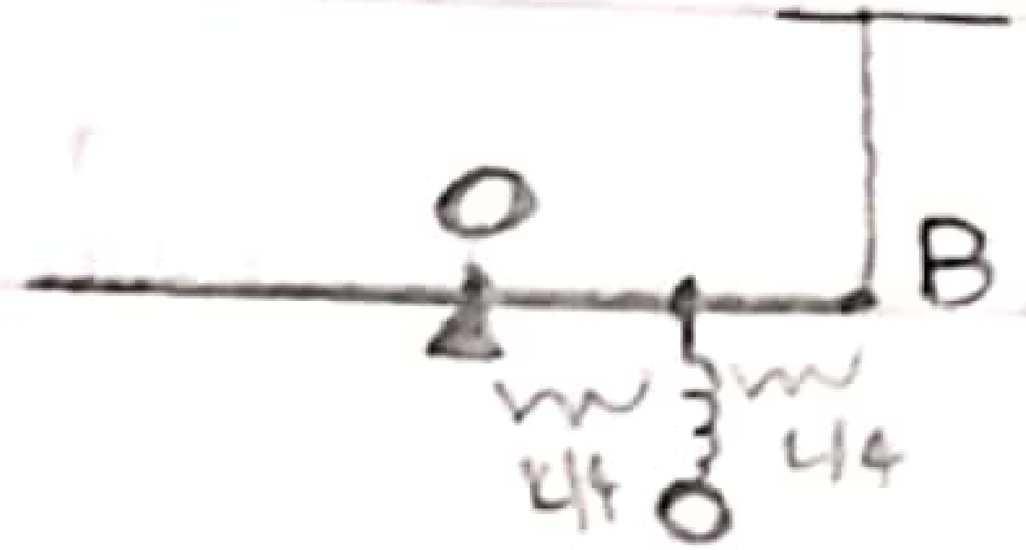
$u_{max} = \omega \cdot A = 5\cdot 0{,}2 \Rightarrow u_{max} = 1 \ m/s$

$a_{max} = \omega^2 \cdot A = 25\cdot 0{,}2 \Rightarrow a_{max} = 5 \ m/s^2$

$a = -a_{max}\cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow a = -5\cdot \eta\mu(5t + \frac{\pi}{6})$ (S.I.)

$u = u_{max}\cdot \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi_0) \Rightarrow u = 1\, \sigma\upsilon\nu(5t + \frac{\pi}{6})$ (S.I.)

$\frac{dK}{dt} = 4 a u = 4\cdot(-5\, \eta\mu(5t+\frac{\pi}{6}))\cdot(\sigma\upsilon\nu(5t+\frac{\pi}{6})) \Rightarrow \frac{dK}{dt} = -20\, \eta\mu(5t+\frac{\pi}{6})\cdot \sigma\upsilon\nu(5t+\frac{\pi}{6})$ (S.I.)

γ) 


Για τη ράβδο: $\Sigma \vec{\tau} = 0 \Rightarrow \tau_{T_v} = \tau_{F_{\varepsilon\lambda}} \Rightarrow \frac{L}{2} \cdot T_v = \frac{L}{4} \cdot F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow$

$$T_v = \frac{k \cdot \Delta L}{2} = 50 \cdot \Delta L.$$

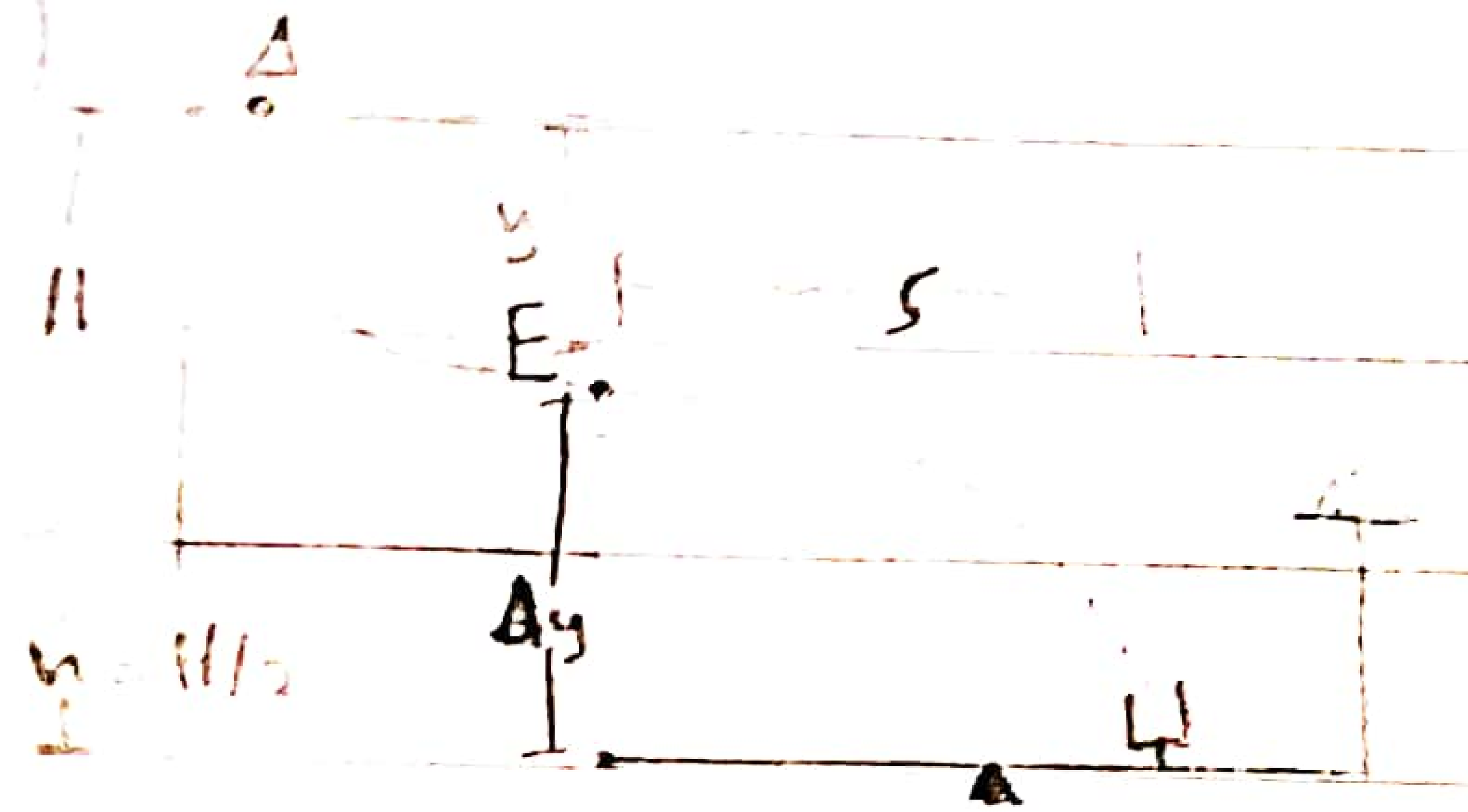
Η $F_{\varepsilon\lambda\, max}$ επιτυγχάνεται για το μέγιστο $\Delta L$, το οποίο θα επιτυγχάνεται σε μία από τις δύο θέσεις της ΑΑΤ

Πάνω ακραία: $\Delta L = |\Delta L_2 - A = 0,4 - 0,2 = 0,2\,m$

Κάτω ακραία: $\Delta L = \Delta L_2 + A = 0,4 + 0,2 = 0,6\,m$

$\Delta L_{max} = 0,6\,m.$

Άρα $T_v^{\text{ορ}} = 50 \cdot \Delta L_{max} = 50 \cdot 0,6 \Rightarrow T_v^{\text{ορ}} = 30\,N$




Εφαρμόζοντας Bernoulli για ... σημεία ΔΕ έχουμε:

$$P_\Delta + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot \upsilon_\Delta^2 + \rho g(H+h) = P_E + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot \upsilon_E^2 + \rho g(H+h-y) \Leftrightarrow$$

$$P_{atm} + 0 + \rho g\frac{3H}{2} = P_{atm} + \frac{1}{2}\cdot\rho\cdot \upsilon_E^2 + \rho g\frac{3H}{2} - \rho g y \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot\rho\cdot \upsilon_E^2 = \rho g y \Leftrightarrow \upsilon_E^2 = 2gy \Leftrightarrow \upsilon_E = \sqrt{2gy} \text{ m/s}$$

Μια στοιχειώδης φλέβα του ρευστού εκτελεί οριζόντια βολή μόλις εξέλθει από την τρύπα.

$$\Delta x = \upsilon_E\cdot\Delta t \quad , \quad \Delta y = \frac{1}{2}\cdot g\cdot\Delta t^2 .$$

Η φλέβα θα διανύσει ύψος $\Delta y = H + h - y = \frac{3H}{2} - y$ μέχρι να φτάσει στη ράβδο.

$$\Delta y = \frac{1}{2}\cdot g\cdot \Delta t^2 \Leftrightarrow \frac{3H}{2} - y = \frac{1}{2}\cdot g\cdot\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t^2 = \frac{3H-2y}{g} \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{3H-2y}{g}} \text{ s.}$$

$$\Delta x = \upsilon_E\cdot\Delta t = \sqrt{2gy}\cdot\sqrt{\frac{3H-2y}{g}} = \sqrt{6Hy - 4y^2} \Rightarrow \Delta x^2 = -4y^2 + 6Hy.$$

Από μελέτη τριωνύμου, έχουμε ότι το $\Delta x^2 \Rightarrow \Delta x$ μεγιστοποιείται στο σημείο με συντεταγμένες $(y, \Delta x^2) = \left(\frac{-\beta}{2\alpha}, \frac{-\Delta}{4\alpha}\right)$

$$-\frac{\beta}{2\alpha} = -\frac{6H}{-8} = \frac{3}{4}\cdot H = \frac{3}{4}\cdot\frac{4}{15} = \frac{1}{5}$$

$$-\frac{\Delta}{4\alpha} = -\frac{\beta^2 - 4\alpha\gamma}{-4\cdot 4} = \frac{36H^2 - 0}{16} = \frac{36}{16}\cdot\frac{16}{225} = \frac{4}{25}$$

Άρα $y = 0{,}2$ m και $s^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow s = \frac{2}{5} \Rightarrow s = 0{,}4$ m ε) Το νήμα θα κοπεί ελάχιστα μετά από τη στιγμή που θα γίνει $T_v = T_v^{θρ} = 30N$. Την ίδια στιγμή το συγκεντρωμένο νερό θα έχει βάρος $W_v = m_v \cdot g$.

$L = 2H = 2\cdot\frac{4}{15} \Rightarrow L = \frac{8}{15}\,m$.

Επίσης $\frac{L}{2} < s$, το ποτηράκι είναι δεξιά του στηρίγματος, σε απόσταση $d = s - \frac{L}{2} \Rightarrow$

$d = 0,4 - \frac{4}{15} = \frac{4}{10} - \frac{4}{15} = \frac{12-8}{30} = \frac{6}{30} = \frac{2}{15}\,m$

Για τη ράβδο: $\Sigma\tau = 0 \Leftrightarrow \tau_{W_v} = \tau_{T_v} \Leftrightarrow d\cdot W_v = \frac{L}{2}\cdot T_v^{θρ} \Leftrightarrow \frac{2}{15}\cdot m_v g = \frac{4}{15}\cdot 30 \Leftrightarrow$

$m_v \cdot 10 = 60 \Leftrightarrow m_v = 6\,kg$

Για την τρύπα: $\left.\begin{array}{l} \Pi = \frac{\Delta V}{\Delta t} \\ \Pi = \upsilon_E \cdot E \end{array}\right\} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \upsilon_E \cdot E \overset{\rho=\frac{m}{V}}{\Leftrightarrow} \frac{\Delta \frac{m}{\rho}}{\Delta t} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 0,2}\cdot 0,0001 \Leftrightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho\cdot 2\cdot 10^{-4} \Leftrightarrow$

$\frac{\Delta m}{\Delta t} = 3\cdot 10^{3}\cdot 2\cdot 10^{-4} \Leftrightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = 6\cdot 10^{-1} \xRightarrow{\Delta m = m_v} \frac{m_v}{\Delta t_1} = 6\cdot 10^{-1} \Leftrightarrow \frac{6}{\Delta t_1} = 6\cdot 10^{-1} \Leftrightarrow \Delta t_1 = 10\,s$

Όμως, από τη στιγμή που ανοίγουμε την τρύπα, υπάρχει ένα χρονικό διάστημα μέχρι το ρευστό να φτάσει στο ποτήρι και θα είναι ο χρόνος ελεύθερης πτώσης:

$\Delta y = \frac{1}{2}\cdot g\cdot \Delta t_2^2 \Leftrightarrow \frac{3H}{2} - y = \frac{1}{2}\cdot g\cdot \Delta t_2^2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot\frac{4}{15} - 0,2 = 5\cdot\Delta t_2^2 \Leftrightarrow \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = 5\cdot\Delta t^2 \Leftrightarrow \Delta t_2^2 = \frac{1}{5^2} \Rightarrow$

$\Delta t_2 = \frac{2}{5} = 0,2\,s.$

Άρα ο συνολικός χρόνος είναι $\Delta t_{ολ} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 100 + 0,2 \Rightarrow \Delta t_{ολ} = 10,2\,s$