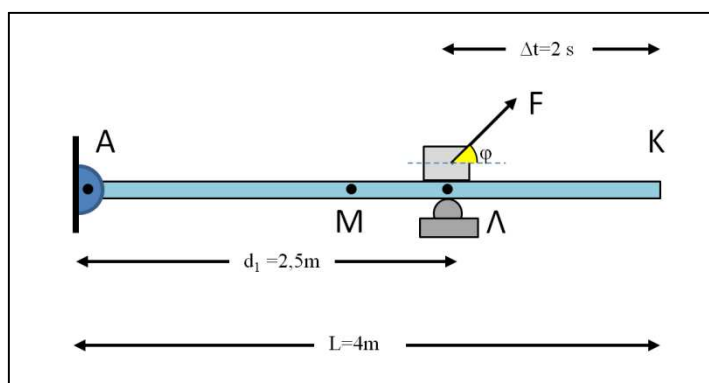
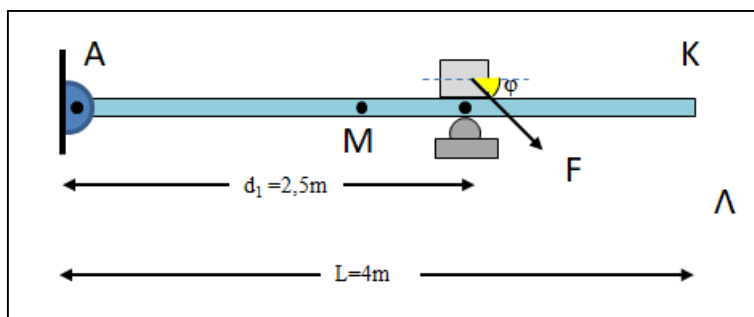


Άλλο η κάθετη δύναμη δαπέδου (N) άλλο το βάρος (w).

Η λεία ράβδος AK του σχήματος έχει μάζας $M=2\text{Kg}$ μήκος $L=4\text{m}$ και ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια άρθρωσης στο σημείο A και στηρίγματος σε σημείο Λ, που απέχει από την άρθρωση A απόσταση $d_1=2,5\text{m}$. Πάνω στη ράβδο ηρεμεί ακίνητο σώμα μάζας $m=20\text{Kg}$, ξαφνικά τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα δέχεται πλάγια δύναμη F όπως φαίνεται σχήμα. Η διεύθυνση της δύναμης σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία φ , για το οποίο ισχύει $\sin\varphi=0,6$ και $\cos\varphi=0,8$. Το σώμα μάζας m φτάνει το άκρο K της ράβδου τη χρονική στιγμή $t=2\text{s}$. Να υπολογίσετε:



- την επιτάχυνση με την οποία κινήθηκε το σώμα μάζα m μέχρι να φτάσει την άκρη της ράβδου.
- το μέτρο της δύναμης F που δέχθηκε το σώμα, κατά τη διάρκεια της κίνησής του
- να γίνει η γραφική παράσταση της δύναμης (F_1) που δέχεται η ράβδος από το στήριγμα (Λ) σε σχέση με απόσταση που διανύει το σώμα μάζα m μέχρι να φτάσει στο άκρο της ράβδου
- αντικαθιστάμε την άρθρωση στο σημείο A με μια άλλη, όπου το όριο θραύσεως της έχει μέτρο $|F_{A(\max)}| = 29\text{N}$ και επαναλαμβάνουμε την παραπάνω διαδικασία αλλάζοντας της διεύθυνση της F η οποία σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Θα μπορέσει το σώμα μάζας m να φτάσει στην άκρη K της ράβδου, αν όχι ποια χρονική στιγμή θα σπάσει η άρθρωση;



Απάντηση:

α) Το σώμα μάζας m διανύει την απόσταση $ΚΛ=1,5\text{m}$ σε χρονικό διάστημα $\Delta t=2\text{s}$.

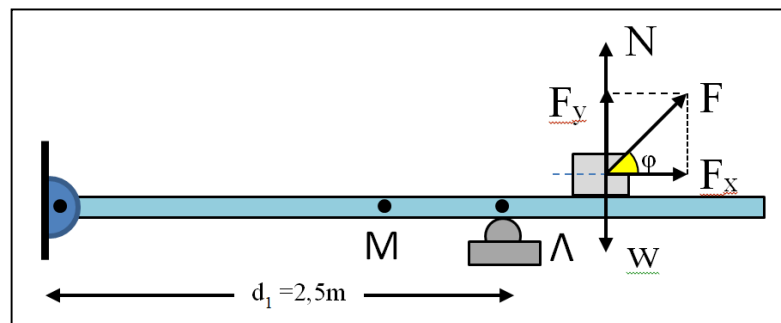
$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t^2 \rightarrow 1,5 = \frac{1}{2} \alpha 2^2 \rightarrow 1,5 = 2\alpha \rightarrow \alpha = \frac{3}{4} \text{m/s}^2$$

β) Αναλύουμε τη δύναμη F σε δύο συνιστώσες:

$$F_x = F \cdot \sin \varphi = 0,6F \quad \text{και} \quad F_y = F \cdot \eta \mu \varphi = 0,8F$$

Εφαρμόζουμε το 2° Ν.Ν. στον οριζόντιο άξονα:

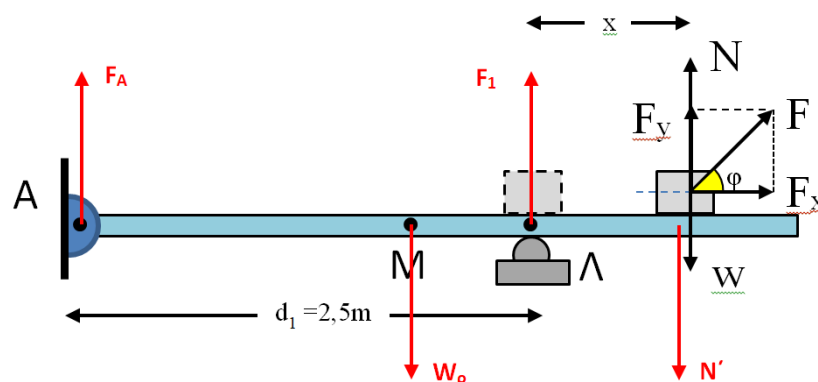
$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha \rightarrow F_x = m \cdot \alpha \rightarrow 0,6F = 20 \cdot \frac{3}{4} \rightarrow 0,6F = 15 \rightarrow F = 25\text{N}$$



γ) Εφαρμόζουμε το 1° Ν.Ν. στον κατακόρυφο άξονα έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N + F_y = W \rightarrow N + 0,8F = W \rightarrow N + 0,8 \cdot 25 = 200 \rightarrow N = 180\text{N}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι το βάρος ράβδου (w_p) κατακόρυφο, η δύναμη από το σώμα μάζας m (N') κατακόρυφη, η δύναμη από το στήριγμα (F_1)

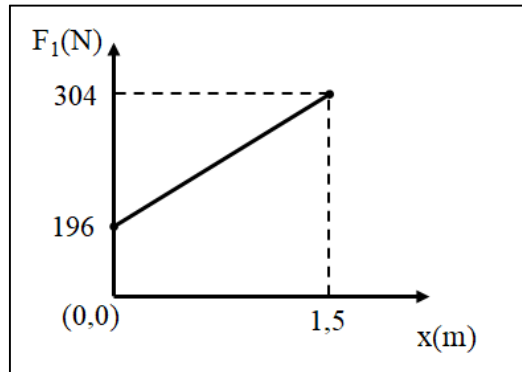


κατακόρυφη (αφού η ράβδος είναι λεία), και τέλος από την άρθρωση (F_A) κατακόρυφη αφού και οι άλλες είναι κατακόρυφες. Σχεδιάσουμε όλες τις δυνάμεις σε μια τυχαία θέση της κίνησης του σώματος m .

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0$$

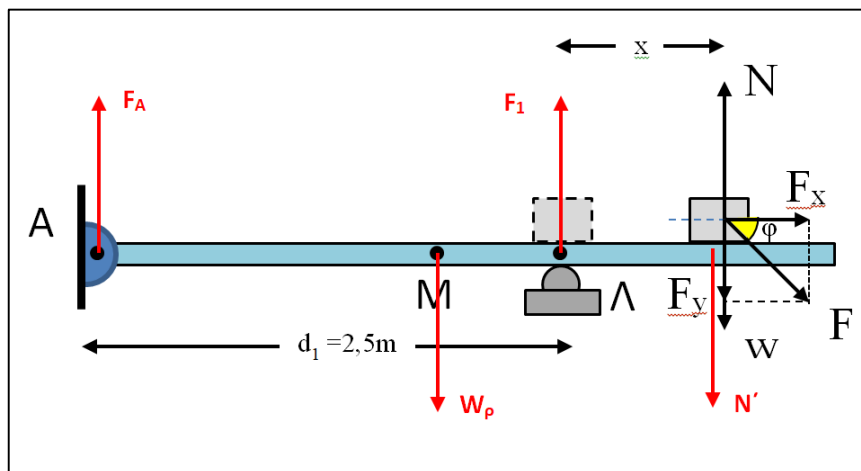
$$w_p \frac{L}{2} + N'(d_1 + x) = F_1 d_1 \rightarrow 20 \frac{4}{2} + 180(2,5 + x) = F_1 2,5 \rightarrow 40 + 450 + 180x = 2,5 F_1 \rightarrow$$

$$\boxed{F_1 = 196 + 72x} \quad (\text{S.I.}) \quad 0 \leq x \leq 1,5 \text{ m}$$



δ) Όταν αλλάζουμε τη φορά της δύναμης F , η τιμή της F_x , η τιμή της F_y και η επιτάχυνση του σώματος δεν αλλάζουν. Μεταβάλλεται όμως ο τιμή της N , εφαρμόζοντας 1° Ν.Ν στον κατακόρυφο άξονα για το σώμα έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = w + F_y \rightarrow N = 220 \text{ N}$$



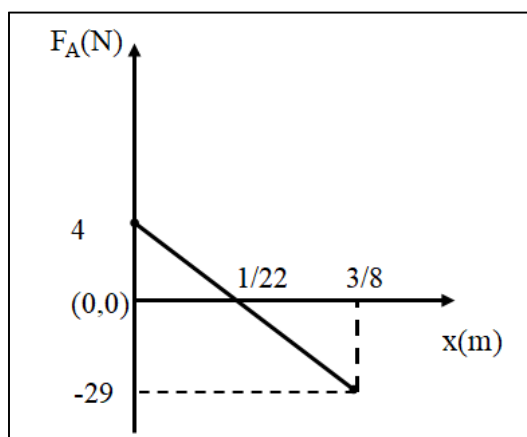
Εφαρμόζοντας συνισταμένη των ροπών ως προς σημείο A έχουμε:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \rightarrow w_p \frac{L}{2} + N'(d_1 + x) = F_1 \cdot d_1 \rightarrow 20 \frac{4}{2} + 220(2,5 + x) = F_1 2,5 \rightarrow$$

$$40 + 550 + 220x = F_1 2,5 \rightarrow F_1 = 236 + 88x \quad (\text{S.I.})$$

$$\Sigma F_{\rho\acute{\alpha}\delta\beta\omicron} = 0 \rightarrow F_A + F_1 = W + N' \rightarrow F_A = W + N' - F_1 \rightarrow F_A = 20 + 220 - (236 + 88x) \rightarrow$$

$$F_A = 20 + 220 - 236 - 88x \rightarrow F_A = 20 + 220 - 236 - 88x \rightarrow F_A = 4 - 88x \quad (\text{S.I.})$$



Παρατηρούμε ότι την στιγμή $t=0$ η τιμή της F_A έχει μέτρο 4N το μέτρο της μικραίνει μηδενίζεται όταν το σώμα διανύσει απόσταση $1/22\text{m}$, ενώ στη συνέχεια αλλάζει φορά και το μέτρο της αρχίζει και μεγαλώνει. Η $F_A=-29\text{N}$ όταν το σώμα m έχει διανύσει $\Delta x=3/8\text{m}$.

$$F_A = 4 - 88x \rightarrow -29 = 4 - 88x \rightarrow 88x = 33 \rightarrow x = \frac{3}{8}\text{m}$$

$$x = \frac{1}{2}a \cdot t^2 \rightarrow \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} t^2 \rightarrow t = 1\text{s}$$

Άρα η άρθρωση σπάει την χρονική στιγμή $t=1\text{s}$.