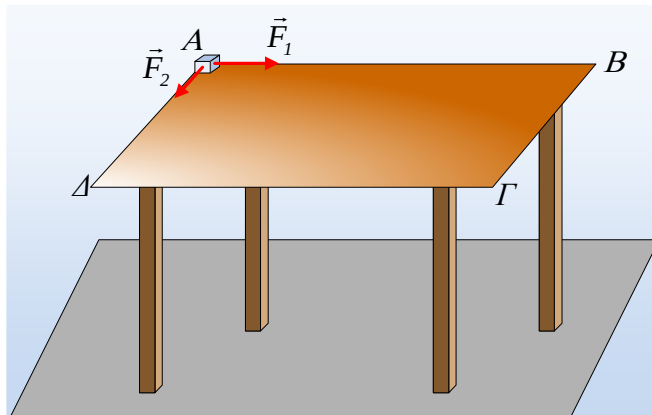


Η κίνηση ενός σώματος πάνω σε ένα τραπέζι.

Στην κορυφή Α ενός ορθογώνιου τραπεζιού ηρεμεί ένα μικρό σώμα μάζας $m=0,5\text{kg}$. Σε μια στιγμή δέχεται δυο σταθερές δυνάμεις, όπου πρώτη F_1 έχει μέτρο $F_1=0,8\text{N}$ και κατεύθυνση προς την κορυφή Β και η δεύτερη $F_2=0,6\text{N}$ με κατεύθυνση προς την κορυφή Δ.

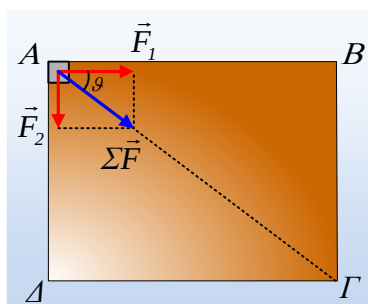


Το αποτέλεσμα της δράσης των παραπάνω δυνάμεων, είναι το σώμα να κινηθεί και μετά από $1,5\text{s}$ να φτάσει στην απέναντι κορυφή Γ του τραπεζιού. Το σώμα δεν παρουσιάζει τριβή με το τραπέζι, ενώ $g=10\text{m/s}^2$.

- i) Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα.
- ii) Να υπολογιστεί η διαγώνιος ΑΓ του τραπεζιού.
- iii) Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών ΑΒ και ΒΓ του τραπεζιού.
- iv) Για την παραπάνω μετακίνηση του σώματος να βρεθούν:
 - α) Το έργο κάθε δύναμης και το έργο της συνισταμένης δύναμης.
 - β) Η (στιγμιαία) ισχύς κάθε δύναμης και η ισχύς της συνισταμένης, τη στιγμή που το σώμα φτάνει στην κορυφή Γ του τραπεζιού.

Απάντηση:

Ας αφήσουμε έξω από τους υπολογισμούς μας το βάρος και την κάθετη αντίδραση του επιπέδου, μιας και η συνισταμένη τους είναι μηδενική, αφού το σώμα ισορροπεί στην κατακόρυφη διεύθυνση (ούτε θα πετάξει!!! ούτε θα τρυνήσει το τραπέζι!!!) και ας κοιτάξουμε το σώμα πάνω από το τραπέζι (κάτοψη). Τότε η εικόνα που θα έχουμε είναι αυτή του παρακάτω σχήματος.



- i) Με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου, βρίσκουμε τη συνισταμένη ΣF , η οποία έχει μέτρο:

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{0,8^2 + 0,6^2} \text{ N} = 1\text{N}$$

Ενώ σχηματίζει με την F_1 γωνία θ , όπου $\varepsilon\phi\theta = \frac{F_2}{F_1} = \frac{0,6\text{ N}}{0,8\text{ N}} = \frac{3}{4}$.

- ii) Η συνισταμένη που υπολογίσαμε παραπάνω, έχει σταθερό μέτρο και σταθερή διεύθυνση, συνεπώς το σώμα θα αποκτήσει και σταθερή επιτάχυνση, στην ίδια κατεύθυνση με μέτρο:

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{1\text{ N}}{0,5\text{ kg}} = 2\text{ m/s}^2.$$

Αλλά τότε το σώμα θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα κατά μήκος της διαγωνίου και θα ισχύουν:

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad \text{και} \quad v = at$$

Και με αντικατάσταση, όπου x το μήκος της διαγωνίου $ΑΓ$:

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,5^2\text{ m} = 2,25\text{ m} \quad \text{και} \quad v = 2 \cdot 1,5\text{ m/s} = 3\text{ m/s}$$

- iii) Προηγούμενα βρήκαμε τη διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης, υπολογίζοντας την εφθ. Ας επιστρέψουμε στην ίδια γωνία:

$$\eta\mu\theta = \frac{F_2}{\Sigma F} = \frac{(B\Gamma)}{(A\Gamma)} \rightarrow (B\Gamma) = \frac{F_2}{\Sigma F} \cdot (A\Gamma) = \frac{0,6\text{ N}}{1\text{ N}} \cdot 2,25\text{ m} = 1,35\text{ m}$$

$$\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{F_1}{\Sigma F} = \frac{(AB)}{(A\Gamma)} \rightarrow (AB) = \frac{F_1}{\Sigma F} \cdot (A\Gamma) = \frac{0,8\text{ N}}{1\text{ N}} \cdot 2,25\text{ m} = 1,8\text{ m}$$

- iv) α) Για τα παραγόμενα έργα των δυνάμεων έχουμε:

$$W_{F_1} = F_1 x \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = F_1 x \cdot \frac{(AB)}{(A\Gamma)} = 0,8 \cdot 2,25 \cdot \frac{1,8}{2,25}\text{ J} = 1,44\text{ J}$$

$$W_{F_2} = F_2 x \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta) = F_2 x \cdot \eta\mu\theta = F_2 x \cdot \frac{(B\Gamma)}{(A\Gamma)} = 0,6 \cdot 2,25 \cdot \frac{1,35}{2,25}\text{ J} = 0,81\text{ J}$$

$$W_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot x \cdot \sigma\upsilon\nu 0^\circ = 1 \cdot 2,25\text{ J} = 2,25\text{ J}$$

Εύκολα μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι $W_{\Sigma F} = W_{F_1} + W_{F_2}$.

- β) Αντίστοιχα για την (στιγμιαία) ισχύ κάθε δύναμης έχουμε:

$$P_1 = F_1 v \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = F_1 v \cdot \frac{(AB)}{(A\Gamma)} = 0,8 \cdot 3 \cdot \frac{1,8}{2,25}\text{ W} = 1,92\text{ W}$$

$$P_2 = F_2 v \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta) = F_2 v \cdot \frac{(B\Gamma)}{(A\Gamma)} = 0,6 \cdot 3 \cdot \frac{1,35}{2,25}\text{ W} = 1,08\text{ W}$$

$$P_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot v \cdot \sigma\upsilon\nu 0^\circ = 1 \cdot 3 \cdot 1\text{ W} = 3\text{ W}$$

Διαπιστώνουμε επίσης ότι $P_{\Sigma F} = P_{F_1} + P_{F_2}$ πράγμα αναμενόμενο, αφού η συνισταμένη εξ ορισμού είναι η δύναμη αυτή, που μπορεί να αντικαταστήσει τις συνιστώσες δυνάμεις.