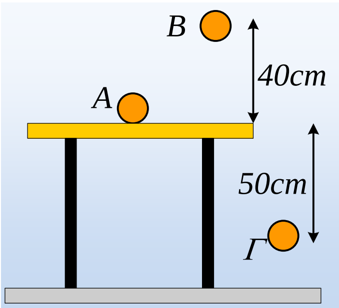
Τα θετικά και τα αρνητικά.

Ας μιλήσουμε σήμερα για θετικά και αρνητικά μεγέθη, χωρίς να ασχοληθούμε με διανυσματικά φυσικά μεγέθη. Εκεί το πρόσημο είναι αυθαίρετο, αφού καθορίζεται από εμάς μια κατεύθυνση ως θετική, στην προσπάθειά μας να μιλήσουμε με αλγεβρικές τιμές και όχι με τα μέτρα των διανυσμάτων.

Τι ακριβώς σημαίνει ότι ο Α έχει +5€, ενώ ο Β έχει -10€, για να ξεκινήσουμε από ένα παράδειγμα δανεισμένο από την οικονομία;

Θα μπορούσαμε με τον τρόπο αυτό να αποδώσουμε την κατάσταση εκείνη, όπου ο Α έχει 5€, ενώ ο Β όχι απλά δεν έχει χρήματα, αλλά χρωστάει και 10€ ή αν προτιμάτε χρειάζεται και 10€ να πάρει, ώστε να μπορέσει να ξεχρεωθεί.



Το πιο απλό παράδειγμα από το χώρο της επιστήμης που θα μπορούσαμε να αναφέρουμε, είναι το να απαντήσουμε σε πόσο ύψος βρίσκεται ένα σώμα, σε σχέση με την επιφάνεια του τραπεζιού του σχήματος.

Θα μπορούσε η απάντηση να ήταν, ότι η Α σφαίρα βρίσκεται σε μηδενικό ύψος, η Β σφαίρα βρίσκεται 40cm πάνω από το τραπέζι και η Γ 50cm κάτω από την επιφάνεια του τραπεζιού. Αλλά θα μπορούσαμε απλά και να πούμε ότι $h_A=0$, $h_B=+40cm$ και $h_Γ=-50cm$, όπου h το ύψος από την επιφάνεια του τραπεζιού. Στην περίπτωση αυτή βέβαια το αρνητικό ύψος της σφαίρας Γ, σημαίνει ότι βρίσκεται χαμηλότερα της επιφάνειας και θα πρέπει να το ανεβάσουμε κατά 50cm ώστε να έρθει στην επιφάνεια.

(Στο παράδειγμα αυτό, σε ένα άλλο επίπεδο διαπραγμάτευσης, θα μπορούσαμε να πάρουμε έναν κατακόρυφο άξονα y, όπου το σημείο της επιφάνειας θα αντιστοιχούσε στην αρχή Ο του άξονα και να μιλούσαμε για τη θέση της σφαίρας $y_B=+40cm$ και $y_Γ=-50cm$, αλλά ας μείνουμε απλά στο ύψος h…).

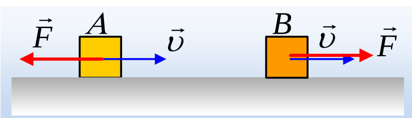
Έτσι αν μιλάμε για τη δυναμική ενέργεια σώματος m=2kg, θεωρώντας ότι η Α σφαίρα στην επιφάνεια του τραπεζιού έχει μηδενική δυναμική ενέργεια, θα είναι:

$$U_B=mgh_B=+8J \text{ και } U_Γ=mgh_Γ= -10J.$$

Όπου η θετική τιμή της στη θέση Β, σημαίνει ότι έχει μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια από όση θα είχε πάνω στο τραπέζι ενώ η αρνητική τιμή στη θέση Γ, σημαίνει ότι έχει μικρότερη δυναμική ενέργεια, από όση θα είχε στην επιφάνεια του τραπεζιού.

Ισοδύναμα θα μπορούσαμε να πούμε ότι $U_Γ=-10J$ σημαίνει ότι απαιτείται να προσφέρουμε στο σώμα ενέργεια 10J για να το μεταφέρουμε στην επιφάνεια του τραπεζιού.

Παράδειγμα 1^o:



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο κινούνται δυο ίδια σώματα τα οποία δέχονται οριζόντιες δυνάμεις μέτρου F=10N. Σε μια στιγμή t=0 έχουν ταχύτητα $υ_o=10m/s$. Να βρεθούν για μετατόπιση Δx=2m:

i) Το έργο κάθε δύναμης.

ii) Η τελική κινητική ενέργεια κάθε σώματος.

Δίνεται m=2kg.

Απάντηση:

i) Το βάρος και η κάθετη αντίδραση του επιπέδου, δεν παράγουν έργα. Έτσι περιοριζόμενοι στις οριζόντιες δυνάμεις έχουμε:

Σώμα Α: $W_F = F\cdot \Delta x\cdot συν180^o = -F\cdot \Delta x = -20J$

Σώμα Β: $W_F = F\cdot \Delta x\cdot συν0^o = +F\cdot \Delta x = +20J$

ii) Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για κάθε σώμα στη διάρκεια της παραπάνω κίνησης παίρνουμε:

Σώμα Α: $K_\tau - K_a = W_F \rightarrow K_\tau = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 + W_F = \frac{1}{2}2\cdot 10^2\,J - 20J = 80J$

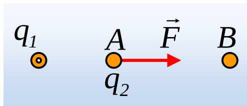
Σώμα Β: $K_\tau - K_a = W_F \rightarrow K_\tau = \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 + W_F = \frac{1}{2}2\cdot 10^2\,J + 20J = 120J$

Ποια η φυσική σημασία των παραπάνω τιμών;

Θετικό έργο της ασκούμενης δύναμης σημαίνει ότι το σώμα παίρνει (κερδίζει) ενέργεια, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η κινητική ενέργειά του, ενώ αρνητικό έργο σημαίνει ότι μέσω του έργου αφαιρείται ενέργεια από το σώμα. Θετικό – Αρνητικό έργο σημαίνει ένα «Πάρε-Δώσε»!

Παράδειγμα 2^o:

Ένα μικρό φορτισμένο σωματίδιο με φορτίο q_2=+2μC αφήνεται ελεύθερο σε σημείο Α, το οποίο απέχει 1cm από ακλόνητο σημειακό φορτίο q_1=3μC. Να βρεθεί το έργο που παράγεται από τη δύναμη του πεδίου, μέχρι να μετακινηθεί το σωματίδιο κατά 2cm ερχόμενο στη θέση Β. Τι εκφράζει το παραπάνω έργο;



Απάντηση:

Το έργο της δύναμης που ασκείται στο σωματίδιο είναι ίσο με:

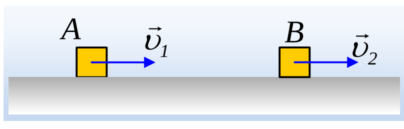
$$W_{AB} = q_2(V_A - V_B) = q_2\left(k_c\frac{q_1}{r_1} - k_c\frac{q_1}{r_2}\right) = k_c q_1 q_2\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \rightarrow$$

$$W_{AB} = 9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-6}\cdot 3\cdot 10^{-6}\left(\frac{1}{1\cdot 10^{-2}} - \frac{1}{3\cdot 10^{-2}}\right)J = 3{,}6\,J$$

Το παραπάνω έργο, είναι το έργο που παράγει επί του σωματιδίου η δύναμη F, συνεπώς είναι το έργο που παράγεται από μια δύναμη ηλεκτροστατικού πεδίου, πάνω στο σωματίδιο. Είναι θετικό, πράγμα που σημαίνει ότι αυξάνεται η κινητική ενέργεια του σωματιδίου. Αλλά αυτή η αύξηση, δεν προήλθε από το μηδέν! Κατά τη διάρκεια της κίνησης μειώνεται η δυναμική ενέργεια (του συστήματος των δύο φορτίων) κατά 3,6J.

Παράδειγμα 3^o:

Σε οριζόντιο επίπεδο κινείται ένα μικρό σώμα που φέρει φορτίο q=1μC. Σε μια στιγμή περνά από μια θέση Α έχοντας ταχύτητα υ_1=2m/s παράλληλη προς τις δυναμικές γραμμές ενός ηλεκτρικού πε-



δίου. Το δυναμικό του πεδίου στο Α έχει τιμή V_A=1.000V. Η τριβή ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι ίση με 0,04Ν. Μετά από λίγο το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά 2cm φτάνοντας στη θέση Β, με δυναμικό V_B=200V.

i) Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης του πεδίου.

ii) Να βρεθεί η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική κατά την παραπάνω μετακίνηση.

iii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση Β.

Απάντηση:

i) Το έργο που παράγει η δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίσο:

$$W_F = W_{AB} = q(V_A - V_B) = 10^{-6}(1.000 - 200)J = 8 \cdot 10^{-4} J$$

ii) Το αντίστοιχο έργο της τριβής είναι:

$$W_T = -T \cdot \Delta x = -0{,}04 \cdot 2 \cdot 10^{-2} J = -8 \cdot 10^{-4} J$$

Συνεπώς η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική είναι ίση με $Q=|W_T|=8\cdot10^{-4}J$.

iii) Εφαρμόζοντας για την παραπάνω κίνηση το Θ.Μ.Κ.Ε. παίρνουμε:

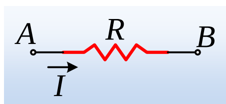
$$K_\tau - K_a = W_F + W_T \rightarrow$$

$$K_\tau = K_a \rightarrow \upsilon_2 = \upsilon_1$$

Μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το σώμα «πήρε» ενέργεια από το ηλεκτρικό πεδίο $8\cdot10^{-4}J$ την οποία «έχασε» μέσω του έργου της τριβής, μετατρεπόμενη σε θερμική.

Ας έρθουμε τώρα σε ένα τμήμα κυκλώματος το οποίο διαρρέεται από ρεύμα. Όπως είναι γνωστό τα κινούμενα φορτία (τα ελεύθερα ηλεκτρόνια σε έναν μεταλλικό αγωγό), δεν κινούνται ευθύγραμμα, εκτελώντας μια άτακτη κίνηση, αλλά η ουσία είναι ακριβώς ίδια, με το να θεωρήσουμε ότι αυτά κινούνται με μια σταθερή ταχύτητα διολίσθησης υ_d.

Παράδειγμα 4^o:



Στο διπλανό τμήμα κυκλώματος δίνονται τα δυναμικά των σημείων Α και Β, 40V και 10V αντίστοιχα. Το τμήμα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης Ι=2 Α.

i) Να υπολογιστεί το έργο που παράγεται από το πεδίο μέσα σε χρονικό διάστημα 3s, κατά την μετακίνηση των φορτίων από το Α στο Β.

ii) Πόση είναι η αντίστοιχη θερμότητα που παράγεται πάνω στον αντιστάτη.

iii) Να βρεθεί ο ρυθμός με τον οποίο το ηλεκτρικό ρεύμα παρέχει ενέργεια στον αντιστάτη.

Απάντηση

i) Το συνολικό φορτίο που μεταφέρεται από το σημείο Α στο σημείο Β είναι ίσο:

$$q=I\cdot\Delta t=6C.$$

Αλλά τότε παράγεται από το ηλεκτρικό πεδίο, που προκαλεί την μετακίνηση, έργο:

$$W_{AB} = q(V_A - V_B) = 6 \cdot (40 - 10)J = 180J$$

Σχόλιο:

Το παραπάνω έργο μπορεί να γραφεί:

$$W_{AB} = q(V_A - V_B) = (I \cdot t)V_{AB} = VIt$$

Προκύπτοντας έτσι η γνωστή μας σχέση για την **ηλεκτρική ενέργεια**. Δηλαδή για την ενέργεια που το ηλεκτρικό ρεύμα μεταφέρει στο τμήμα ΑΒ του κυκλώματος.

ii) Θα μπορούσαμε, χωρίς άλλη σκέψη αλλά μόνο από τη διατήρηση της ενέργειας, να πούμε ότι όση ενέργεια μεταφέρεται στο τμήμα ΑΒ, από το ηλεκτρικό ρεύμα, τόση θα εμφανιστεί με τη μορφή της θερμότητας , πάνω στον αντιστάτη, δηλαδή $Q=W_{AB}=180J$.

Αλλά και αν εφαρμόσουμε το νόμο του Jouℓe, θα πάρουμε:

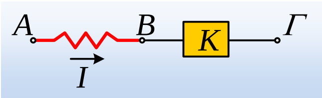
$$Q = I^2Rt = I(IR)t = VIt = 180J$$

iii) Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στο τμήμα ΑΒ, ονομάζεται και «**ισχύς του ρεύματος**» είναι:

$$\frac{dW_{AB}}{dt} = P = \frac{VIdt}{dt} = VI = 60J/s$$

Παράδειγμα 5ο:

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένα τμήμα κυκλώματος, όπου $V_A=200V$, $V_Γ=40V$, I=2A και R=20Ω. Να βρεθεί η ισχύς του ρεύματος στον αντιστάτη και στο αδιαφανές κιβώτιο Κ.



Απάντηση:

Από τον νόμο του Ohm για τον αντιστάτη παίρνουμε $V_{AB}=I{\cdot}R=40V$, αλλά αφού $V_{AB}=V_A-V_B$ θα έχουμε ότι:

$$V_B=V_A-V_{AB}=200V-40V=160V.$$

Συνεπώς η ισχύς του ρεύματος στον αντιστάτη (ο ρυθμός με τον οποίο το ηλεκτρικό ρεύμα μεταφέρει ενέργεια στον αντιστάτη) είναι:

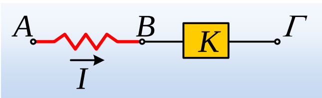
$$P_R=V_{AB}{\cdot}I=80W.$$

Ενώ η ισχύς που μεταφέρεται και αποδίδεται στο αδιαφανές κιβώτιο Κ:

$$P_K=V_{BΓ}{\cdot}I=(V_B-V_Γ){\cdot}I=240W.$$

Παράδειγμα 6ο:

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένα τμήμα κυκλώματος, όπου $V_A=100V$, $V_Γ=60V$, I=3A και R=20Ω. Να βρεθεί η ισχύς του ρεύματος στον αντιστάτη και στο αδιαφανές κιβώτιο Κ.



Απάντηση:

Από τον νόμο του Ohm για τον αντιστάτη παίρνουμε $V_{AB}=I{\cdot}R=60V$, αλλά αφού $V_{AB}=V_A-V_B$ θα έχουμε ότι:

$$V_B=V_A-V_{AB}=100V-60V=40V.$$

Συνεπώς η ισχύς του ρεύματος στον αντιστάτη (ο ρυθμός με τον οποίο το ηλεκτρικό ρεύμα μεταφέρει ενέργεια στον αντιστάτη) είναι:

$$P_R=V_{AB}{\cdot}I=180W.$$

Ενώ η ισχύς που μεταφέρεται και αποδίδεται στο αδιαφανές κιβώτιο Κ:

$$P_K=V_{BΓ}\cdot I=(V_B-V_Γ)\cdot I=(40V-60V)\cdot 3\ A=-60W.$$

Τι σημαίνει η αρνητική ισχύς που υπολογίσαμε για το αδιαφανές κιβώτιο; Η ισχύς που αποδίδει το ηλεκτρικό ρεύμα στο κιβώτιο είναι -60W; Μα, ότι τελικά το ρεύμα δεν προσφέρει ενέργεια στο κιβώτιο, αλλά αντίθετα απορροφά ενέργεια από αυτό. Με άλλα λόγια τα φορτία κινούμενα από το σημείο Β στο Γ, δεν αποδίδουν ενέργεια, αλλά κερδίζουν. Εξάλλου εύκολα διαπιστώνεται ότι η δυναμική τους ενέργεια (q·V) αυξάνεται, αφού μετακινούνται σε μεγαλύτερο δυναμικό.

Αλλά τότε τι μπορεί να περιέχει το κιβώτιο που να παρέχει ενέργεια στα φορτία;

Έτσι φτάνουμε στην ηλεκτρική πηγή!