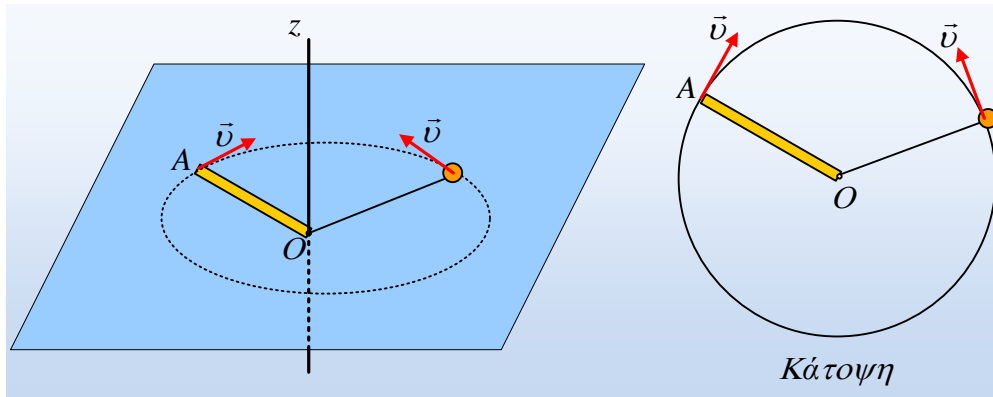


Στροφορμή ράβδου και σφαίρας.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και γύρω από έναν σταθερό κατακόρυφο άξονα z , στρέφεται μια ομογενής ράβδος OA μήκους ℓ και μάζας M και μια σφαίρα ίσης μάζας, η οποία θεωρείται υλικό σημείο, δεμένη στο άλλο νήματος μήκους επίσης ℓ , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στον άξονα, όπως στο σχήμα.



Η ταχύτητα v του άκρου A έχει το ίδιο μέτρο με την ταχύτητα της σφαίρας.

i) Μεγαλύτερη κατά μέτρο στροφορμή κατά (ως προς) τον άξονα z , έχει:

α) Η ράβδος, β) η σφαίρα, γ) έχουν στροφορμές ίσου μέτρου.

ii) Η συνολική ορμή κατά (ως προς) τον άξονα z :

α) Είναι οριζόντια με κατεύθυνση προς το άκρο A

β) Είναι οριζόντια με κατεύθυνση προς τη σφαίρα.

γ) Είναι κατακόρυφη με κατεύθυνση προς τα πάνω.

δ) Είναι κατακόρυφη με κατεύθυνση προς τα κάτω.

iii) Αν K η αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας, και μετά την κρούση, η σφαίρα προσκολλάται στο άκρο A της ράβδου, τότε η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση είναι:

α) $\Delta E < K$, β) $\Delta E = K$, γ) $\Delta E > K$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο της O , $I = 1/3 M\ell^2$.

Απάντηση:

i) Η στροφορμή της σφαίρας έχει μέτρο: $L_1 = MvR = Mv\ell$,

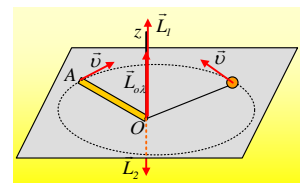
ενώ της ράβδου: $L_2 = I\omega = \frac{1}{3}M\ell^2\omega = \frac{1}{3}M\ell^2\frac{v_A}{\ell} = \frac{1}{3}Mv\ell$.

Σωστή η β) πρόταση.

ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των παραπάνω στροφορμών, των δύο σωμάτων, κατά (ως προς) τον άξονα z , οπότε το διανυσματικό τους άθροισμα θα έχει φορά προς τα πάνω και μέτρο:

$$L_{\text{ολ}} = L_1 - L_2.$$

Σωστή η γ) πρόταση.



iii) Κατά την πλαστική κρούση μεταξύ ράβδου και σφαίρας η στροφορμή κατά τον άξονα z παραμένει σταθερή:

$$\vec{L}_{\text{πριν}} = \vec{L}_{\text{μετά}} \rightarrow$$

$$Mv\ell - \frac{1}{3}Mv\ell = I_o\omega_{\kappa} \quad (1)$$

$$\text{Όπου } I_o = I_{\rho} + I_{\sigma} = \frac{1}{3}M\ell^2 + M\ell^2 = \frac{4}{3}M\ell^2$$

Οπότε η σχέση (1) δίνει:

$$\frac{2}{3}Mv\ell = \frac{4}{3}M\ell^2\omega_{\kappa} \rightarrow \omega_{\kappa} = \frac{v}{2\ell}$$

Έτσι η απώλεια της (μηχανικής) Κινητικής ενέργειας κατά την κρούση είναι:

$$\Delta E = K_{\text{πριν}} - K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I_{\rho}\omega^2 - \frac{1}{2}I_o\omega_{\kappa}^2 \rightarrow$$

$$\Delta E = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{3}M\ell^2\left(\frac{v}{\ell}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{4}{3}M\ell^2\left(\frac{v}{2\ell}\right)^2 = \frac{1}{2}Mv^2 = K$$

Σωστή η β) πρόταση.

dmargaris@gmail.com