# Ο δίσκος και η ταχύτητα ενός σημείου.

|  |
| --- |
|  |

Ένας ομογενής δίσκος μάζας Μ και ακτίνας R μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος περνά από ένα σημείου του Κ, το οποίο απέχει από το κέντρο του Ο απόσταση (ΚΟ)= ½ R. Ένα σημείο Α στην περιφέρεια του δίσκου έχει ταχύτητα υ, τη στιγμή που η ακτίνα ΑΟ είναι κατακόρυφη, όπως στο σχήμα. Αν η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο μάζας του Ο, δίνεται από την εξίσωση Ι= ½ ΜR2, να υπολογιστούν συναρτήσει των Μ, R, g και υ:

i) Η κινητική ενέργεια του δίσκου στην παραπάνω θέση.

ii) Η μέγιστη ταχύτητα του σημείου Α στη διάρκεια της περιστροφής του δίσκου.

iii) Αν τη στιγμή που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, ο άξονας περιστροφής σπάσει και ο δίσκος φτάνει στο έδαφος με πρώτο σημείο επαφής το σημείο Α, να βρεθεί το ελάχιστο ύψος h από το έδαφος, που βρισκόταν ο άξονας περιστροφής.

iv) Η τελική κινητική ενέργεια του δίσκου, στην παραπάνω περίπτωση.

***Απάντηση:***

1. Υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, με τη βοήθεια του θεωρήματος Steiner:



Εξάλλου το σημείο Α έχει ταχύτητα υ που συνδέεται με τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου με τη σχέση υ=ω∙r , οπότε:



Συνεπώς η κινητική ενέργεια του δίσκου είναι:



1. Αν πάρουμε το δίσκο μετά από λίγο, στη θέση που δείχνει το σχήμα (1), η ροπή του βάρους επιταχύνει τον δίσκο αυξάνοντας την γωνιακή του ταχύτητα.



Αυτό θα συμβαίνει μέχρι η ακτίνα ΟΑ να γίνει κατακόρυφη σχ. (2), αφού από κει και πέρα η ασκούμενη ροπή αλλάζει φορά και ο δίσκος επιβραδύνεται.

Κατά συνέπεια ο δίσκος αποκτά μέγιστη γωνιακή ταχύτητα στη θέση που φαίνεται στο σχήμα (2), οπότε στην ίδια θέση το σημείο Α θα έχει τη μέγιστη (γραμμική) ταχύτητα.

Θεωρώντας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από τη θέση του κέντρου μάζας Ο στη θέση (2) ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας και αφού η μηχανική ενέργεια διατηρείται, μιας και η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος, παίρνουμε:

*Κ1+U1=Κ2+U2*→

→

→



|  |
| --- |
|  |

1. Τη στιγμή που σπάει ο άξονας, το κέντρο μάζας Ο έχει οριζόντια ταχύτητα υxcm=ω∙ ½ R με αποτέλεσμα να εκτελέσει οριζόντια βολή (όσον αφορά τη μεταφορική κίνηση). Με βάση την αρχή ανεξαρτησίας, η κίνηση αυτή αναλύεται σε μια ευθύγραμμη ομαλή στον οριζόντιο άξονα x και μια ελεύθερη πτώση στον κατακόρυφο άξονα. Αλλά αφού ο δίσκος έρχεται σε επαφή με το έδαφος με το σημείο Α, ο χρόνος πτώσης θα είναι t=kΤ+ ½ Τ με k, όπου Τ η **σταθερή** περίοδος περιστροφής, αφού δεν ασκείται καμιά ροπή στον δίσκο, κατά την πτώση. Αλλά τότε το ελάχιστο ύψος θα αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα t1=  και η αντίστοιχη μετατόπιση του κέντρου Ο θα είναι:



Αλλά τότε 

1. Θεωρώντας τώρα επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το κέντρο Ο του δίσκου τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος, θα έχουμε:

*Κ1+U1=Κτ+Uτ*→

→



***Σχόλιο:***

Στην παραπάνω εξίσωση θεωρήσαμε ότι η αρχική κινητική ενέργεια του δίσκου είναι ίση με ½ ΙΚω12, όση ήταν δηλαδή και πριν το σπάσιμο του άξονα. Θα μπορούσαμε βέβαια να γράψουμε:

*Καρχ*=

Θεωρώντας σύνθετη την κίνηση του δίσκου.

Αλλά όμως:

*Καρχ*=→



**dmargaris@sch.gr**