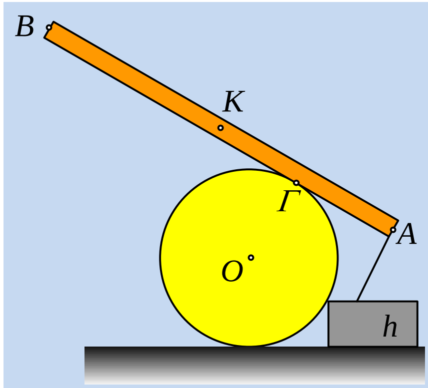
Μια ράβδος και ένας κύλινδρος σε ισορροπία.

Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους 4m και βάρους 400N, ισορροπεί σε επαφή με κύλινδρο, όπως στο σχήμα, όπου (ΑΓ)=1m, δεμένη στο άκρο της Α, με νήμα. Το νήμα σχηματίζει γωνία 90° με τη ράβδο, η οποία σχηματίζει γωνία θ, (ημθ=0,6) με την οριζόντια διεύθυνση. Ο κύλινδρος βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, σε επαφή με ένα λείο εμπόδιο ύψους h.



i) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.

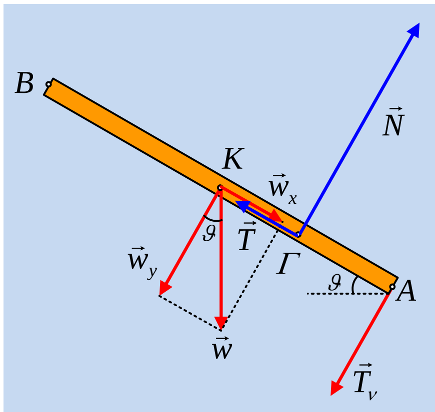
ii) Να βρεθεί ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και κυλίνδρου για την παραπάνω ισορροπία.

iii) Να βρεθεί η τριβή που δέχεται ο κύλινδρος από το έδαφος.

iv) Σε σημείο Δ, όπου (ΒΔ)=1m αφήνουμε τη στιγμή $t_0=0$, ένα σώμα Σ μάζας 2kg, το οποίο θεωρούμε υλικό σημείο. Το σώμα ολισθαίνει κατά μήκος της ράβδου, χωρίς τριβές και εγκαταλείπει τη ράβδο από το άκρο Α. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της τάσης του νήματος που συγκρατεί ακίνητη τη ράβδο, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Απάντηση.

i) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο. Από την συνθήκη ισορροπίας της ράβδου παίρνουμε:



$$\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x=0 \rightarrow T=w_x=w\cdot\eta\mu\theta=400\cdot 0{,}6N=240N \\ \Sigma F_y=0 \rightarrow N=T_\nu+w_y \quad (1) \end{cases}$$

$$\Sigma\tau_\Gamma=0 \rightarrow w_y\cdot(K\Gamma)-T_\nu\cdot(A\Gamma)=0 \rightarrow$$

$$T_\nu=\frac{w\cdot\sigma\upsilon\nu\theta\cdot(K\Gamma)}{(A\Gamma)}=w\cdot\sigma\upsilon\nu\theta=400\cdot 0{,}8N=320N$$

ii) Από την σχέση (1) βρίσκουμε ότι $N=T_\nu+w_y=2T_\nu=640N$.

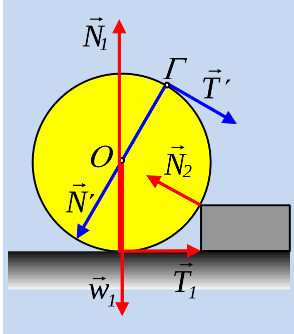
Αλλά για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει η παραπάνω τριβή να είναι στατική, θα πρέπει συνεπώς το μέτρο της να είναι μικρότερο ή ίσο από την μέγιστη τιμή της στατικής τριβής (την οριακή τριβή), δηλαδή:

$$T\le T_{o\rho} \rightarrow T\le\mu_s N \rightarrow$$

$$\mu_s\ge\frac{T}{N}\rightarrow\mu_s\ge\frac{240N}{640N}\rightarrow\mu_s\ge 0{,}375$$

Συνεπώς ο ελάχιστος συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ ράβδου και κυλίνδρου είναι $\mu_{s,min}=0{,}375$.

iii) Ερχόμαστε τώρα στον κύλινδρο και σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του, όπως στο διπλανό σχήμα. Ο κύλινδρος ισορροπεί, οπότε:

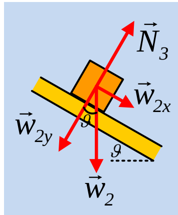


$$\Sigma \mathbf{F}=0 \;\; (1) \quad \text{και} \;\; \Sigma\tau_O=0 \;\; (2)$$

Από την σχέση (2) έχουμε $T_1 \cdot R - T' \cdot R = 0 \rightarrow T_1 = T' = 240N$

Αφού όλες οι υπόλοιπες δυνάμεις διέρχονται από τον άξονα O του κυλίνδρου.

iv) Στο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ κατά τη διάρκεια της κίνησής του, όπου:



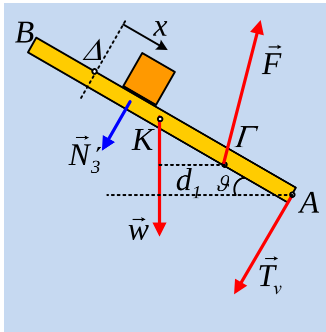
$$N_3 = w_{2y} = mg \cdot \sigma\upsilon\nu\theta = 2 \cdot 10 \cdot 0{,}8N = 16N$$

Ενώ $\Sigma F_x = mg \cdot \eta\mu\theta = m \cdot \alpha \rightarrow \alpha = g \cdot \eta\mu\theta = 10 \cdot 0{,}6 \; m/s^2 = 6m/s^2$.

Αλλά τότε η κίνηση που πραγματοποιεί είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη για την οποία:

$$x = \tfrac{1}{2}\, \alpha \cdot t^2 \rightarrow t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2x_{o\lambda}}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{6}}\, s = 1s.$$

Ερχόμαστε τώρα στη ράβδο και σε μια στιγμή που το σώμα Σ έχει μετατοπισθεί κατά x, από το σημείο που αφέθηκε να κινηθεί. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο είναι όπως στο διπλανό σχήμα. Αφού η ράβδος ισορροπεί Στ=0, ως προς οποιοδήποτε σημείο. Επιλέγουμε το σημείο Γ και παίρνουμε (οι αριστερόστροφες ροπές θετικές):



$$N_3' \cdot ((\Gamma\Delta)-x) + w \cdot d_1 - T_\nu \cdot d_2 = 0 \rightarrow$$

$$N_3' \cdot ((\Gamma\Delta)-x) + w \cdot (K\Gamma) \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - T_\nu \cdot (A\Gamma) = 0 \rightarrow$$

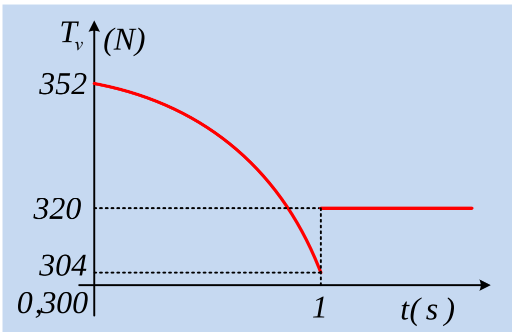
$$16 \cdot (2-x) + 400 \cdot 1 \cdot 0{,}8 - T_\nu \cdot 1 = 0 \rightarrow$$

$$T_\nu = 32 + 320 - 16x \rightarrow$$

$$T_\nu = 352 - 16 \cdot \tfrac{1}{2}\, at^2 \rightarrow$$

$$T_\nu = 352 - 48 \cdot t^2 \quad \text{(S.I.) με } 0 \leq t \leq 1s.$$

Η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης θα είναι:



dmargaris@sch.g