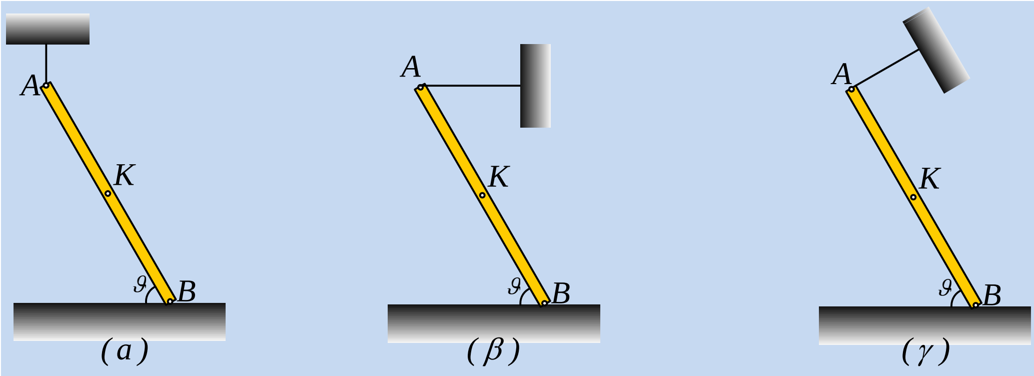
Μια κρεμασμένη δοκός.

1) Στα παρακάτω σχήματα η ίδια ομογενής ράβδος ισορροπεί, δεμένη στο ένα της άκρο με νήμα.



Το επίπεδο στο οποίο στηρίζεται η ράβδος είναι λείο στα σχήματα:

i) Μόνο στο (α)

ii) Μόνο στο (β).

iii) Μόνο στο (γ)

iv) Σε όλα τα σχήματα

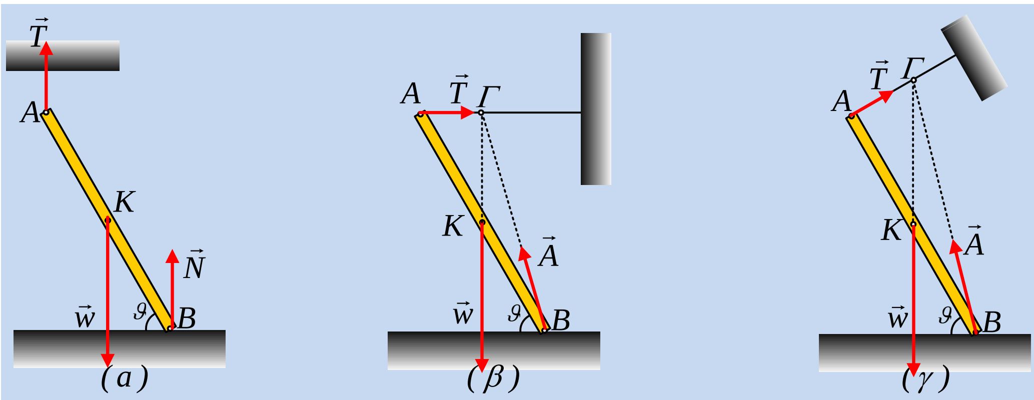
v) Σε καμιά περίπτωση το επίπεδο δεν είναι λείο.

Απάντηση:

Για να ισορροπεί η ράβδος θα πρέπει Σ**F**=0 (1) και Στ=0 (2) ως προς οποιοδήποτε σημείο.

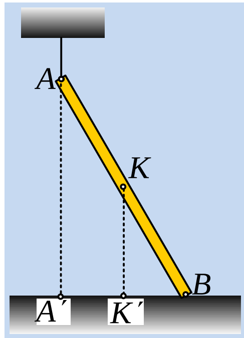
Στην περίπτωσή μας η δοκός δέχεται τρεις δυνάμεις. Αν οι δύο δυνάμεις συντρέχουν σε ένα σημείο Γ, για να ισχύει η σχέση (2), τότε και η τρίτη δύναμη θα πρέπει να περνά από το σημείο αυτό, αφού ως προς το Γ, θα πρέπει να ισχύει Στ=0 . Αλλά στα δυο τελευταία σχήματα, οι φορείς της τάσης του νήματος και του βάρους, διέρχονται από το σημείο Γ, συνεπώς και η δύναμη από το επίπεδο (η αντίδραση $\vec{A}$ του επιπέδου), θα περνά από το Γ.

Αντίθετα στο (α) σχήμα αφού τόσο η τάση του νήματος, όσο και το βάρος είναι κατακόρυφες δυνάμεις, θα είναι κατακόρυφη και η δύναμη από το έδαφος, ώστε να μπορεί να ισχύει $\Sigma\vec{F}=0$. .



Αλλά με βάση τα παραπάνω, μόνο το επίπεδο στο (α) σχήμα μπορεί να είναι λείο.

2) Στο διπλανό σχήμα το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο. Αν κόψουμε το νήμα που συγκρατεί την ομογενή ράβδο, τότε:



i) Το κέντρο μάζας Κ θα φτάσει στο έδαφος:

α) Αριστερά του σημείου Κ΄ (Η ΚΚ΄είναι κατακόρυφη).

β) Στο σημείο Κ΄.

γ) Δεξιά του Κ΄.

ii) Το άκρο Α θα φτάσει στο έδαφος:

α) Αριστερά του σημείου Α΄ (Η ΑΑ΄είναι κατακόρυφη).

β) Στο σημείο Α΄.

γ) Δεξιά του Α΄.

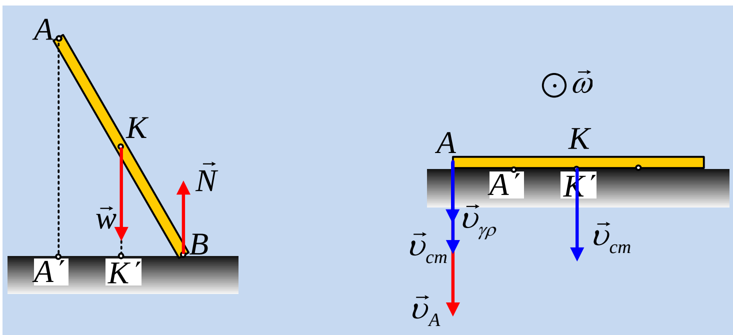
iii) Για τις ταχύτητες των σημείων Α και Κ, τη στιγμή που η ράβδος φτάνει στο έδαφος ισχύει:

α) $\upsilon_A < \upsilon_K$, β) $\upsilon_A = \upsilon_K$, γ) $\upsilon_A > \upsilon_K$.

iii) Να απαντήσετε στα δυο πρώτα από τα παραπάνω ερωτήματα, στην περίπτωση που το οριζόντιο επίπεδο δεν είναι λείο.

Απάντηση:

i) Στο πρώτο από τα παρακάτω σχήματα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.



Αλλά αφού και οι δύο δυνάμεις είναι κατακόρυφες, με βάση το 2ο νόμο του Νεύτωνα, $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_{cm}$, το κέντρο μάζας Κ της ράβδου θα αποκτήσει και κατακόρυφη επιτάχυνση, οπότε θα κινηθεί κατακόρυφα και θα φτάσει στο σημείο Κ΄.

Άρα σωστή είναι η β) πρόταση.

ii) Με βάση το δεύτερο από τα παραπάνω σχήματα, προφανώς η απόσταση (ΑΚ) είναι μεγαλύτερη από την (Α΄Κ΄) και το σημείο Α, θα συναντήσει το έδαφος αριστερότερα του Α΄.

iii) Η ράβδος κατά την πτώση θα αποκτήσει και γωνιακή επιτάχυνση, αφού στη ράβδο ασκείται ροπή, ως προς το κέντρο μάζας της Κ, οπότε θα έχουμε και $\Sigma\tau_K = I_{cm} \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu}$ και η κίνησή της θα είναι σύνθετη.

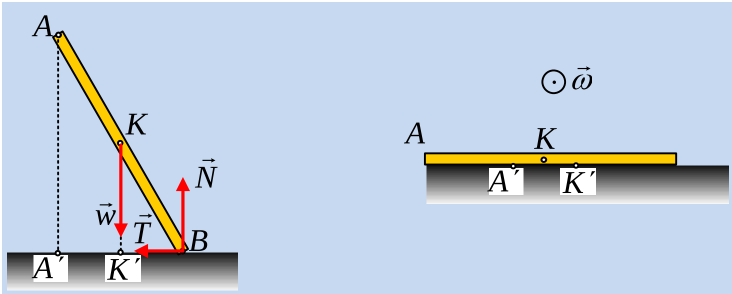
Αλλά τότε η ταχύτητα του άκρου Α θα είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα:

$$\vec{\upsilon}_A = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho}$$

Όπου στην περίπτωσή μας δίνει $\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \omega \cdot \frac{\ell}{2}$.

Άρα σωστή η γ) πρόταση.

iv) Στην περίπτωση που το επίπεδο δεν είναι λείο, στο άκρο Β θα ασκηθεί τριβή, όπως στο παρακάτω σχήμα:



(Η τριβή αυτή μπορεί να είναι αρχικά στατική, αλλά ακόμη και στην περίπτωση αυτή, πολύ γρήγορα μετατρέπεται σε τριβή ολίσθησης).

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για το κέντρο μάζας Κ της ράβδου παίρνουμε:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_{cm} \Longrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = m\cdot\alpha_{cmx} \\ \Sigma F_y = m\cdot\alpha_{cmy} \end{cases}$$

Συνεπώς το κέντρο μάζας θα αποκτήσει και οριζόντια επιτάχυνση, με αποτέλεσμα φτάνοντας στο έδαφος, να βρίσκεται μετατοπισμένο προς τα αριστερά, σε σχέση με το σημείο Κ΄, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά τότε και το σημείο Α, θα φτάσει πολύ πιο αριστερά από το σημείο Α΄.

dmargaris@sch.gr