# Μια ισορροπία ράβδου σε κύλινδρο που μπορεί και να στρέφεται.

|  |
| --- |
|  |

Ο κύλινδρος του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονά του, που ενώνει τα κέντρα των δύο βάσεών του ΟΟ΄ και είναι ακινητοποιημένος, μη επιτρέποντάς του την περιστροφή. Στηρίζουμε στον κύλινδρο μια ομογενή ράβδο (ΑΒ) μήκους 4m και μάζας Μ=30kg στο σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=1m ενώ το άλλο της άκρο Β ακουμπά σε λείο οριζόντιο επίπεδο, σχηματίζοντας γωνία θ=30°, με το επίπεδο. Η ράβδος εμφανίζει με τον κύλινδρο συντελεστές τριβής μ=μs=0,8 και αφήνοντάς την στη θέση αυτή, βλέπουμε ότι ισορροπεί.

i) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος στα σημεία στήριξής της, Β και Γ.

ii) Να υπολογιστεί η τριβή που θα δεχτεί ο κύλινδρος από την ράβδο.

iii) Θέτουμε ένα όμοιο κύλινδρο σε περιστροφή με γωνιακή ταχύτητα κάθετη στο επίπεδο του σχήματος με φορά προς τον αναγνώστη. Στηρίζουμε ξανά τη ράβδο στον κύλινδρο αυτό σε τέτοια θέση, ώστε να πετύχουμε ξανά ισορροπία με το ίδιο σημείο Γ της ράβδου. Να βρεθεί η γωνία που πρέπει να σχηματίζει τώρα η ράβδος με το λείο οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται  g=10m/s2.

***Απάντηση:***

|  |
| --- |
|  |

1. Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο, όπου αφού το βάρος και η «κάθετη αντίδραση» του επιπέδου Ν, είναι κατακόρυφες και η δύναμη F, την οποία δέχεται από τον κύλινδρο θα είναι επίσης κατακόρυφη. Πράγματι για την ισορροπία πρέπει:

→ (1)



Αλλά από την ισορροπία της ράβδου έχουμε και Στ=0, ως προς οποιοδήποτε σημείο, οπότε:

*ΣτΒ=0 → w∙(ΒΚ)∙συνθ-F∙(ΒΓ)∙συνθ=0 →*

*Μg∙(ΒΚ)=F∙(ΒΓ) →*



Οπότε από την εξίσωση (1) παίρνουμε (θεωρούμε θετική την προς τα πάνω κατεύθυνση):

*Ν=-w-F=-(-300Ν)-200Ν=100Ν*

|  |
| --- |
|  |

1. Αναλύουμε τη δύναμη F σε δύο συνιστώσες, μια κάθετη στη ράβδο και μια παράλληλη (τριβή), όπως στο σχήμα. Η γωνία μεταξύ της δύναμης F και της κάθετης συνιστώσας Ν1 είναι ίση με τη γωνία θ που σχηματίζει η ράβδος με το οριζόντιο επίπεδο (οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές). Συνεπώς:

*Τ=F∙ημθ=200Ν∙ ½ =100Ν*.

Αλλά τότε στον κύλινδρο ασκείται η αντίδρασή της Τ΄=100Ν, όπως στο σχήμα δεξιά.

Βέβαια η τριβή αυτή πρέπει να είναι στατική τριβή, για να μπορεί η ράβδος να ισορροπεί. Μπορεί να αναπτυχθεί; Αν βρούμε την συνιστώσα Ν1 θα έχουμε Ν1=F∙συνθ=, οπότε η μέγιστη τιμή της τριβής που μπορεί να εμφανιστεί, η οριακή τριβή, είναι:

*Τορ=μs∙Ν1*=0,8∙

Βλέπουμε δηλαδή ότι πράγματι μπορεί να αναπτυχθεί στατική τριβή με μέτρο 100Ν και η ράβδος να ισορροπεί.

|  |
| --- |
|  |

1. Αφού ο κύλινδρος στρέφεται μόλις στηριχθεί πάνω στον κύλινδρο η ράβδος, το σημείο επαφής του κυλίνδρου που έρχεται σε επαφή μαζί της, έχει ταχύτητα ως προς τη ράβδο, συνεπώς αναπτύσσεται τριβή ολίσθησης Τ1, όπως στο σχήμα, οπότε στη ράβδο ασκείται η αντίδρασή της Τ2, όπως στο διπλανό σχήμα. Αλλά η τριβή ολίσθησης έχει τιμή Τ2=μ∙Ν2, όπου Ν2 η κάθετη συνιστώσα της δύναμης F2, που ασκεί ο κύλινδρος στη ράβδο στο σημείο Γ.

Αλλά από την ισορροπία της ράβδου, έχουμε ξανά:

Και *ΣτΒ=0 → w∙(ΒΚ)∙συνφ-F2 ∙(ΒΓ)∙συνφ=0 →*

*Μg∙(ΒΚ)=F2 ∙(ΒΓ) →*



Αλλά τότε Ν2=F2∙συνφ και Τ2=F2∙ημφ, οπότε:

*F2∙ημφ= μ∙F2∙συνφ →*

*εφφ=μ=0,8.*

Συνεπώς η ράβδος θα πρέπει να σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο επίπεδο, όπου εφφ=0,8. Η γωνία αυτή είναι περίπου 38° και για να μπορεί να συμβεί αυτό ή θα πρέπει να ανυψώσουμε τον κύλινδρο ή να κατεβάσουμε το οριζόντιο επίπεδο, σε σχέση με τα προηγούμενα ερωτήματα!!!

**dmargaris@sch.gr**