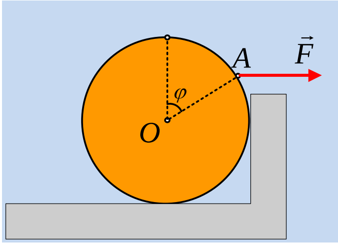
Κύλινδρος και σκαλοπάτι.



Στο διπλανό σχήμα, ο κύλινδρος ακτίνας R, ισορροπεί ενώ δέχεται οριζόντια δύναμη F, ασκούμενη στο σημείο Α, όπου η ακτίνα ΟΑ σχηματίζει γωνία φ=60° με την κατακόρυφη. Το λείο σκαλοπάτι, ύψους h > R εμποδίζει την κίνηση του κυλίνδρου. Αν F= ½ w, όπου w το βάρος του κυλίνδρου:

i) Να υπολογίστε την δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το σκαλοπάτι.

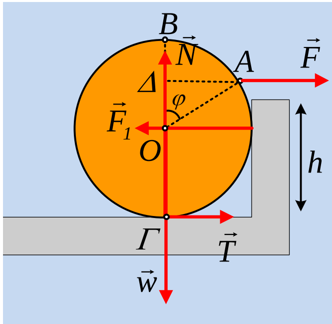
ii) Να **αποδείξτε** ότι ο κύλινδρος δέχεται τριβή από το οριζόντιο επίπεδο και στη **συνέχεια** να υπολογίστε την τιμή της.

iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και οριζοντίου επιπέδου ώστε να εξασφαλίζεται η ισορροπία του κυλίνδρου;

iv) Αν σε μια στιγμή αυξήσουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης στην τιμή F΄= ¾ w ενώ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και οριζοντίου επιπέδου, είναι ίσος με την ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής τριβής του προηγούμενου ερωτήματος, να υπολογίσετε την αρχική γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει ο κύλινδρος.

Εφαρμογή: R=0,5m, $g=10m/s^2$, ενώ για τον κύλινδρο ως προς τον άξονά του I= ½ MR^2.

Απάντηση:



i) Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο όπου η δύναμη από το σκαλοπάτι F_1, είναι κάθετη στην επιφάνεια, συνεπώς κατευθύνεται στο κέντρο Ο. Από την ισορροπία του κυλίνδρου έχουμε ότι Στ=0, ως προς οποιοδήποτε σημείο. Επιλέγουμε έναν άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχήματος που διέρχεται από το σημείο Γ και έχουμε:

$$\Sigma\tau=0 \rightarrow F_1\cdot R - F\cdot(\Gamma\Delta) = 0 \rightarrow F_1\cdot R = F\cdot(R + R\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi) \rightarrow$$

$$F_1 = F(1+\sigma\upsilon\nu\phi) = \frac{1}{2}w\left(1+\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}w$$

ii) Αν πάρουμε τις ροπές ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχήματος που διέρχεται από το σημείο Ο, το βάρος, η κάθετη αντίδραση του επιπέδου Ν, καθώς και η δύναμη από το σκαλοπάτι F_1, διέρχονται από το Ο και συνεπώς έχουν μηδενική ροπή, οπότε η μόνη δύναμη που έχει ροπή ως προς Ο είναι η δύναμη F. Αλλά η συνολική ροπή πρέπει να είναι μηδενική, οπότε πρέπει να ασκείται και άλλη δύναμη στον κύλινδρο και αυτή δεν μπορεί να είναι άλλη, από την τριβή που ασκείται στον κύλινδρο από το έδαφος. Οπότε:

$$\Sigma\tau_o=0 \rightarrow T\cdot R - F\cdot(O\Delta)=0 \rightarrow T\cdot R - F\cdot R\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=0 \rightarrow$$

$$T=F\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi = ½\, w\cdot ½ = ¼\, w.$$

iii) Για να ισορροπεί ο κύλινδρος, η παραπάνω τριβή πρέπει να είναι στατική, συνεπώς το μέτρο της θα είναι μικρότερο ή ίσο από την μέγιστη τιμή της στατικής τριβής (την οριακή τριβή) δηλαδή:

$$T \le T_{o\rho} \to T \le \mu_s N \to$$

$$\mu_s \ge \frac{T}{N} \to \mu_s \ge \frac{\frac{1}{4}w}{w} \to \mu_s \ge 0,25$$

Συνεπώς ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής για να μην υπάρχει περιστροφή του κυλίνδρου είναι $\mu_{s/min}$=0,25. Ας σημειωθεί ότι $\Sigma F_y=0 \to N=w$, σχέση που χρησιμοποιήσαμε παραπάνω.

iv) Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα ως προς τον άξονα του κυλίνδρου, που ενώνει τα κέντρα των δύο βάσεών του και θεωρώντας τις δεξιόστροφες ροπές θετικές, παίρνουμε:

$$\Sigma\tau=I\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \to F\cdot(O\Delta)-T\cdot R= \tfrac{1}{2} MR^2\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \to$$

$$\frac{3}{4}Mg\sigma\upsilon\nu\phi - \mu Mg = \frac{1}{2}MRa_{\gamma\omega\nu} \to$$

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{\frac{3}{4}g - 2\mu g\,)}{R} = \frac{(3-8\mu)g}{4R}$$

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{(3-8\mu)g}{4R} = \frac{(3-8\cdot 0,25)10}{4\cdot 0,5} rad/s^2 = 5 rad/s^2$$

dmargaris@sch.gr