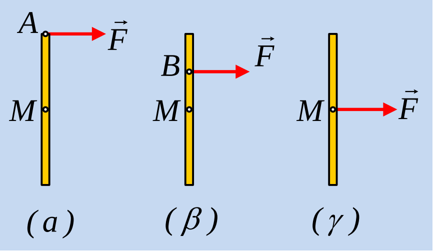
Ισορροπία ή επιτάχυνση δοκού.

Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ομογενής δοκός. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω της μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, κάθετη στη δοκό και στο σχήμα φαίνονται τρεις διαφορετικές εκδοχές για το σημείο εφαρμογής της δύναμης.



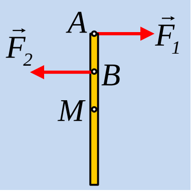
i) Να χαρακτηρίστε ως σωστές ή λανθασμένες τις παρακάτω προτάσεις:

α) Η ράβδος θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση και στις τρεις περιπτώσεις.

β) Το μέσον Μ της δοκού θα αποκτήσει την ίδια επιτάχυνση και στις τρεις περιπτώσεις.

γ) Η επιτάχυνση του σημείου Α (στο (α) σχήμα), θα είναι μεγαλύτερη από την επιτάχυνση του σημείου Β (στο (β) σχήμα).

ii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, ασκώντας τώρα μια ίσου μέτρου (F_1=F_2) αντιπαράλληλη δύναμη στο μέσον Β της ΜΑ, όπως στο σχήμα.



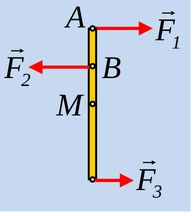
α) Η δοκός θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση

β) Το μέσον Μ θα παραμείνει ακίνητο.

γ) Το άκρο Α θα αποκτήσει επιτάχυνση, με φορά ίδια με τη δύναμη που δέχεται.

iii) Προκειμένου να ισορροπήσει η παραπάνω ράβδος προτείνεται σε ένα σημείο της δοκού Γ, να ασκηθεί μια ακόμη οριζόντια δύναμη F_3. Να εξετάσετε αν υπάρχει αυτή η δυνατότητα, και αν ναι, να βρεθεί η θέση του σημείου Γ.

iv) Στο διπλανό σχήμα, στη δοκό ασκούνται οι δυνάμεις F_1, F_2 και F_3, όπου F_1=F_2 και F_3= ½ F_1 . Να εξετάσετε αν, ασκώντας μια ακόμη δύναμη F_4 πάνω της, η δοκός μπορεί να ισορροπήσει, και αν ναι, να βρεθούν τα χαρακτηριστικά της (μέτρο, κατεύθυνση και σημείο εφαρμογής της).

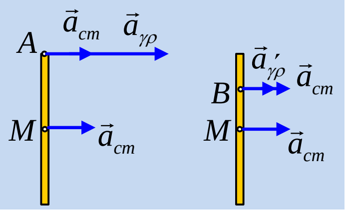


Απάντηση:

i) α) Η πρόταση είναι λανθασμένη. Η ράβδος στο γ) σχήμα θα εκτελέσει μεταφορική κίνηση και δεν θα στραφεί.

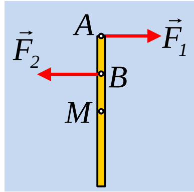
β) Εφαρμόζοντας το 2ο νόμο του Νεύτωνα βρίσκουμε $ΣF=m\cdot α_{cm}$ → $F=mα_{cm}$ και για τις τρεις περιπτώσεις. Η πρόταση είναι σωστή.

γ) Η πρόταση είναι σωστή. Οι ράβδοι θα εκτελέσουν σύνθετη κίνηση και στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι επιταχύνσεις των σημείων Α και Β. Θεωρώντας την κίνηση των δοκών σαν επαλληλία μιας μεταφορικής και μιας περιστροφικής κίνησης, θα έχουμε ότι οι δυο δοκοί θα αποκτήσουν την ίδια επιτάχυνση κέντρου μάζας, όσον αφορά τη μεταφορική κίνηση. Όσον αφορά την περιστροφική γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον Μ, η πρώτη θα αποκτήσει μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση, αφού $Στ=I\cdot α_{γων}$, αλλά ο μοχλοβραχίονας στην πρώτη ράβδο είναι ½ ℓ και στη δεύτερη ¼ ℓ. Έτσι η πρώτη θα αποκτήσει διπλάσια



γωνιακή επιτάχυνση από την δεύτερη. Όμως κάθε σημείο θα αποκτήσει και μια επιτρόχια ή γραμμική επιτάχυνση της ίδιας φοράς και μέτρου $α_{γρ}=α_{γων}\cdot R$, οπότε προκύπτει ότι το σημείο Α θα αποκτήσει τελικά τετραπλάσια επιτρόχια επιτάχυνση από την αντίστοιχη του Β.

ii) Στη δοκό τώρα ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων όπου ΣF=0, συνεπώς δεν θα αποκτήσει επιτάχυνση κέντρου μάζας και το σημείο Μ θα μείνει ακίνητο. Αλλά το ζεύγος αυτό θα προκαλέσει γωνιακή επιτάχυνση και η δοκός θα περιστραφεί γύρω από νοητό κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας Μ.



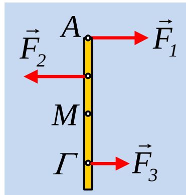
Αλλά τότε το άκρο Α θα αποκτήσει επιτρόχια επιτάχυνση, κάθετη στη δοκό με μέτρο $α_{επ}=α_{γων}\cdot ½\,\ell$. Με βάση αυτά έχουμε:

α) Η δοκός θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση. **Λ.**

β) Το μέσον Μ θα παραμείνει ακίνητο. **Σ.**

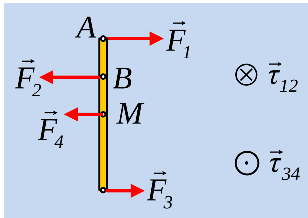
γ) Το άκρο Α θα αποκτήσει επιτάχυνση, με φορά ίδια με τη δύναμη που δέχεται. **Σ.**

iii) Από τη στιγμή που στη δοκό ασκείται ένα ζεύγος δυνάμεων F_1-F_2, δεν μπορεί να εξουδετερωθεί με την δράση μιας άλλης δύναμης, προκαλώντας την ισορροπία της. Γιατί;



Έστω ότι ασκούμε στη δοκό μια κατάλληλη δύναμη F_3, όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών να είναι μηδενικό. Αλλά τότε θα ασκείται στη δοκό συνισταμένη δύναμη $ΣF=F_3$ η οποία θα προκαλέσει την επιτάχυνση της δοκού.

iv) Με βάση την προηγούμενη ερώτηση, δεν μπορούμε να εξουδετερώσουμε τη δράση ενός ζεύγους δυνάμεων, με μια μόνο δύναμη. Είναι απαραίτητη η χρήση ενός άλλου ζεύγους δυνάμεων.



Αλλά το ζεύγος των δυνάμεων F_1-F_2 έχει ροπή μέτρου $τ_{12}=F_1\cdot d=F_1\cdot ¼\,\ell$, με φορά όπως στο σχήμα. Οπότε για να εξουδετερωθεί η ροπή αυτή θα χρειαστούμε ένα νέο ζεύγος με αντίθετη ροπή. Αν x ο μοχλοβραχίονας του νέου αυτού ζεύγους, τότε:

$$τ_{34}=F_3\cdot x \longrightarrow x=\frac{F_1\cdot \frac{\ell}{4}}{\frac{F_1}{2}}=\frac{\ell}{2}$$

συνεπώς θα πρέπει να ασκήσουμε μια δύναμη F_4=5N, στο μέσον της δοκού, όπως στο σχήμα.

dmargaris@sch.gr