# Η ράβδος γλιστράει…

|  |
| --- |
|  |

Μια ομογενής δοκός ΑΒ μάζας 12kg και μήκους ℓ ισορροπεί όπως στο σχήμα, δεμένη στο άκρο κατακόρυφου νήματος, ενώ το άκρο της Β στηρίζεται στο έδαφος, σχηματίζοντας με αυτό γωνία θ, όπου ημθ=0,8. Η δοκός εμφανίζει με το έδαφος συντελεστές τριβής μ=μs=0,2. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Για τη στιγμή, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος να βρεθούν οι επιταχύνσεις του κέντρου μάζας Κ και του άκρου Α της δοκού.

Δίνεται g=10m/s2, ενώ η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κάθετο άξονα που περνά από το μέσον της Κ ισχύει .

***Απάντηση:***

Μόλις κόψουμε το νήμα, η δοκός θα πέσει. Το ερώτημα είναι τι κίνηση θα κάνει; Αυτό εξαρτάται από το αν γλιστρήσει στο άκρο της Β ή όχι.   
Έστω ότι, ασκώντας στο άκρο Β μια κατάλληλη οριζόντια δύναμη **F** εξασφαλίζουμε ότι η δοκός στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, που περνά από το άκρο Β, χωρίς να ολισθαίνει πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

|  |
| --- |
|  |

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα για τη στροφική κίνηση, θα έχουμε, ως προς τον άξονα περιστροφής :

*Στ=ΙΒ∙αγων → Μg∙(ΒΚ)∙συνθ= ΙΒ∙αγων.* (3)

Αλλά από το θεώρημα του Steiner έχουμε:

 και η σχέση (2) γίνεται:



|  |
| --- |
|  |

Αλλά τότε το κέντρο μάζας Κ έχει επιτάχυνση:

→



Ενώ το άκρο Α:

.

Αλλά αναλύοντας την επιτάχυνση του κέντρου μάζα Κ σε δυο συνιστώσες μια οριζόντια και μια κατακόρυφη θα έχουμε (κεντρομόλος επιτάχυνση δεν υπάρχει, αφού τη στιγμή αυτή η ταχύτητα του Κ είναι μηδενική):

*w-Ν=Μ∙ακy → Ν=Μg-Μ∙αΚ∙συνθ=120Ν-12∙4,5∙0,6Ν=87,6Ν*

*και F+Τ=Μ∙αΚx=Μ∙αΚ∙ημθ=12∙4,5∙0,8Ν=43,2Ν*

Αλλά η μέγιστη δυνατή τιμή της στατικής τριβής, η οριακή τριβή έχει μέτρο:

*Τορ=μs∙Ν=0,2∙87,6Ν=17,5Ν*

Και από την παραπάνω σχέση παίρνουμε:

*F=43,2Ν-17,52Ν=25,7Ν*

Αλλά αυτό σημαίνει, ότι χωρίς την δράση της δύναμης F, η δοκός θα γλιστρήσει!!!

……………………….

(*Προφανώς η λύση, μέχρι τη στιγμή αυτή, είναι η λύση της προηγούμενης ανάρτησης με τίτλο:*

[***Ισορροπία και επιτάχυνση μιας δοκού.***](http://dmargaris2.blogspot.gr/2014/02/blog-post_16.html)*)*

………………………………..

**… Οπότε, πάμε από την αρχή!!!**

|  |
| --- |
|  |

Η δοκός εκτελεί σύνθετη κίνηση, η οποία μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αποτελείται από μια μεταφορική και μια στροφική, γύρω από άξονα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, που περνά από το μέσον Κ της δοκού.

Εφαρμόζουμε το 2ο νόμο του Νεύτωνα παίρνοντας:

Μεταφορική κίνηση: Σ

*ΣFx=Μ∙αcmx → Τολ=Μ∙αcmx (4)*

*ΣFy=Μ∙αcmy → Μg-Ν= Μ∙αcmy (5)*

Όπου Τολ=μ∙Ν η τριβή ολίσθησης.

Στροφική κίνηση:

ΣτΚ=Ιcm∙αγων →  →

 (6)

|  |
| --- |
|  |

Οι εξισώσεις (4,), (5) και (6) αποτελούν ένα σύστημα που έχει 4 αγνώστους, οπότε χρειαζόμαστε μια ακόμη εξίσωση. Αυτή θα προκύψει αν εστιάσουμε στην κίνηση του άκρου Β, το οποίο μπορεί να κινηθεί μόνο οριζόντια. Το άκρο Β έχει την επιτάχυνση του κέντρου μάζας και μια επιτρόχια επιτάχυνση κάθετη στη δοκό με μέτρο αεπ=αγων∙R= αγων∙. Αλλά το άκρο Β δεν θα επιταχυνθεί στην κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε:

→ αγων∙ → 

Οπότε η σχέση (6) γράφεται:

 (6α)

Ας επιλύσουμε το σύστημα των εξισώσεων (4), (5) και (6α), αντικαθιστώντας αριθμητικές τιμές (προς το ευκολότερο!)

*Τολ=Μ∙αcmx*

*Μg-Ν= Μ∙αcmy*



*0,2Ν=12∙αcmx*

*120-Ν= 12∙αcmy*



Από την λύση του συστήματος βρίσκουμε *αcmx≈1,1m/s2, αcmy ≈ 4,4m/s2 και αεπ= αγων∙≈ 7,3m/s2*.

Αλλά τότε το κέντρο μάζας Κ έχει επιτάχυνση μέτρου:



|  |
| --- |
|  |

Σχηματίζοντας με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ, με .

Εξάλλου το άκρο Α έχει επιταχύνσεις:

*αx=αcmx+αεπ∙ημθ=(1,1+7,3∙0,8) m/s2 ≈ 6,9 m/s2*

*αy=αcmy+αεπ∙συνθ= =(4,4+7,3∙0,6) m/s2 ≈ 8,8m/s2.*

Οπότε το μέτρο της επιτάχυνσής του είναι:



Σχηματίζοντας με την οριζόντια διεύθυνση γωνία ρ, με 

***Σχόλιο:***

Νομίζω ότι η προηγούμενη ανάρτηση, που το άκρο Β δεν ολισθαίνει, είναι ένα δύσκολο θέμα, το οποίο όμως θα μπορούσε να διαπραγματευθεί ένας καλός μαθητής.

Η παρούσα, έχω την αίσθηση ότι τραβάει μεγάλη ανηφόρα και δεν προσφέρεται για μαθητές, οπότε θα την αναρτήσω στο Blogspot, μόνο για Καθηγητές…

**dmargaris@sch.gr**