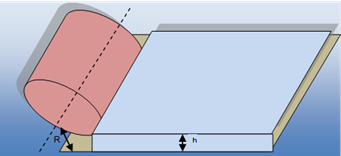
***Ελάχιστη δύναμη και ενέργεια για ν’ ανέβει ο κύλινδρος το σκαλοπάτι..***



Κύλινδρος συμπαγής μάζας **M=100kg** ,ακτίνας **R=0,5m** και ροπής αδράνειας **Ιcm=** πρόκειται να ανεβεί σε σκαλοπάτι ύψους **h=0,2m** . Δίνεται **g=10m/s2**. Η τριβή με την κόχη του σκαλοπατιού είναι αρκετή, ώστε να μην έχουμε ολίσθηση .

**1.** Ποια η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να δαπανήσουμε για να τον ανεβάσουμε . **2.** Πόση είναι η ελάχιστη σταθερή, εφαπτομενική στον κύλινδρο, δύναμη, που πρέπει να ασκήσουμε με το κάθε χέρι μας, και σε ποια σημεία του κυλίνδρου, για να τον ανεβάσουμε. **3.** Ποια η ελάχιστη γωνία στροφής ,που πρέπει να ασκήσουμε τις δυνάμεις με τα χέρια μας , ώστε ο κύλινδρος να ανεβεί με μηδενική κινητική ενέργεια. **4**. Ποιος ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας κατά την άνοδο και σε ποια θέση συμβαίνει αυτό. **5**. Αν επαναλάβουμε ,ασκώντας τις δυνάμεις των χεριών μας μέχρι ν’ ανεβεί ο κύλινδρος και μετά πάψουμε να την ασκούμε, ποια η κινητική ενέργεια τη στιγμή που έχει ανεβεί.

6. Αμέσως μετά τη στιγμή που ανέβηκε ο κύλινδρος, ασκούμε με τις παλάμες μας πιέζοντας , ίσες δυνάμεις κατακόρυφες, στο ανώτερο σημείο του κυλίνδρου, και ο κύλινδρος σταματά μετά από **3m**, κυλιόμενος. Τα χέρια μας ολισθαίνουνε πάνω στον κύλινδρο, μέχρι αυτός να σταματήσει.

α) Σε πόσο χρόνο σταματά

β) αν ο συντελεστής τριβής των χεριών μας με τον κύλινδρο είναι **μ=0,8** , πόση είναι η κάθετη δύναμη που ασκούμε με κάθε χέρι μας, μέχρι να σταματήσει. Δίνονται συν37ο=0,8 , ημ 37ο=0,6 συν14,3ο=συν0,25rad=0,969 ,συν51,3ο=0,625 ,ημ51,3ο=0,78 51,3o=0,895rad , 37o=0,645rad

***Απάντηση:***

**1.** Η ελάχιστη ενέργεια που δαπανάται είναι όταν ο κύλινδρος ανεβεί το σκαλοπάτι με μηδενική κινητική ενέργεια. Άρα το έργο αυτό είναι ίσο με την αύξηση της δυναμικής ενέργειάς του. **W= mgh=** 100.10.0,2J= **200J.**

**2.**  Όταν ο κύλινδρος τείνει ν’ ανέβει ,δεν ακουμπά στο δάπεδο οπότε η κάθετη αντίδραση Ν είναι μηδέν. Οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του είναι: το **βάρος W**, η δύναμη στην κόχη του σκαλοπατιού **FΓ**, οι δυο εφαπτομενικές στον κύλινδρο δυνάμεις των χεριών μας με συνισταμένη **FA** , που ***ασκούνται συμμετρικά ως προς το κατακόρυφο επίπεδο που διέρχεται από το*** ***κέντρο μάζας***, για να μην έχουμε οριζόντια περιστροφή, καθώς και η ακτινική δύναμη των χεριών μας με συνισταμένη **ΝΑ**, έτσι ώστε να είναι ίσες μεταξύ τους.

h

x

R

A

Γ

Κ

Δ

θ

φ

Η ροπή του βάρους ως προς το Γ αρχικά είναι :τw(Γ)= -mgx=-mg= =-mg=-2000=-800Nm.

Οι ροπές των ΝΑ και FΓ ως προς το Γ είναι μηδέν, ως διερχόμενες (οι φορείς τους) από το Γ. Η ροπή της FA ως προς το Γ είναι τFA=FA.dΓ. Για να ανεβεί ο κύλινδρος το σκαλοπάτι, πρέπει η συνολική ροπή ως προς το Γ να είναι μεγαλύτερη ή οριακά ίση με το μηδέν. ΣτΓ FΑdΓ-800 FΑdΓ ή FA,mindΓ,max

Όμως η μεγαλύτερη απόσταση από το Γ είναι 2R ή dΓ,max=2R=1m άρα **FA,min=800Ν** και κάθε χέρι ασκεί εφαπτομενική ελάχιστη δύναμη **400Ν.**

**3.**  Το έργο της ροπής των δυνάμεων που ασκούμε με τα χέρια μας είναι ίσο κατ’ απόλυτη τιμή, με το έργο του βάρους μέχρι να ανεβεί ο κύλινδρος το σκαλοπάτι με μηδενική κινητ. ενέργεια:

W= **FA,min** .**dΓ, max.θmin**= 800.1.θmin=200 ή **θmin**= **0,25rad**= **14,3o**

4. Είναι = (1)

Ο μέγιστος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας συμβαίνει στο τέλος της επιταχυνόμενης στροφικά κίνησης του κυλίνδρου. Επειδή ο πολλαπλασιαστέος όρος είναι διαρκώς θετικός, κι αυτό γιατί ο μοχλοβραχίονας x της ροπής του βάρους W ως προς το Γ, μειώνεται διαρκώς ,ενώ ο όρος μένει σταθερός, ο μέγιστος ρυθμός της κιν. ενέργ. θα συμβεί λίγο πριν καταργήσουμε την FA, γιατί μέχρι τότε αυξάνονταν η γωνιακή ταχύτητα ω, κι αμέσως μετά ,αρχίζει η επιβραδυνόμενη κίνησή του(κατάργηση της FA).

Είναι συν(θ+φ)= ή x1=Rσυν(θ+φ) όμως συνφ= = άρα φ=37ο=0,645rad και φ+θ=51,3ο =0,895rad

x1=0,2.συν51,3ο=0,2.0,625==0,125m

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. μέχρι τη θέση κατάργησης της FA κι έχουμε:

Κτελ.-Καρχ.=WFA+ WB , -(R-h)]

*ΙΑ=* Ιcm+MR2**=**+MR2 ή  ***ΙA*=** και αντικαθιστώντας έχουμε:

-(R-h)]

0,895-1000(0,78.0,5-0,3)

18,75 ή **ω=5,778r/s**

Από την (1) έχουμε: =

**5.**  Εφαρμόζουμε το θ.Μ.Κ.Ε. από την αρχική θέση μέχρι ν’ ανεβεί, κι έχουμε:

Κτελ.-Καρχ.=WFA+ WB ,

, 800.1.(1,57-0,645)-200

18,75 ή **ω’=5,36r/s**

**6.** Η ταχύτητα του κέντρου μάζας ,όταν ο κύλινδρος είναι οριζόντιος ,είναι

**ucm=ω’R**=5,36.0,5**=2,68m/s**, και η γωνιακή ταχύτητα γύρω από το κέντρο μάζας, παραμένει ίδια **ω’=5,36 r/s** . Το c.m. κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση , και ο κύλινδρος σταματά σε απόσταση **xcm=3m**

ucm’=ucm-acmt , xcm=ucmt -

Όταν σταματά ucm=0 t= και xcm= ή **acm**== =**1,2m/s2**

**άρα**  **t**=2,68/1,2=**2,23s**

β) Η συνολική τριβή ολίσθησης των χεριών μας με τον κύλινδρο είναι : ***Τ=μΝ***

ΣFx=macm , ***T-Ts= Macm*** **(2) acm** η επιβράδυνση του κέντρου μάζας

Στ(cm)=Icmαγ , ΤR+TsR=αγ , **Τ+Τs=acm (3) ,, acm=αγR (4)**

Προσθέτω τις (2) και (3) κι έχω: **2Τ**=**acm ή Τ=acm ==90Ν**

**μ=Τ/Ν ή Ν=Τ/μ=90/0,8=112,5Ν**

Άρα το κάθε χέρι μας ασκεί κατακόρυφη δύναμη **Νχ=Ν/2=56,25Ν.**

***Πρόδρομος Κορκίζογλου***

***7ο Γ.Ε.Λ. Νέας Σμύρνης prodkork@hotmail.com***