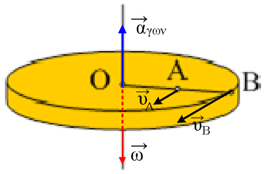
2[ο] ΓΕΛ. ΑΛΙΜΟΥ

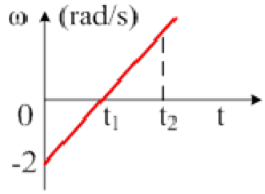
Τμήμα: θετ-τεχν

Διαγώνισμα ΦΥΣΙΚΗΣ

Ονοματεπώνυμο: ……………………………………………………………………… Άλιμος 10/4 / 2013

1) Ο δίσκος του διπλανού σχήματος στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του, ενώ το σημείο Α βρίσκεται στο μέσο της ακτίνας ΟΒ. Το παρακάτω διάγραμμα δείχνει την μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο, όπου η προς τα πάνω κατεύθυνση θεωρείται θετική.





i) Σημειώστε στο σχήμα τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης για μια στιγμή $t΄<t_1$.

ii) Για την παραπάνω στιγμή σχεδιάστε επίσης τις ταχύτητες των σημείων Α και Β.

iii) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες:

α) Ο δίσκος έχει σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. **Σ.**

β) Στον δίσκο ασκείται σταθερή ροπή ως προς τον άξονά του, με φορά προς τα πάνω. **Σ.**

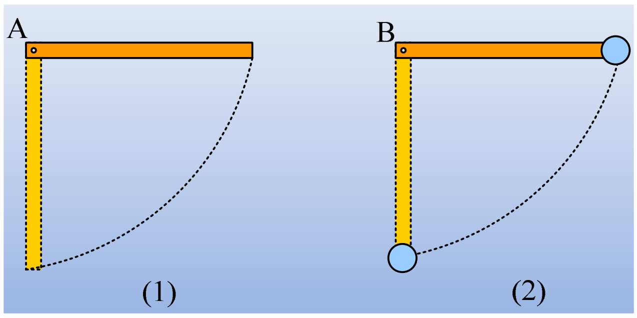
γ) Τη στιγμή t_1 η ασκούμενη ροπή είναι μηδενική. **Λ.**

δ) Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του δίσκου τη στιγμή t_1 είναι μηδέν. **Λ.**

ε) Τη στιγμή t΄ το σημείο Β έχει επιτάχυνση με κατεύθυνση προς το κέντρο Ο του δίσκου. **Λ.**

Μονάδες 8+8+10=26

2) Δυο όμοιες ομογενείς ράβδοι μήκους ℓ και μάζας m, μπορούν να στρέφονται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα τους άκρο, χωρίς τριβές. Στο άλλο άκρο της δεύτερης ράβδου, έχει προσδεθεί ένα μικρό σώμα, αμελητέων διαστάσεων, της ίδιας μάζας m, οπότε έτσι έχουμε δυο στερεά (1) και (2). Τα δυο στερεά ηρεμούν σε κατακόρυφη θέση, όπως στο σχήμα. Εκτρέπουμε τα στερεά φέρνοντάς τα σε οριζόντια θέση και σε μια στιγμή τα αφήνουμε ταυτόχρονα να κινηθούν.



i) Μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση θα αποκτήσει αμέσως μετά, το στερεό:

α) (1) β) (2) γ) θα αποκτήσουν ίσες γωνιακές επιταχύνσεις.

Απ: Τα δυο στερεά έχουν ροπές αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής τους:

$$I_1 = \frac{1}{3}m\ell^2 \text{ και } I_2 = \frac{1}{3}m\ell^2 + m\ell^2 = \frac{4}{3}m\ell^2 = 4I_1$$

Το (1) στερεό θα αποκτήσει γωνιακή επιτάχυνση:

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{1\gamma\omega\nu} \longrightarrow \alpha_{1\gamma\omega\nu} = \frac{mg\frac{\ell}{2}}{\frac{1}{3}m\ell^2} = \frac{3}{2}\frac{g}{\ell}$$

Αντίστοιχα το (2) σώμα:

$$\Sigma\tau = I\cdot\alpha_{2\gamma\omega\nu} \longrightarrow \alpha_{2\gamma\omega\nu} = \frac{mg\frac{\ell}{2}+mg\ell}{\frac{4}{3}m\ell^2} = \frac{\frac{3}{2}mg\ell}{\frac{4}{3}m\ell^2} = \frac{9}{8}\frac{g}{\ell}$$

Συνεπώς μεγαλύτερη γωνιακή επιτάχυνση αποκτά το (1) στερεό. Σωστή η α) πρόταση.

ii) Μεγαλύτερη κινητική ενέργεια θα αποκτήσει το στερεό:

α) (1) β) (2) γ) θα αποκτήσουν ίσες κινητικές ενέργειες.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς κάθετο άξονα που περνά από το άκρο της $I = \frac{1}{3}m\ell^2$.

Απ: Εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ για κάθε στερεό μέχρι η ράβδος να γίνει κατακόρυφη.

Για το (1) έχουμε:

$$mg\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 = K_1$$

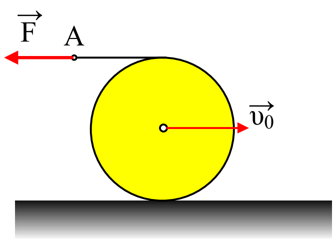
Για το στερεό (2), θεωρώντας ΕΜΔΕ αυτό που περνά από την χαμηλότερη θέση του ελεύθερου άκρου:

$$2mg\ell = mg\frac{\ell}{2} + K_2 \rightarrow K_2 = \frac{3}{2}mg\ell$$

Άρα $K_2 > K_1$ σωστό το β) .

Μονάδες 12+12=24

3) Σε οριζόντιο επίπεδο κυλίεται (χωρίς ολίσθηση) ένας βαρύς κύλινδρος μάζας M=100kg και ακτίνας R=0,4m με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας υ_{0cm}=6m/s. Γύρω από τον κύλινδρο έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα και ασκώντας, στο άκρο του Α, τη στιγμή t=0, μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, τον ακινητοποιούμε, μετά από λίγο. Το «φρενάρισμα» αυτό διαρκεί χρονικό διάστημα Δt=10s, στη διάρκεια του οποίου ο κύλινδρος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει). Να βρεθούν:



i) Η επιτάχυνση (επιβράδυνση) του κυλίνδρου και η απόσταση που διανύει, μέχρι να σταματήσει.

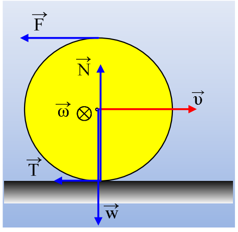
ii) Το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F, καθώς και η τριβή που ασκείται στον κύλινδρο από το έδαφος.

iii) Η ισχύς της δύναμης F και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής (μέτρο και κατεύθυνση) του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του, τη χρονική στιγμή t_2=5s

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I_{cm}= ½ MR^2 .

Μονάδες 10+20+20=50

Απ:



i) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο στη διάρκεια της επιβράδυνσης, όπου F η δύναμη που του ασκείται μέσω του νήματος και T η στατική τριβή, της οποίας δεν ξέρουμε την κατεύθυνση και έστω ότι είναι αντίθετη της ταχύτητας*.

Για την ταχύτητα του κέντρου μάζας έχουμε:

$$\upsilon_{cm} = \upsilon_{0cm} - |\alpha_{cm}| \cdot t \rightarrow |a_{cm}| = \frac{\upsilon_{0cm}}{\Delta t} = \frac{6}{10} m/s^2 = 0{,}6 m/s^2$$

Ενώ η απόσταση που θα διανύσει μέχρι να σταματήσει θα είναι:

$$x_{ολ} = \upsilon_{0cm} \cdot \Delta t - ½ |\alpha_{cm}| \cdot (\Delta t)^2 = 6 \cdot 10 m - ½\, 0{,}6 \cdot 10^2 m = 30 m.$$

ii) Θεωρώντας την κίνηση του κυλίνδρου σύνθετη, εφαρμόζουμε το 2^o νόμο του Νεύτωνα, δουλεύοντας με τα μέτρα των μεγεθών:

Μεταφορική κίνηση: $\Sigma F = M \cdot \alpha_{cm} \rightarrow F + T = M \cdot \alpha_{cm}$ (1)

Περιστροφική κίνηση: $\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{γων} \rightarrow F \cdot R - T \cdot R = ½ MR^2 \cdot \alpha_{γων}$

Αφού όμως ο κύλινδρος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει) θα έχουμε ότι $\alpha_{cm} = \alpha_{γων} \cdot R$ και η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

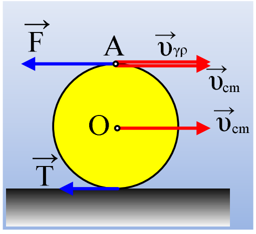
$$F - T = ½ M \cdot \alpha_{cm} \quad (2)$$

Με πρόσθεση των (1) και (2) κατά μέλη παίρνουμε:

$$2F = \frac{3}{2} M a_{cm} \rightarrow F = \frac{3}{4} M a_{cm} = \frac{3}{4} 100 \cdot 0{,}6 N = 45 N$$

Οπότε και: $T = M \cdot \alpha_{cm} - F = 100 \cdot 0{,}6N - 45N = 15N$

Το αποτέλεσμα που βρήκαμε T>0, επιβεβαιώνει τη φορά της τριβής που είχαμε πάρει.



iii) Τη χρονική στιγμή t=5s ο κύλινδρος έχει ταχύτητα:

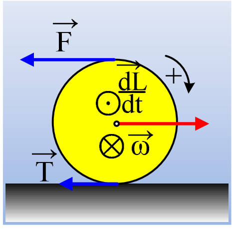
$$\upsilon_{cm} = \upsilon_{0cm} - |\alpha_{cm}| \cdot t = 6 m/s - 0{,}6 \cdot 5 m/s = 3 m/s,$$

οπότε το ανώτερο σημείο A του κυλίνδρου, σημείο εφαρμογής της τάσης του νήματος, ίσου μέτρου με την δύναμη F, έχει τις ταχύτητες που φαίνονται στο διπλανό σχήμα, όπου $\upsilon_{γρ} = \omega \cdot R = \upsilon_{cm}$, αφού ο κύλινδρος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει). Αλλά τότε:

$$\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \upsilon_{γρ} = 2\, \upsilon_{cm} = 6 m/s$$

Οπότε η ισχύς της δύναμης F είναι:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{Fdx\sigma\upsilon\nu 180^o}{dt} = -F\upsilon_A = -45\cdot 6W = -270W$$



Ενώ ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής, θεωρώντας τις δεξιόστροφες ροπές θετικές, είναι:

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau = -FR + TR = -(F-T)R \rightarrow$$

$$\frac{dL}{dt} = -(45-15)\cdot 0{,}4kgm^2/s^2 = -12kgm^2/s^2$$

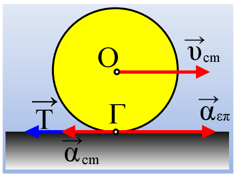
Κάθετη στο επίπεδο της σελίδας με φορά προς τα έξω, όπως στο σχήμα.

Σχόλια:

1) *Μπορούσαμε να βρούμε την κατεύθυνση της τριβής, ελέγχοντας τι πρόκειται να συμβεί μόλις ασκηθεί η δύναμη F στον κύλινδρο. Τότε:

Μεταφορική κίνηση: ΣF=M·α_{cm} → F= M·α_{cm} → $a_{cm} = \frac{F}{M}$

Περιστροφική κίνηση: Στ=I·$\alpha_{\gamma\omega\nu}$ → F·R= ½ MR^2·$\alpha_{\gamma\omega\nu}$ → $a_{\gamma\omega\nu}R = \frac{2F}{M} = a_{\varepsilon\pi} = 2a_{cm}$.



Παίρνοντας τώρα το σημείο Γ, επαφής του κυλίνδρου με το έδαφος, σχεδιάζουμε τις επιταχύνσεις, όπως στο διπλανό σχήμα, αλλά τότε το σημείο Γ θα έχει επιτάχυνση προς τα δεξιά, πράγμα που σημαίνει ότι τείνει να ολισθήσει προς τα δεξιά και για να μην συμβεί αυτό (ο κύλινδρος κυλίεται), θα ασκηθεί στατική τριβή με φορά προς τα αριστερά.

2) Η ισχύς της F, θα μπορούσε να υπολογιστεί θεωρώντας ότι λειτουργεί και ως δύναμη (για τη μεταφορική κίνηση) και ως ροπή (για τη στροφική κίνηση):

$$P=P_F+P_\tau=-F\cdot\upsilon_{cm}-(F\cdot R)\cdot\omega = -2F\cdot\upsilon_{cm} = -270W.$$

Καλή Επιτυχία

Διονύσης Μάργαρης