Φάσεις και γραφικές παραστάσεις στην επιφανειακή συμβολή.

Στην επιφάνεια ενός ηρεμούντος υγρού τη στιγμή t_0=0 τίθενται σε ταλάντωση ταυτόχρονα δυο πηγές με συχνότητα 1Hz και με πλάτος 3mm, οπότε δημιουργούν κύματα τα οποία θεωρούμε ότι διαδίδονται με σταθερό πλάτος. Κάθε σημείο στο οποίο φτάνει ένα κύμα ξεκινά την ταλάντωσή του προς τα πάνω. Ένα σημείο Σ απέχει αποστάσεις 0,6m και 1,2m από τις πηγές και το πρώτο κύμα, φτάνει στο Σ τη στιγμή t_1=3s.

i) Να υπολογιστούν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος και το μήκος του κύματος.

ii) Αφού βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων, να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Σ, μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων.

iii) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις:

α) της απομάκρυνσης του σημείου Σ και

β) της φάσης της απομάκρυνσης του Σ

μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=10s.

Απάντηση:

i) Από το χρόνο διάδοση του πρώτου κύματος βρίσκουμε:

$$\upsilon = \frac{r_1}{t_1} = \frac{0{,}6m}{3s} = 0{,}2m/s$$

$$\text{Αλλά } \upsilon=\lambda\cdot f \rightarrow \lambda = \frac{\upsilon}{f} = \frac{0{,}2m/s}{1s^{-1}} = 0{,}2m$$

ii) Για το πρώτο κύμα έχουμε:

$$y_1 = A\cdot\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1}{\lambda}\right) = 3\cdot\eta\mu 2\pi(t-5r_1)$$ το y_1 σε mm, t σε s, r_1 σε m και $t \geq 0$ και $x \leq 0{,}2t$

Και για το δεύτερο κύμα:

$$y_2 = A\cdot\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_2}{\lambda}\right) = 3\cdot\eta\mu 2\pi(t-5r_2)$$ το y_1 σε mm, t σε s, r_2 σε m και $t \geq 0$ και $x \leq 0{,}2t$

Το δεύτερο κύμα φτάνει στο σημείο Σ τη στιγμή $t_2 = \frac{r_2}{\upsilon} = \frac{1{,}2m}{0{,}2m/s} = 6s$, οπότε για t ≥6s έχουμε για την απομάκρυνση του σημείου Σ:

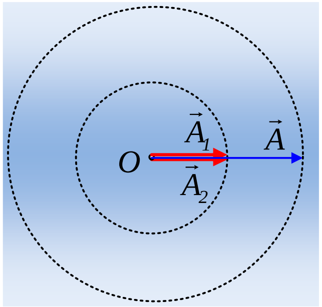
$$y = y_1 + y_2 = 2A\cdot\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_1-r_2}{2\lambda}\cdot\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r_1+r_2}{2\lambda}\right) \rightarrow$$

$$y = 6\cdot\sigma\upsilon\nu 3\pi\cdot\eta\mu 2\pi(t-4{,}5) = -6\cdot\eta\mu(2\pi t-9\pi) = 6\cdot\eta\mu(2\pi t-8\pi) \ (1) \rightarrow$$

$$y = 6\cdot\eta\mu(2\pi(t-6)+4\pi) = 6\cdot\eta\mu 2\pi(t-6)$$ το y σε mm, t σε s και $t \geq 6$s. (2)

Ποια είναι η αρχική φάση της απομάκρυνσης του σημείου Σ, για την ταλάντωση που θα πραγματοποιήσει μετά την συμβολή των δύο κυμάτων, ή διαφορετικά γιατί αλλάξαμε τη μορφή της εξίσωσης (1) δίνοντας την εξίσωση (2);

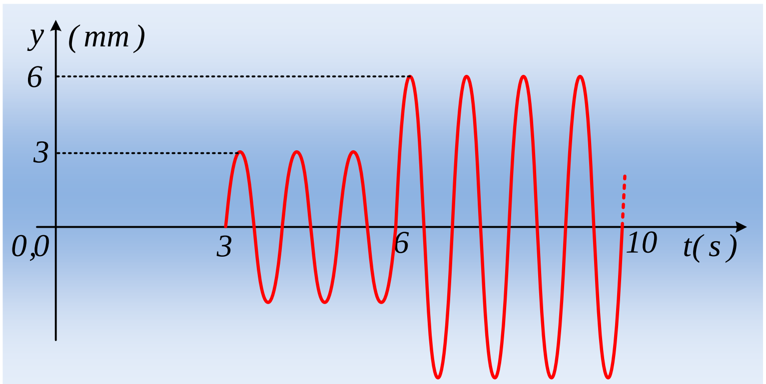
Το σημείο Σ θα εκτελέσει την σύνθετη ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση των δύο ταλαντώσεων εξαιτίας των δύο κυμάτων. Αλλά η φάση της πρώτης ταλάντωσης είναι $\varphi_1 = 2\pi(t - 5r_1) = 2\pi t - 6\pi$, ενώ της δεύτερης $\varphi_2 = 2\pi(t - 5r_2) = 2\pi t - 12\pi$, συνεπώς η διαφορά φάσης μεταξύ τους είναι $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 6\pi$ (rad), αλλά τότε το πλάτος της ταλάντωσης είναι $A = A_1 + A_2 = 6mm$ ενώ η αρχική φάση της συνισταμένης ταλάντωσης θα είναι μηδενική. Μπορούμε να δούμε, τι προκύπτει αν πάρουμε τα περιστρεφόμενα διανύσματα που παριστάνουν τα δυο πλάτη των επιμέρους ταλαντώσεων, τα οποία ταυτίζονται! Θα πρέπει λοιπόν η εξίσωση της φάσης να δίνει για t=6s, φ=0!!!



iii) α) Για την απομάκρυνση της ταλάντωσης του σημείου Σ έχουμε:

$$y = \begin{cases} 0 & \text{όταν } t < 3s \\ 3 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 3) & \text{όταν } 3s \le t < 6s \\ 6 \cdot \eta\mu 2\pi(t - 6) & \text{όταν } 6s \le t \le 10s \end{cases}$$

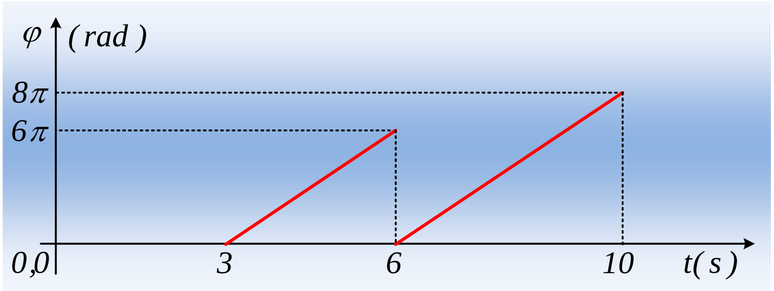
Οπότε η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του Σ, έχει τη μορφή:



β) Αντίστοιχα για τη φάση της απομάκρυνσης του σημείου Σ έχουμε;

$$\varphi = \begin{cases} \text{Δεν ορίζεται} & \text{όταν } t < 3s \\ 2\pi(t - 3) & \text{όταν } 3s \le t < 6s \\ 2\pi(t - 6) & \text{όταν } 6s \le t \le 10s \end{cases}$$

Και η αντίστοιχη γραφική παράσταση:



dmargaris@sch.gr