

Ταλάντωση ενός σημείου κατά την διάδοση κύματος.

Στην άκρη Ο μιας ομογενούς χορδής βρίσκεται πηγή κύματος η οποία ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = 0,1 \eta\mu(4\pi t)$ (μονάδες στο S.I.). Το εγκάρσιο κύμα που παράγεται διαδίδεται με ταχύτητα 2m/s . Ένα σημείο Σ απέχει $1,25\text{m}$ από το άκρο Ο.

i) Να βρεθεί η φάση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που πραγματοποιεί το σημείο Σ, καθώς και η ταχύτητά του τις χρονικές στιγμές:

$$\alpha) t_1=0,5\text{s} \text{ και } \beta) t_2= 1,5\text{s}$$

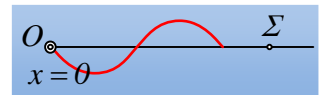
ii) Βρείτε την κινητική ενέργεια και τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε μια στοιχειώδη μάζα της χορδής 10^{-6}kg , η οποία βρίσκεται στο Σ τη χρονική στιγμή $t_3=2\text{s}$.

Απάντηση:

i) Από την εξίσωση του κύματος έχουμε $\omega=4\pi$ (rad/s) $\rightarrow f=2\text{Hz}$ ή $T=0,5$ s, οπότε από την σχέση $v=\lambda f$ έχουμε:

$$\lambda = \frac{v}{f} = 1\text{m}$$

Οπότε η εξίσωση του κύματος, θεωρώντας το άκρο Ο της χορδής ως αρχή του άξονα ($x=0$) είναι:



$$y = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi(2t - x) \text{ με } t \geq \frac{x}{v} \text{ ή } t \geq \frac{x}{2} \text{ (μονάδες στο S.I.) (1)}$$

Η φάση της απομάκρυνσης του σημείου Σ δίνεται από τη σχέση:

$$\varphi = 2\pi(2t - x) = 2\pi(2t - 1,25) = 4\pi t - 2,5\pi \text{ (S.I.)}$$

Όμως η φάση αυτή θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη ή ίση με το μηδέν, οπότε:

$$4\pi t - 2,5\pi \geq 0 \rightarrow t \geq 0,625 \text{ s}$$

Εξάλλου αν δούμε και το πεδίο ορισμού της εξίσωσης του κύματος $t \geq \frac{x}{2}$ ή $t \geq \frac{1,25}{2}$ θα καταλήξουμε

στο ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα.

Αλλά θα μπορούσαμε να βρούμε και το χρονικό διάστημα για να φτάσει το κύμα στο σημείο Σ:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{1,25}{2} \text{ s} = 0,625 \text{ s}$$

α) Με βάση τα παραπάνω τη στιγμή $t_1=0,5\text{s}$, το κύμα δεν έχει φτάσει ακόμη στο Σ, με αποτέλεσμα να μην έχει νόημα η φάση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης, αφού δεν υπάρχει καμιά ταλάντωση!

Και προφανώς δεν υπάρχει και ταχύτητα ταλάντωσης!

β) Ενώ για τη στιγμή $t_2=1,5\text{s}$ έχουμε $\varphi_{\Sigma} = 4\pi t_2 - 2,5\pi = (6\pi - 2,5\pi) \text{ rad} = 3,5\pi \text{ rad}$.

Εξάλλου τη στιγμή αυτή η ταχύτητα του σημείου Σ είναι:

$$v = v_{\max} \cdot \sin(4\pi t - 2,5\pi) = v_{\max} \cdot \sin(3,5\pi) = 0$$

ii) Θέτοντας στην (1) $x = 1,25\text{m}$ παίρνουμε την εξίσωση της απομάκρυνσης ταλάντωσης του σημείου Σ:

$$y = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi(2t - x) = 0,1 \cdot \eta\mu 2\pi(2t - 1,25) = 0,1 \cdot \eta\mu(4\pi t - 2,5\pi) \text{ με } t \geq 0,625\text{s (S.I.)}$$

Επομένως η ταχύτητα ταλάντωσης του Σ, θα είναι:

$$v = v_{\max} \cdot \sin(4\pi t - 2,5\pi) = 0,1 \cdot 4\pi \cdot \sin(4\pi \cdot 2 - 2,5\pi) = 0,4\pi \sin(5,5\pi) = 0$$

Αλλά τότε και η κινητική ενέργεια της στοιχειώδους μάζας είναι μηδενική.

Εξάλλου από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για τη στοιχειώδη μάζα παίρνουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a = m \cdot (-\omega^2 A \cdot \eta\mu(4\pi t - 2,5\pi)) \rightarrow$$

$$\Sigma F = -m\omega^2 A \cdot \eta\mu(4\pi t - 2,5\pi) = -10^{-6} \cdot (4\pi)^2 \cdot 0,1 \cdot \eta\mu(8\pi - 2,5\pi) \text{ N} \approx 16 \cdot 10^{-6} \text{ N}$$

dmargaris@sch.gr