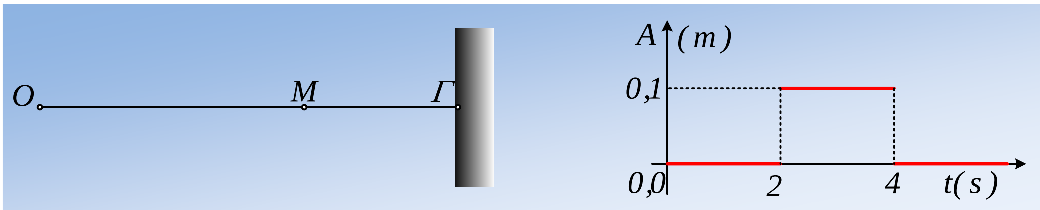
# *Ένα στάσιμο κύμα σε νήμα και ταλαντώσεις σημείων.*

Το άκρο Γ, ενός τεντωμένου οριζόντιου νήματος ΟΓ είναι δεμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Τη στιγμή $t_0=0$ το άκρο Ο τίθεται σε κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση, με εξίσωση y=Αημ2πt, οπότε κατά μήκος του νήματος διαδίδεται ένα εγκάρσιο κύμα με μήκος κύματος λ=1,2m. Θεωρούμε ότι το κύμα διαδίδεται χωρίς αποσβέσεις, με σταθερό πλάτος. Η γραφική παράσταση του πλάτους ταλάντωσης ενός σημείου Μ του νήματος, σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνεται στο διπλανό διάγραμμα, ενώ το άκρο Ο συνεχίζει να ταλαντώνεται μέχρι τη στιγμή t=6s.




i) Πόσο απέχει το σημείο Μ από το άκρο Ο και πόσο είναι το μήκος του νήματος;

ii) Ένα σημείο Ν είναι δεξιότερα του Μ σε απόσταση (ΜΝ)=0,3m. Να κάνετε τη γραφική παράσταση του πλάτους ταλάντωσης του σημείου Ν σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή t=6s.

iii) Να κάνετε επίσης την αντίστοιχη γραφική παράσταση για το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου Ρ, το οποίο είναι αριστερότερα του Μ σε απόσταση (ΡΜ)=0,1m, για το ίδιο χρονικό διάστημα.

***Απάντηση:***

i) Αφού $\omega=2\pi$ (rad), $f=1Hz$ και η ταχύτητα του κύματος είναι $\upsilon=\lambda\cdot f=1{,}2m/s$.

Με βάση το διάγραμμα το κύμα για να φτάσει στο σημείο Μ χρειάζεται χρονικό διάστημα $t_1=2s$, συνεπώς το σημείο βρίσκεται σε απόσταση d=(ΟΜ)=υt=1,2·2m=2,4m από το άκρο Ο.

Το σημείο Μ ταλαντώνεται μέχρι την χρονική στιγμή $t_2=4s$ με πλάτος Α, γιατί μετά το πλάτος ταλάντωσης μηδενίζεται. Γιατί; Το άκρο Ο ταλαντώνεται και μετά τη στιγμή t=4s, άρα προφανώς το κύμα από αριστερά προς τα δεξιά συνεχίζει να διαδίδεται. Απλά το κύμα ανακλάστηκε στο άκρο Γ και μετά από την συμβολή προέκυψε στάσιμο κύμα, όπου στο σημείο Μ έχουμε δεσμό.

Συνεπώς το κύμα για να πάει από το Μ στο Γ και να επιστρέψει θα χρειαστεί χρονικό διάστημα Δt=4s-2s=2s, διανύοντας απόσταση s=υ·Δt = 2,4m. Άρα η απόσταση (ΜΓ)=1,2m και το μήκος του νήματος είναι 2,4m+1,2m=3,6m.

ii) Το σημείο Ν απέχει κατά 0,3m=λ/4 από έναν δεσμό, συνεπώς αντιστοιχεί σε κοιλία του στάσιμου κύματος. Το κύμα προς τα δεξιά για να φτάσει στο Ν θα χρειαστεί χρόνο:

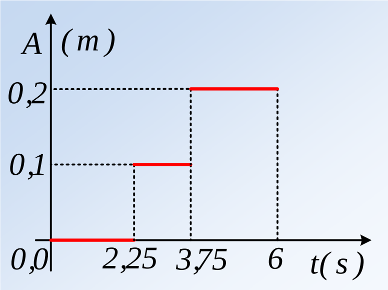
$$t_3=\frac{x_N}{\upsilon}=\frac{(2{,}4+0{,}3)m}{1{,}2m/s}=2{,}25s,$$

ενώ συμβολή θα έχουμε στο σημείο Ν, μετά από χρονικό διάστημα

$$\Delta t_3 = \frac{s}{\upsilon} = \frac{2 \cdot 0,9m}{1,2m/s} = 1,5s\,.$$

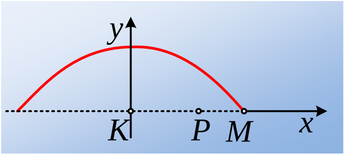
Δηλαδή δημιουργείται κοιλία στο Ν την χρονική στιγμή $t_4=t_3+\Delta t_3=2,25+1,5=3,75s$, οπότε το σημείο ταλαντώνεται με πλάτος 2·0,1m=0,2m.

Συνεπώς η γραφική παράσταση του πλάτους ταλάντωσης του Ν είναι όπως στο παρακάτω σχήμα.




iii) Το σημείο Ρ απέχει από το άκρο Ο απόσταση (ΟΜ)-(ΡΜ)=2,4m-0,1m=2,3m και για να φτάσει το κύμα σε αυτό θα περάσει χρονικό διάστημα $t_P = \frac{(OP)}{\upsilon} = \frac{2,3m}{1,2m/s} = \frac{23}{12}s$. Εξάλλου μετά από ανάκλαση το κύμα που επιστρέφει θα χρειαστεί χρονικό διάστημα $t_P' = \frac{2(P\Gamma)}{\upsilon} = \frac{2 \cdot 1,3m}{1,2m/s} = \frac{13}{6}s.$

Η απόσταση μιας κοιλίας και ενός δεσμού είναι ίση με λ/4=0,3, οπότε αν πάρουμε την πρώτη κοιλία αριστερά του Μ, έστω η κοιλία Κ, η οποία ταλαντώνεται με πλάτος 0,2m και θεωρήσουμε ως αρχή του άξονα το σημείο Κ, τότε το πλάτος της ταλάντωσης, θα ικανοποιεί την εξίσωση:

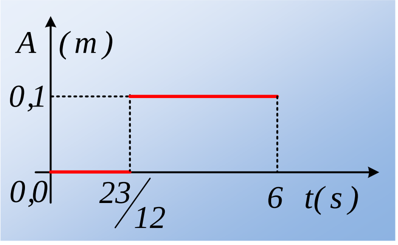



$$A = \left| 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x}{\lambda} \right|$$

Αλλά τότε η θέση του σημείου Ρ είναι x=0,2m και με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$A_P = \left| 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{0,2}{1,2} \right| = 0,2 \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{3} = 0,1m$$

Δηλαδή το πλάτος ταλάντωσης, μετά τη συμβολή είναι ίσο με το πλάτος και πριν την συμβολή, οπότε η γραφική παράσταση έχει την παρακάτω μορφή.




**dmargaris@sch.gr**