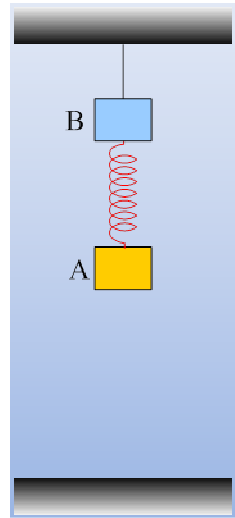


Μια ταλάντωση, πτώση και μετά μια δεύτερη.

Τα δυο σώματα A και B με ίσες μάζες $m_1=m_2=m=1\text{kg}$, ηρεμούν όπως στο σχήμα, όπου το ελατήριο έχει σταθερά $k=100\text{N/m}$, ενώ το A βρίσκεται σε ύψος $h=0,45\text{m}$ από το έδαφος. Απομακρύνουμε κατακόρυφα προς τα πάνω το σώμα A, κατά $y_1=0,1\text{m}$ και σε μια στιγμή που θεωρούμε $t=0$, το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί εκτελώντας ΑΑΤ.



- i) Να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσής του σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας την προς τα πάνω κατεύθυνση θετική.
- ii) Να βρεθεί η εξίσωση της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.
- iii) Τη στιγμή που η τάση του νήματος γίνεται ελάχιστη για τρίτη φορά, το νήμα κόβεται και τα σώματα πέφτουν. Με την κρούση με το έδαφος το σώμα A προσκολλάται. Να βρεθεί η ενέργεια της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το B σώμα.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- i) Η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος A δίνεται από την εξίσωση

$$y=A\cdot\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$$

όπου $A=y_1=0,1\text{m}$, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1}}\text{rad/s} = 10\text{rad/s}$, ενώ τη στιγμή $t=0$, $y=+A$, οπότε:

$$+A=A\cdot\eta\mu\varphi_0 \rightarrow \varphi_0=\frac{\pi}{2}, \text{ συνεπώς η εξίσωση παίρνει τη μορφή:}$$

$$y = 0,1 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ μονάδες στο S.I.}$$

- ii) Στην θέση ισορροπίας του σώματος A, έχουμε:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F_{ελ}=mg \rightarrow \Delta\ell = \frac{m_1 g}{k} = \frac{1 \cdot 10}{100} \text{m} = 0,1\text{m}$$

Όπου $\Delta\ell$ η επιμήκυνση του ελατηρίου.

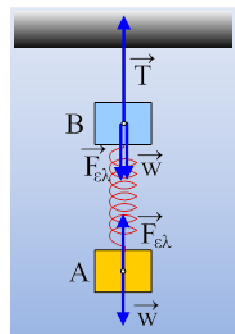
Στην τυχαία θέση ταλάντωσης, για το σώμα A θα έχουμε:

$$\Sigma F=-ky \rightarrow F_{ελ}-mg=-ky \rightarrow F_{ελ}=mg-ky \rightarrow$$

$$F_{ελ} = 10 - 10 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

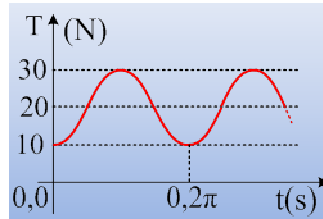
Από την παραπάνω εξίσωση βλέπουμε ότι η δύναμη του ελατηρίου είναι πάντα θετική (φορά προς τα πάνω), πράγμα αναμενόμενο, αφού εκτρέψαμε το σώμα προς τα πάνω κατά y_1 , όσο και η επιμήκυνση του ελατηρίου, συνεπώς η αρχική θέση, ήταν η θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Αλλά τότε η δύναμη του ελατηρίου στο σώμα B, θα έχει φορά προς τα κάτω, με το ίδιο μέτρο και από την ισορροπία του B σώματος παίρνουμε;



$$\Sigma F_B=0 \rightarrow T=w_2+|F_{ελ}| = 10+10-10 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = 20-10 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

Και η γραφική της παράσταση είναι της μορφής:



- iii) Τη στιγμή που η τάση του νήματος γίνεται ελάχιστη, το σώμα είναι στην πάνω ακραία θέση της ταλάντωσής του, έχοντας μηδενική ταχύτητα και με βάση τα παραπάνω το ελατήριο έχει το φυσικό μήκος του. Κατά συνέπεια δεν ασκεί δύναμη στα σώματα, τα οποία δεχόμενα μόνο το βάρος εκτελούν ελεύθερη πτώση. Έτσι το σώμα Α, θα φτάσει στο έδαφος μετά από χρόνο:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,45}{10}}s = 0,3s$$

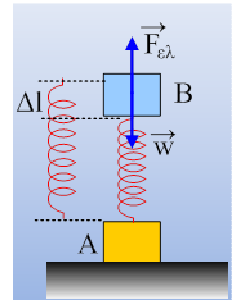
Τη στιγμή αυτή, το Β σώμα θα έχει αποκτήσει ταχύτητα $v_2=gt=10 \cdot 0,3m/s=3m/s$ και αφού το Α θα σταματήσει να κινείται, το Β θα αρχίσει να συσπειρώνει το ελατήριο, ξεκινώντας την δική του ΑΑΤ, από μια θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

Στη θέση όμως ισορροπίας του σώματος Β ισχύει:

$$\Sigma F=0 \rightarrow F_{ελ}=k \cdot \Delta\ell \rightarrow \Delta\ell = \frac{m_1g}{k} = \frac{1 \cdot 10}{100}m = 0,1m$$

Συνεπώς τη στιγμή που αρχίζει την ταλάντωσή του απέχει κατά $y_2=0,1m$ από τη θέση ισορροπίας του, έχοντας ταχύτητα $3m/s$, οπότε η ενέργεια ταλάντωσής του είναι:

$$E = \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}ky_2^2 = \frac{1}{2}1 \cdot 3^2 J + \frac{1}{2}100 \cdot 0,1^2 J = 5J$$



dmargaris@sch.gr