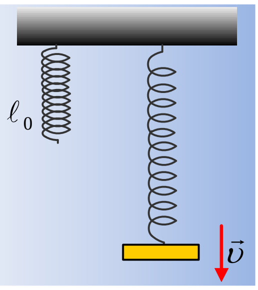
Φθίνουσα Ταλάντωση και απώλεια ενέργειας.



Ένα ελατήριο σταθεράς k=40N/m κρέμεται κατακόρυφα έχοντας φυσικό μήκος l_0=0,5m. Δένουμε στο κάτω άκρο του ένα σώμα μάζας 2kg και το αφήνουμε να κινηθεί, οπότε αυτό εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, εξαιτίας της αντίστασης του αέρα. Σε μια στιγμή t_1 το σώμα κινείται προς τα κάτω και το ελατήριο έχει μήκος l_1=1,2m. Στη θέση αυτή το σώμα έχει ταχύτητα υ_1= 2m/s ενώ επιβραδύνεται με ρυθμό 4,1m/s^2. Να βρείτε:

i) Την μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική από 0-t_1.

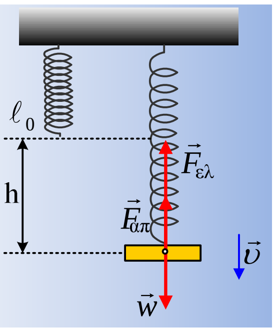
ii) Τη σταθερά απόσβεσης b.

iii) Την ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1.

iv) Τον ρυθμό με τον οποίο μειώνεται η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1.

Θεωρείται γνωστό ότι για την ταλάντωση που θα επακολουθήσει D=k και g=10m/s^2.

Απάντηση:



i) Θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από την θέση που το ελατήριο έχει μήκος 1,2m, έχουμε:

$$E_{Μηχ/αρχ} = mgh = 2·10·0,7J=14J.$$

Ενώ στην θέση που δίνεται:

$$E_{Μηχ/τελ}=K+U_{ελ}=\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}k(\Delta\ell)^2 \rightarrow$$

$$E_{Μηχ/τελ}= ½\ 2·2^2J+ ½\ 40·0,7^2J=4J+9,8J=13,8J$$

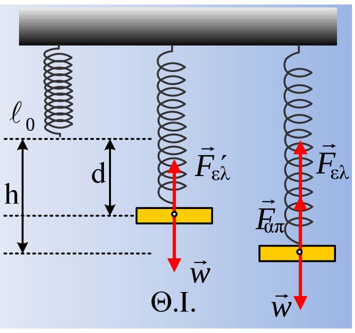
Έτσι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας (η ενέργεια που μετετράπη σε θερμική) είναι ίση:

$$Q=14J-13,8J=0,2J.$$

ii) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα φαίνονται στο παραπάνω σχήμα:

$$ΣF=ma \rightarrow mg-k\Delta\ell-b\upsilon=ma \rightarrow$$

$$b=\frac{mg-k\Delta\ell-ma}{\upsilon}=\frac{2\cdot 10-40\cdot 0{,}7-2\cdot(-4{,}1)}{2}kg/s=0{,}1kg/s$$



iii) Η ενέργεια ταλάντωσης τη στιγμή t_1 είναι ίση με :

$$E_1=K+U=\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}Dx^2$$

Αλλά στη θέση ισορροπίας (στη θέση που τελικά το σώμα θα ηρεμήσει χωρίς να δέχεται δύναμη απόσβεσης) έχουμε:

$$Σ\vec{F}=0 \text{ ή } mg=F'_{ελ} \text{ ή } mg=k·d \rightarrow$$

$$d=\frac{mg}{k}=\frac{2\cdot 10}{40}m=0{,}5m$$

Συνεπώς τη στιγμή t_1 βρίσκεται σε απομάκρυνση x=h-d=0,2m και η ενέργεια ταλάντωσης είναι:

$$E_1 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}2\cdot 2^2\,J + \frac{1}{2}40\cdot 0{,}2^2\,J = 4{,}8J$$

iv) Ο ρυθμός με τον οποίο η ενέργεια ταλάντωσης μετατρέπεται σε θερμότητα είναι αντίθετος με την ισχύ της $F_{απ}$:

$$P=|F_{απ}|\cdot|\upsilon|\cdot συνα = -|F_{απ}|\cdot|\upsilon| = -b\upsilon^2 = -0{,}1\cdot 2^2 W = -0{,}4\ W,$$

Συνεπώς ο ρυθμός με τον οποίο η ενέργεια ταλάντωσης μετατρέπεται σε θερμική είναι + 0,4J/s.

Σχόλιο:

Θα μπορούσαμε να απαντήσουμε στο i) ερώτημα ασχολούμενοι μόνο με την ενέργεια ταλάντωσης.

Η αρχική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με:

$$E_0 = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}40\cdot 0{,}5^2\,J = 5J$$

Τη στιγμή t_1 η ενέργεια ταλάντωσης υπολογίστηκε E_1=4,8J, συνεπώς η απώλεια της ενέργειας ταλάντωσης είναι ίση με E_0-E_1=0,2J.

dmargaris@sch.gr