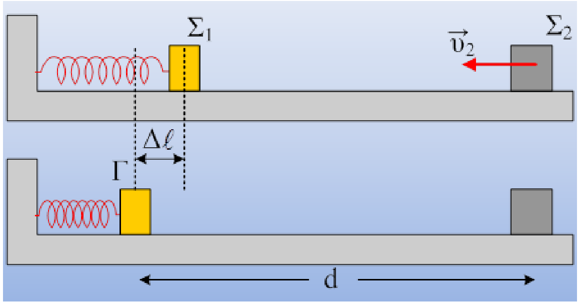
Μια πλαστική κρούση και ενέργειες ταλάντωσης.



Ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=20N/m. Μετακινούμε το σώμα $Σ_1$ συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά Δℓ=0,5m, φέρνοντάς το στη θέση Γ. Για t=0 αφήνουμε το σώμα Σ ελεύθερο να ταλαντωθεί, (δεχόμαστε ότι αυτό εκτελεί α.α.τ.) ενώ τη στιγμή αυτή απέχει απόσταση (ΓΔ)= d=5m από ένα δεύτερο σώμα μάζας m_2=3kg, το οποίο κινείται αντίθετα κατά μήκος του άξονα του ελατηρίου. Τη χρονική στιγμή t_1=1s τα δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά.

i) Σε ποια θέση συγκρούσθηκαν τα δύο σώματα και με ποια ταχύτητα $υ_2$ κινείτο το δεύτερο σώμα $Σ_2$;

ii) Ποια η ενέργεια ταλάντωσης πριν και μετά την κρούση;

iii) Με ποια ταχύτητα το συσσωμάτωμα θα φτάσει στη θέση Γ;

iv) Ποιο το πλάτος ταλάντωσης μετά την κρούση;

Θεωρείστε ότι και το σώμα $Σ_2$ κινείται χωρίς τριβές, η κίνηση μετά την κρούση είναι απλή αρμονική ταλάντωση και $π^2 \approx 10$.

Απάντηση:

i) Η περίοδος ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$ είναι ίση με $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{20}}s = 2s$, συνεπώς τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα θα βρίσκεται στην δεξιά ακραία θέση της ταλάντωσής του, έχοντας μηδενική ταχύτητα. Θα απέχει δηλαδή κατά s=2A= 1m, από το σημείο Γ, ή αν προτιμάτε 0,5m από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Αλλά τότε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία είχε κινηθεί το δεύτερο σώμα $Σ_2$ είναι:

$$\upsilon_2 = \frac{d-s}{t_1} = \frac{5m-1m}{1s} = 4m/s\,.$$

ii) Εφαρμόζοντας την διατήρηση της ορμής για την κρούση, με θετική την φορά προς τα αριστερά παίρνουμε:

$$\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετα} \rightarrow m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)V_κ \rightarrow$$

$$V_\kappa = \frac{m_2 \upsilon_2}{m_1 + m_2} = \frac{3 \cdot 4}{2+3} m/s = 2{,}4 m/s$$

Για τις ενέργειες ταλάντωσης θα έχουμε:

$$E_{\pi\rho} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 20 \cdot 0{,}5^2 J = 2{,}5 J \text{ και}$$

$$E_{\mu\varepsilon\tau} = K + U = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_\kappa^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} 5 \cdot 2{,}4^2 J + \frac{1}{2} 20 \cdot 0{,}5^2 J = 16{,}9 J$$

Αφού τη στιγμή της κρούσης, το συσσωμάτωμα βρίσκεται σε απομάκρυνση 0,5m από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, η οποία θα είναι η θέση ισορροπίας **και** για την νέα ταλάντωση που θα πραγματοποιήσει.

iii) Η ενέργεια της νέας ταλάντωσης παραμένει σταθερή, οπότε:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_\kappa^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_\Gamma^2 + \frac{1}{2} k x_\Gamma^2 \rightarrow$$

$$V_\Gamma = V_\kappa = 2{,}4 m/s$$

iv) Και πάλι από την ενέργεια ταλάντωσης παίρνουμε:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_\kappa^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A_1^2 \rightarrow$$

$$A_1 = \sqrt{x^2 + \frac{m_1 + m_2}{k} V_\kappa^2} = \sqrt{0{,}5^2 + \frac{2+3}{20} 2{,}4^2} m = 1{,}3 m$$

Όπου A_1 το πλάτος ταλάντωσης μετά την κρούση.

dmargaris@sch.gr