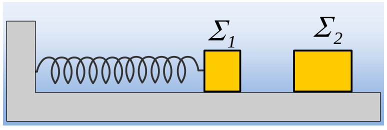
Μια ελαστική κρούση και δύο ταλαντώσεις.



Ένα σώμα Σ_1 ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, απέχοντας κατά d από ένα δεύτερο σώμα Σ_2, διπλάσιας μάζας, όπως στο σχήμα. Εκτρέπουμε το σώμα Σ_1 προς τα αριστερά κατά 2d, συμπιέζοντας το ελατήριο και στη συνέχεια το αφήνουμε να ταλαντωθεί. Η κρούση των σωμάτων είναι κεντρική και ελαστική.

i) Μετά την κρούση το σώμα Σ_1:

α) θα αποκτήσει μηδενική ταχύτητα,

β) θα κινηθεί προς τα δεξιά,

γ) θα κινηθεί προς τα αριστερά.

ii) Το σώμα Σ_2 θα αποκτήσει κινητική ενέργεια:

α) $K_2 < ½\, kd^2$, β) $K_2 = ½\, kd^2$, γ) $K_2 > ½\, kd^2$.

iii) Για το νέο πλάτος ταλάντωσης του Σ_1 μετά την κρούση θα ισχύει:

α) $A_1 < d$, β) $A_1 = d$, γ) $A_1 > d$.

Να δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

Απάντηση:

Το σώμα Σ_1 θα εκτελέσει ΑΑΤ πλάτους Α=2d και με σταθερά επαναφοράς D=k, μέχρι τη στιγμή της κρούσης, η ενέργεια της οποίας παραμένει σταθερή. Αν λοιπόν υ_1 η ταχύτητά του ελάχιστα πριν την κρούση, θα ισχύει:

$$E = K + U \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}k(2d)^2 = \frac{1}{2}kd^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \; (1)$$

i) Η ταχύτητα του πρώτου σώματος αμέσως μετά την κρούση θα είναι:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 - m_2}\upsilon_1 = \frac{m-2m}{m+2m}\upsilon_1 = -\frac{1}{3}\upsilon_1$$

Αλλά αφού η ταχύτητα υ_1 έχει φορά προς τα δεξιά η ταχύτητα υ_1' αμέσως μετά την κρούση θα έχει φορά προς τα αριστερά.

Σωστή η γ) πρόταση.

ii) Η κινητική ενέργεια πριν και μετά την κρούση είναι ίσες, οπότε:

$$K_1 = K_1' + K_2' \rightarrow$$

$$K_2' = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{3}\upsilon_1\right)^2 = \frac{8}{9}\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \xrightarrow{(1)}$$

$$K_2' = \frac{8}{9}\left[\frac{1}{2}k(2d)^2 - \frac{1}{2}kd^2\right] = \frac{8}{9}\cdot 3\frac{1}{2}kd^2 = \frac{8}{3}\frac{1}{2}kd^2 > \frac{1}{2}kd^2$$

Σωστή η γ) πρόταση.

iii) Από τη διατήρηση της ενέργειας, για την νέα ταλάντωση παίρνουμε:

$$E = K + U \rightarrow$$

$$\frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}kd^2 + \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 > \frac{1}{2}kd^2 \rightarrow$$

$$A_1 > d$$

Σωστή ξανά η γ) πρόταση.

Εναλλακτικά:

Αμέσως μετά την κρούση το Σ_1 βρίσκεται σε απομάκρυνση x=d, έχοντας και ταχύτητα. Συνεπώς η θέση αυτή δεν είναι ακραία θέση και το πλάτος της ταλάντωσης που θα επακολουθήσει θα είναι μεγαλύτερο από d.

dmargaris@sch.gr