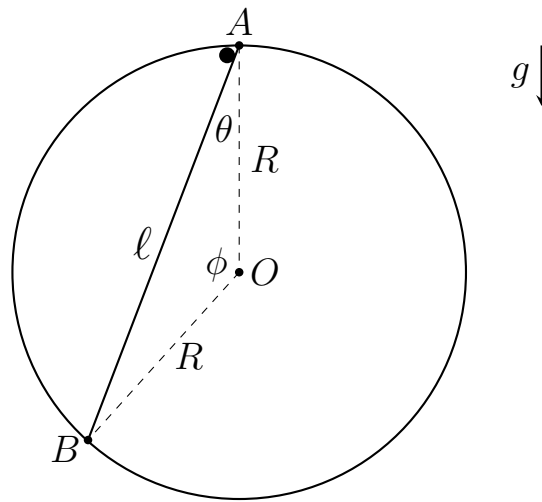


# Μια ακόμη Ιδιότητα του Κύκλου

Ζοπόγλου Βασίλειος

Ένα υλικό σημείο ξεκινά από την ηρεμία στο  $A$ , το ανώτατο σημείο ενός κύκλου  $(0, R)$ , και ακολουθεί μια ευθύγραμμη διαδρομή μήκους  $\ell$  που καταλήγει στο  $B$ , ένα τυχαίο σημείο της περιμέτρου του κύκλου. Η διάταξη βρίσκεται σε ομοιόμορφο πεδίο βαρύτητας επιτάχυνσης  $\vec{g}$  και απουσιάζουν οι τριβές. Για ποια γωνία  $\theta$ , ο χρόνος κίνησης είναι ελάχιστος;



Για να απαντήσουμε στο παραπάνω ερώτημα, αρκεί να εκφράσουμε τον εν λόγω χρόνο  $\tau$  συναρτήσει της  $\theta$  και συστηματικά, αν δεν υπάρχει άλλος τρόπος, να κάνουμε τις παραγωγίσεις και να βρούμε την ζητούμενη  $\theta$ . Η επιτάχυνση του σώματος στο τμήμα  $\ell$  είναι  $a = g \sin(\pi/2 - \theta)$  και επομένως,

$$\tau = \sqrt{\frac{2\ell}{g \sin(\pi/2 - \theta)}} = \sqrt{\frac{2\ell}{g \cos \theta}} \quad (1)$$

Το τρίγωνο  $A\hat{O}B$  είναι ισοσκελές, άρα μπορούμε να φέρουμε την διχοτόμο της  $\phi$  η οποία είναι και μεσοκάθετος του  $AB$  από όπου  $\ell = 2R \cos \theta$ . Συνεπώς από την 1,

$$\tau = 2\sqrt{\frac{R}{g}}$$

Ένα εξαιρετικό αποτέλεσμα! Ανεξαρτήτως της  $\theta$ , ο χρόνος κίνησης είναι σταθερός για οποιοδήποτε σημείο  $B$ . Με επιπέδου Γυμνασίου μαθηματικά, αποδείξαμε μια από τις πιο όμορφες ιδιότητες του σπουδαίου αυτού γεωμετρικού τόπου!