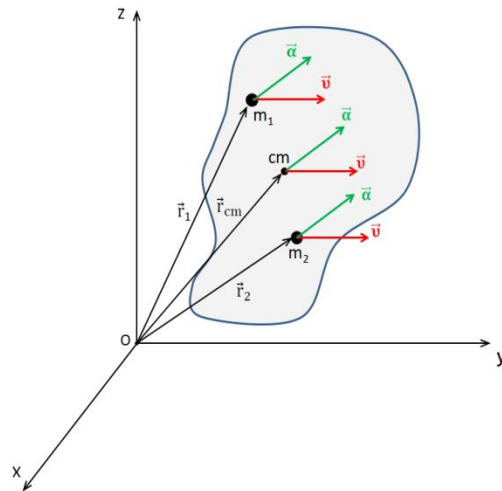


## ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΚΑΙ ΣΥΝΘΗΚΗ Στ=0

Η παρούσα δημοσίευση είναι για συναδέλφους φυσικούς και για μαθητές και υποψήφιους με ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη Φυσική. Αποτελεί γενίκευση σχετικής εξαιρετικής εργασίας του αείμνηστου Βαγγέλη Κορφιάτη που μου κοινοποίησε ο Αποστόλης Παπάζογλου και τον ευχαριστώ για αυτό, στην πολύ ενδιαφέρουσα δημοσίευση του Παύλου Αλεξόπουλου με τίτλο «μια «παράνομη» σύνθετη κίνηση».

Ως γνωστόν κατά τη μεταφορική κίνηση στερεού **όλα** τα υλικά σημεία από τα οποία θεωρούμε ότι αποτελείται, έχουν **κάθε στιγμή** την ίδια ταχύτητα  $\vec{v}$ , συνεπώς και την ίδια επιτάχυνση,  $\vec{a}$  (σχήμα).

Πέρυσι δημοσίευσα την απόδειξη της σχέσης  $\vec{\tau}_{\vec{F}_{\epsilon\xi}} = \frac{d\vec{L}_{o\lambda}}{dt}$  για σύστημα υλικών σημείων. Εφαρμόζουμε λοιπόν αυτή τη σχέση στη μεταφορική κίνηση στερεού, θεωρώντας το σαν σύστημα τεράστιου πλήθους υλικών σημείων:



$$\begin{aligned} \vec{\tau}_{\vec{F}_{\epsilon\xi}}^{(o)} &= \frac{d\vec{L}_{o\lambda}^{(o)}}{dt} = \frac{d(\sum_{i=1}^n \vec{L}_i^{(o)})}{dt} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{d\vec{L}_i^{(o)}}{dt} \right) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{d(\vec{r}_i \times \vec{p}_i)}{dt} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{d\vec{r}_i}{dt} \times \vec{p}_i \right) + \sum_{i=1}^n \left( \vec{r}_i \times \frac{d\vec{p}_i}{dt} \right) = \sum_{i=1}^n (\vec{v}_i \times \vec{p}_i) + \sum_{i=1}^n \left[ \vec{r}_i \times \left( m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} \right) \right] \\ &= 0 + \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i \times m_i \vec{a}) = \left( \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \right) \times \vec{a} \end{aligned}$$

Όμως εξ ορισμού:  $\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \vec{r}_i)}{M}$  ή  $\sum_{i=1}^n (m_i \vec{r}_i) = M \vec{r}_{cm}$  οπότε :

$$\vec{\tau} = M \vec{r}_{cm} \times \vec{a} = \vec{r}_{cm} \times M \vec{a} = \vec{r}_{cm} \times \Sigma \vec{F} \quad (2).$$

Συμπεράσματα: Κατά τη **μεταφορική** κίνηση στερεού:

1. Η συνθήκη  $\Sigma \vec{\tau} = \vec{0}$  **δεν** ισχύει γενικά ως προς οποιοδήποτε σημείο του στερεού , ή γενικότερα ως προς οποιοδήποτε σημείο, όπως συμβαίνει κατά την ισορροπία του.
2. Η συνθήκη  $\Sigma \vec{\tau} = \vec{0}$  ισχύει ως προς το κέντρο μάζας του στερεού ( $\Sigma \vec{\tau}_{\vec{F}_{εξ}}^{(cm)} = \vec{0}$ ) καθώς τότε είναι  $\vec{r}_{cm} = \vec{0}$  όπως προκύπτει από την (2).
3. Γενικώς, για να ισχύει η  $\Sigma \vec{\tau} = \vec{0}$  θα πρέπει  $\vec{r}_{cm} \times \Sigma \vec{F} = \vec{0}$  ή  $\vec{r}_{cm} \times \vec{a} = \vec{0}$  , δηλαδή, το διάνυσμα θέσης του κέντρου μάζας του στερεού ως προς ένα σύστημα αναφοράς  $Oxyz$  ,  $\vec{r}_{cm}$ , να έχει **την ίδια διεύθυνση** με τα διανύσματα  $\Sigma \vec{F}$  ή  $\vec{a}$  . Ισοδύναμα, τα διανύσματα  $\vec{r}_{cm}$  και  $\vec{a}_{cm} = \vec{a}$  να είναι **συγγραμμικά**, δηλαδή, **η συνθήκη  $\Sigma \vec{\tau} = \vec{0}$  ισχύει ως προς οποιοδήποτε σημείο του φορέα της  $\vec{a}_{cm}$  .**
4. Αν  $\Sigma F=0$  (ευθύγραμμη ομαλή μεταφορική κίνηση) τότε από τις (2) προκύπτει ότι και  $\Sigma \tau=0$  **ως προς οποιοδήποτε σημείο** πράγμα αναμενόμενο σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> Νόμο ή Νόμο της αδράνειας του Νεύτωνα καθώς η ηρεμία (ακινησία) και η ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι φυσικώς εντελώς ισοδύναμες καταστάσεις.

Επιπλέον:

α. Τα συμπεράσματα 1 και 2 **ισχύουν και για ευθύγραμμη και για καμπυλόγραμμη μεταφορική κίνηση!**

β. **Αν οι φορείς όλων των δυνάμεων που ενεργούν στο στερεό διέρχονται από το κέντρο μάζας του , τότε η κίνησή του είναι μεταφορική!**

γ. Στη μεταφορική κίνηση στερεού και στη συνιστώσα μεταφορική κίνηση μιας σύνθετης κίνησης (Αρχή της επαλληλίας ) μπορούμε να κάνουμε **παράλληλη μεταφορά** όλων δυνάμεων δεν ενεργούν στο κέντρο μάζας, ώστε να εφαρμόζονται σε αυτό.