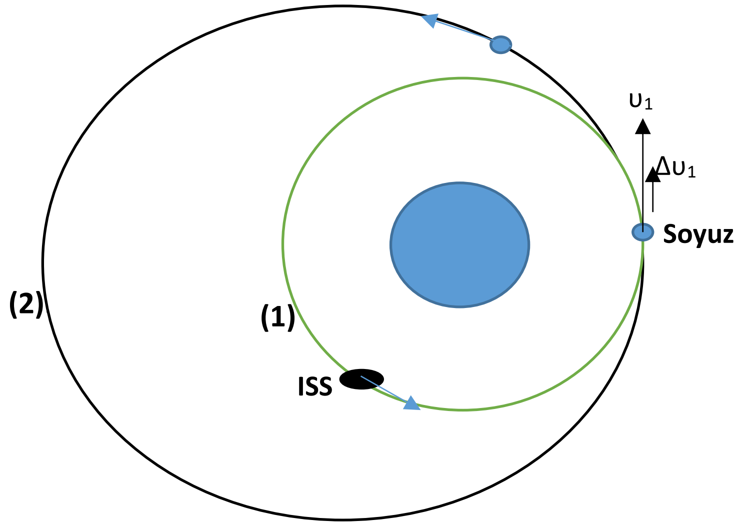
ΕΛΛΙΜΕΝΙΣΜΟΣ SOYUZ ΣΤΟΝ ISS



Το soyuz προκειμένου να «δέσει» στον διεθνή διαστημικό σταθμό βρίσκεται μαζί του στην ίδια κυκλική τροχιά (1) ακτίνας r = 6800 km με τον Soyuz προπορευόμενο. Ο ISS βρίσκεται 24 s πίσω από τον Soyuz. Κάποια στιγμή το Soyuz θέτει σε λειτουργία τους κινητήρες του ώστε να αυξήσει την ταχύτητά του **ακαριαία** και να μεταβεί σε ελλειπτική τροχιά (2) η οποία έχει κοινό σημείο με την κυκλική το σημείο που πυροδοτήθηκαν οι κινητήρες του Soyuz.

Δίνονται: G= $6,67x10^{-11}$ Nm^2/kg^2 , Μάζα γης M = $6χ10^{24}$ kg , μάζα Soyuz m = 7000 kg.

Α)Βρείτε την περίοδο του ISS και την ταχύτητά του.

Β)Τι περίοδο πρέπει να έχει το Soyuz στην τροχιά (2) ώστε να συναντήσει τον ISS στο σημείο που άλλαξε τροχιά;

Γ)Βρείτε τον μεγάλο ημιάξονα α της τροχιάς (2) και η ταχύτητα $υ_2$ του Soyuz μετά την ώθηση που δέχτηκε από τους κινητήρες.

Τη στιγμή που το διαστημόπλοιο συναντά τον σταθμό θέτει πάλι σε λειτουργία τους κινητήρες κατά την αντίστροφη φορά ώστε ακαριαία να αποκτήσει πάλι ταχύτητα $υ_1$. **ΠΛΕΟΝ ΤΟ SOYUZ ΚΑΙ Ο ISS ΚΙΝΟΎΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΙΔΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΟ ΕΝΑ ΔΙΠΛΑ ΣΤΟ ΑΛΛΟ**. Απομένουν κάποιοι μικροί διορθωτικοί ελιγμοί μέχρι το Soyuz ελλιμενιστεί.

Δ)Να βρεθεί η συνολική μεταβολή της ταχύτητας και ορμής του Soyuz κατά τη διάρκεια και των δύο πυροδοτήσεων.
Ε) Βρείτε την ολική ενέργεια των δύο τροχιών και την ενέργεια που πρέπει να δώσουν οι κινητήρες και για τις δύο πυροδοτήσεις. Πόσα κιλά υδραζίνης καταναλώθηκαν για τον ελιγμό; Θερμότητα καύσης υδραζίνης 1,941χ10^7 J/kg.

<u>ΛΥΣΗ</u>

Ας δούμε κάπως πρόχειρα την θεμελιώδη εξίσωση της διαστημικής , γνωστή ως vis visa, η οποία δίνει την ταχύτητα αντικειμένου σε οποιοδήποτε σημείο τροχιάς του ως αποτέλεσμα ΜΟΝΟ της βαρύτητας. Η εξίσωση εμπεριέχει την συνεισφορά της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας στην ολική ενέργεια μιας θέσης.
Στην κυκλική κίνηση ακτίνας r εύκολα καταλήγουμε στην ολική ενέργεια της τροχιάς $E_{ολ} = -\frac{GMm}{2r}$ όπου M η μάζα του κεντρικού σώματος(πλανήτης, φυσικός δορυφόρος, κλπ) και m η μάζα του αντικειμένου που κινείται από τη βαρύτητα του κεντρικού σώματος. Θέτουμε GM = μ το οποίο μ ονομάζουμε παράγοντα βαρύτητας οπότε $\mathbf{E_{ολ} = -\frac{\mu m}{2r}}$ (1) κυκλική τροχιά.
Η ίδια σχέση αποδεικνύεται(με αρχή διατήρησης ενέργειας και στροφορμής σε ελλειπτική τροχιά) ότι ισχύει και στην ελλειπτική τροχιά μόνο που αντί για την ακτίνα r χρησιμοποιούμε τον μεγάλο ημιάξονα α της τροχιάς.
Δηλαδή $\mathbf{E_{ολ} = -\frac{\mu m}{2\alpha}}$ (2) ελλειπτική τροχιά.
Κάποια στιγμή αντικείμενο μάζας m κινούμενο σε ελλειπτική τροχιά βρίσκεται σε τυχαία θέση r από το ελκτικό κέντρο.
Αρχή διατήρησης της ενέργειας: $E_{ολ}$ = K + U => K = $E_{0λ}$ – U => $\frac{1}{2}m\upsilon^2 = -\frac{\mu m}{2\alpha} + \frac{GMm}{r}$ =>

$$\boldsymbol{\upsilon^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)}$$ **(3) θεμελιώδης εξίσωση της διαστημικής**

ΣΗΜ$_1$: Για κυκλική κίνηση α = r και η (3) δίνει την ταχύτητα ομαλής κυκλικής κίνησης.
ΣΗΜ$_2$: Για τη γη μ = 6,67χ10^{-11}χ6χ10^{24} => μ = **4χ10^{14} Nm^{2}kg^{-1}**

Τρίτος νόμος του Kepler: Πολύ εύκολα στην κυκλική κίνηση αποδεικνύουμε ότι

$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} => \boldsymbol{\frac{r^3}{T^2} = \frac{\mu}{4\pi^2}}$ (4)

Για ελλειπτική τροχιά με μεγάλο ημιάξονα α $\boldsymbol{\frac{\alpha^3}{T^2} = \frac{\mu}{4\pi^2}}$ (5)

Α)Για τον ISS από την (3) για α = r = $68x10^5$ m προκύπτει **υ_1 = 7669,650 m/s**

Για την περίοδο έχω $T_1 = \frac{2\pi r}{\upsilon_1}$ => **T_1 = 5570,76 s** ή T_1 = 92,846 min

Β)θα πρέπει να έχει περίοδο T_2 = 5570,76 + 24 **=> T_2 5594,76 sec** ώστε όταν επανέλθει στο σημείο που άλλαξε τροχιά να έχει φτάσει και ο ISS που θα έχει διαγράψει 1 κύκλο και θα καλύψει και τη διαφορά που τον χώριζε από το Soyuz.

Γ) Από τον 3^o νόμο του Kepler εξίσωση (5) για T = T_2 έχω **α = 68,1953χ10^5 m** (6819,53 km)

Από τον θεμελιώδη νόμο της διαστημικής στη θέση που ενεργοποιήθηκαν οι κινητήρες του Soyuz για r = $68x10^5$ km και α = $68{,}1953x10^5$ km βρίσκουμε

υ_2 = 7680,625 m/s

Δ)Ο παράγοντας Δυ είναι βασικός στη διαστημική καθώς αποτελεί μέτρο της ώθησης που πρέπει να ασκηθεί στο διαστημόπλοιο για να αλλάξει ταχύτητα.

Στο σχήμα κάτω βλέπουμε τη στιγμή της συνάντησης Soyuz με τον ISS.

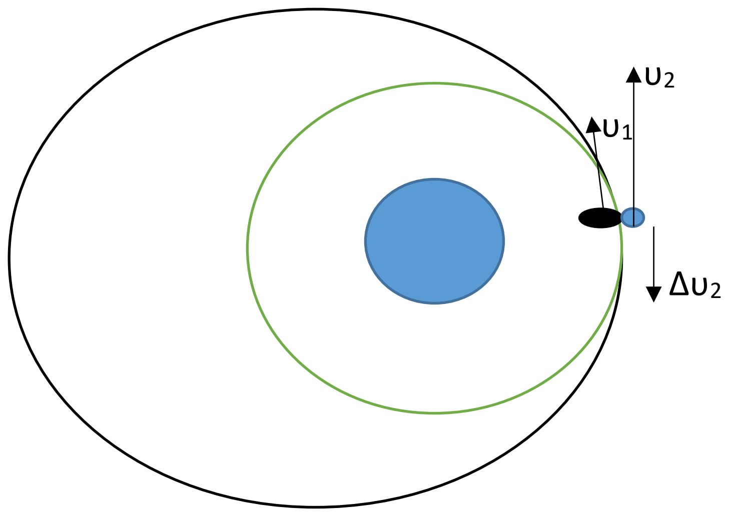
Κατά την πρώτη πυροδότηση:

$\Delta\upsilon_1 = \upsilon_2 - \upsilon_1$ => **$\Delta\upsilon_1$ = 10,975 m/s**

Κατά τη δεύτερη πυροδότηση προφανώς **$\Delta\upsilon_2$ = - 10,975 m/s**

Συνολική $\Delta\upsilon = \Delta\upsilon_1 + |\Delta\upsilon_2|$ => **Δυ = 21,950 m/s**

Συνολική μεταβολή ορμής ΔP = mΔυ => **ΔP = 153650 kgm/s**



Ε)Ολική ενέργεια για το Soyuz στην τροχιά (1) $E_{ολ(1)} = -\frac{\mu m}{2r}$ =>

$E_{ολ(1)}$ = - 2,0588χ10^{11} J

Ολική ενέργεια για το soyuz στην τροχιά (2) $E_{ολ(2)} = -\frac{\mu m}{2\alpha}$ =>

$E_{ολ(2)}$ = - 2,0530χ10^{11} J

Ενέργεια που δαπανήθηκε **ΔΕ = $E_{ολ(2)}$ - $E_{ολ(1)}$ => ΔΕ = 5,8χ10^{8} J** που αντιστοιχεί σε περίπου **30 kg κηροζίνης.**

ΣΗΜ. Η επεξεργασία του ερωτήματος Ε) είναι ενδεικτική καθώς με την καύση της κηροζίνης μειώνεται η μάζα του σκάφους.