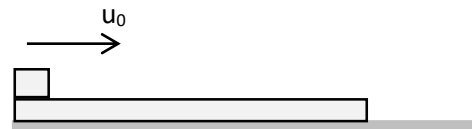


Παράδειγμα 8 Ο ΔΙΠΛΟΣ ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΤΡΙΒΗΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ

Το σώμα μάζας $m_1=1\text{Kg}$ είναι πάνω στο αριστερό άκρο τάβλας μάζας $m_2=4\text{Kg}$ και η τάβλα μεγάλου μήκους είναι πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή δίνουμε οριζόντια αρχική ταχύτητα μέτρου $u_0=5\text{m/s}$ στο σώμα m_1 , προς τα δεξιά. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων είναι $\mu=0,4$.

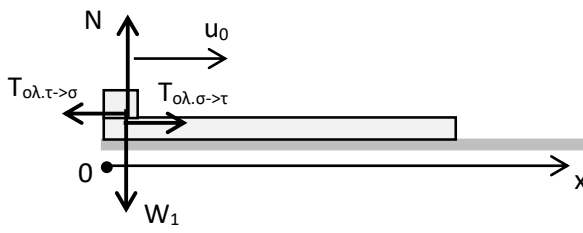


- A) Να βρεθεί το έργο της τριβής ολίσθησης από τη στιγμή που δίνουμε ταχύτητα u_0 στο σώμα m_1 μέχρι να ακινητοποιηθεί το σώμα m_1 πάνω στην τάβλα.
 B) Να βρεθούν οι ενέργειες που εκφράζει το έργο της τριβής.

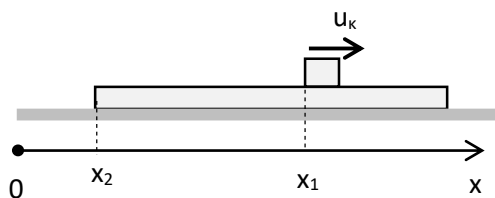
Απάντηση

Στο σώμα που κινείται προς τα δεξιά σε σχέση με την τάβλα ασκείται τριβή ολίσθησης $T_{ολ.(\tau \rightarrow \sigma)}$ προς τα αριστερά και λόγω Δ-Α στην τάβλα ασκείται αντίθετη τριβή ολίσθησης $T_{ολ.(\sigma \rightarrow \tau)}$ προς τα δεξιά. (Σχ.1)

Σχ. 1



Σχ. 2



Βρίσκουμε το μέτρο της τριβής ολίσθησης: $T_{ολ.} = \mu N$ (1) Για την κίνηση του σώματος στον κατακόρυφο άξονα ισχύει $N=W_1=10\text{N}$ (2). Από (1),(2) $\Rightarrow T_{ολ.}=0,4 \cdot 10 \Rightarrow T_{ολ.}=4\text{N}$ (3)

Το σώμα εκτελεί ευθ. ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Βρίσκουμε το μέτρο της επιτάχυνσης από το Β Νόμο: $T_{ολ.}=m_1 a_1 \Rightarrow a_1=4\text{m/s}^2$ και τις εξισώσεις $u_1(t) - x_1(t)$: $u_1=5-4t$ (4), $x_1=5t-2t^2$ (5)

Η τάβλα εκτελεί ευθ. ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Βρίσκουμε το μέτρο της επιτάχυνσης από το Β Νόμο: $T_{ολ.}=m_2 a_2 \Rightarrow a_2=1\text{m/s}^2$ και τις εξισώσεις $u_2(t) - x_2(t)$: $u_2=t$ (6), $x_2=\frac{1}{2}t^2$ (7)

Όταν τα σώματα αποκτήσουν κοινή ταχύτητα (Σχ.2) ακινητοποιείται το σώμα πάνω στην τάβλα. Έστω t_k ο χρόνος από την αρχή των κινήσεων μέχρι τα σώματα να αποκτήσουν κοινή ταχύτητα.

Ισχύει: $u_1 = u_2 = u_k$ και λόγω των (4),(6) $5-4t_k = t_k \Rightarrow 5 t_k = 5 \Rightarrow t_k = 1\text{s}$ (8)

Η μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της τριβής ολίσθησης στο σώμα είναι x_1 . Από τις σχέσεις (5),(8) $\Rightarrow x_1 = 5t - 2t^2 \Rightarrow x_1 = 5 - 2 \Rightarrow x_1 = 3\text{m}$ (9)

Η μετατόπιση του σημείου εφαρμογής της τριβής ολίσθησης στην τάβλα είναι $x_1 - x_2$. Από τις σχέσεις (7),(8) $\Rightarrow \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}t^2 \Rightarrow x_2 = 0,5\text{m} \Rightarrow$ οπότε $x_1 - x_2 = 2,5\text{m}$ (10)

Το έργο της $T_{ολ.(\tau \rightarrow \sigma)}$ είναι $WT_{ολ.(\tau \rightarrow \sigma)} = -T_{ολ} x_1$ και με τις σχέσεις (3),(9) $WT_{ολ.(\tau \rightarrow \sigma)} = -12\text{J}$

Το έργο της $T_{ολ.(\sigma \rightarrow \tau)}$ είναι $WT_{ολ.(\sigma \rightarrow \tau)} = T_{ολ} (x_1 - x_2)$ και με τις σχέσεις (3),(10) $WT_{ολ.(\tau \rightarrow \sigma)} = 10\text{J}$

B) Το έργο της $T_{ολ.(\tau \rightarrow \sigma)}$ είναι αρνητικό και εκφράζει την κινητική ενέργεια που αφαιρεί η τριβή ολίσθησης από το σώμα. Το σώμα είχε αρχικά κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2} m_1 u_0^2 = 12,5\text{J}$ και του αφαιρούνται 12J , οπότε του μένουν 0,5J κινητική ενέργεια, όταν τα σώματα αποκτήσουν κοινή ταχύτητα.

Από τις σχέσεις (4),(8) βρίσκουμε την κοινή ταχύτητα $u_k = 5 - 4 = 1\text{m/s}$ και την αντίστοιχη κινητική ενέργεια του σώματος $K = \frac{1}{2} m_1 u_k^2 = 0,5\text{J}$. Καταλήγουμε στο ίδιο αποτέλεσμα.

Το έργο της $T_{ολ.(\sigma \rightarrow \tau)}$ είναι θετικό (τα 10J) και εκφράζει την ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια γιατί αντιστοιχεί στην κοινή μετατόπιση του σημείου εφαρμογής των τριβών ολίσθησης. Επομένως το έργο της $T_{ολ.(\tau \rightarrow \sigma)}$ εκφράζει την κινητική ενέργεια που αφαιρεί από το σώμα η τριβή ολίσθησης και το ένα μέρος μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια τα 10J και το υπόλοιπο , τα 2J γίνεται κινητική ενέργεια της τάβλας

Από τις σχέσεις (5),(8) η κινητική ενέργεια της τάβλας είναι $K = \frac{1}{2} m_2 u_k^2 = 2\text{J}$. Καταλήγουμε στο ίδιο αποτέλεσμα.

pananasgiannis@yahoo.gr