

Επαναληπτική Εξέταση στη

ΦΥΣΙΚΗ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΪΟΣ 2016

ΘΕΜΑ Α

Για τις ερωτήσεις Α1 έως Α5 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αποτελεί τη σωστή απάντηση

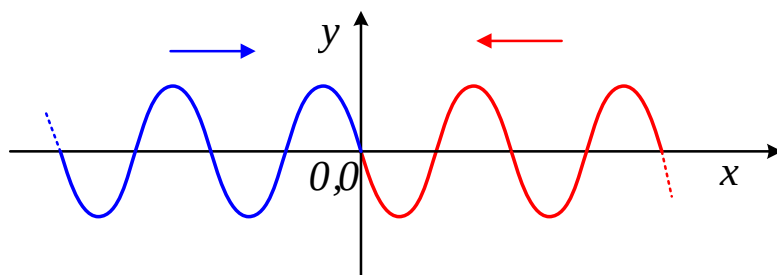
Α1. Υλικό σημείο εκτελεί Α.Α.Τ με περίοδο T και εξίσωση $x = A\eta\mu\omega t$. Το χρονικό διάστημα που χρειάζεται για να μεταβεί από τη θέση ισορροπίας στη θέση με απομάκρυνση $x = \frac{A}{2}$ είναι:

α) $\Delta t = \frac{T}{4}$ β) $\Delta t = \frac{T}{8}$ γ) $\Delta t = \frac{T}{12}$ δ) $\Delta t = \frac{T}{6}$

Α2. Ένα σώμα εκτελεί αρμονική ταλάντωση της οποίας η εξίσωση απομάκρυνσης προκύπτει από τη σύνθεση των εξισώσεων: $x_1 = A\eta\mu(\omega t + \frac{5\pi}{6})$ και $x_2 = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{6})$. Τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{2}$, η απομάκρυνση του σώματος είναι ίση με:

α) $x = \frac{A}{2}$ β) $x = -A$ γ) $x = -\frac{A}{2}$ δ) $x = -\frac{3A}{2}$

Α3. Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου $\chi\chi$, διαδίδονται δύο όμοια εγκάρσια αρμονικά κύματα y_1 και y_2 . Το y_1 διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα, θέτοντας κάθε σημείο του μέσου σε αρμονική ταλάντωση ξεκινώντας προς τα πάνω. Το y_2 διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα, θέτοντας κάθε σημείο του μέσου σε αρμονική ταλάντωση ξεκινώντας προς τα κάτω. Τα δύο κύματα τη χρονική στιγμή $t=0$, συναντώνται σε σημείο του μέσου, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα, $\chi=0$ και αρχίζουν να συμβάλλουν. Αποτέλεσμα της συμβολής είναι η δημιουργία στάσιμου κατά μήκος του μέσου $\chi\chi$.



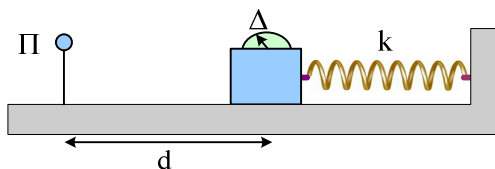
Το πλάτος ταλάντωσης του σημείου του μέσου το οποίο λάβαμε ως αρχή του άξονα, $x=0$, είναι:

α) $|A'|=0$ β) $|A'|=2A$ γ) $0<|A'|<A$ δ) $A<|A'|<2A$

44. Σε ελαστική χορδή ορισμένου μήκους L , η οποία έχει τα δύο άκρα της ακλόνητα στερεωμένα, σχηματίζεται στάσιμο κύμα από τη συμβολή δύο αρμονικών κυμάτων ορισμένης συχνότητας f . Στη χορδή υπάρχουν δύο ακίνητα σημεία, τα ακλόνητα άκρα της. Για να σχηματισθεί στη χορδή στάσιμο κύμα με τέσσερα ακίνητα σημεία, συμπεριλαμβανομένων των δύο άκρων της, θα πρέπει η συχνότητα των κυμάτων που συμβάλουν να:

α) διπλασιασθεί β) τριπλασιασθεί γ) τετραπλασιασθεί δ) υποτριπλασιασθεί

45. Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας m δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k . Στο σώμα Σ έχει προσδεθεί ένας δέκτης ήχου Δ , αμελητέας μάζας. Σε απόσταση d υπάρχει μια πηγή Π που παράγει αρμονικό ήχο συχνότητας f_s , όπως στο σχήμα.



Εκτρέπουμε το σώμα Σ προς τα αριστερά κατά $A < d$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε να εκτελέσει ΑΑΤ. Αν η προς τα δεξιά κατεύθυνση θεωρείται θετική και η ταχύτητα του ήχου ως προς τον ακίνητο αέρα είναι v , η συχνότητα του ήχου f_Δ που καταγράφει ο δέκτης δίνεται από τη σχέση:

α) $f_\Delta = f_s \frac{v - \omega A \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})}{v}$

β) $f_\Delta = f_s \frac{v + \omega A \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})}{v}$

γ) $f_\Delta = f_s \frac{v - \omega A \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})}{v}$

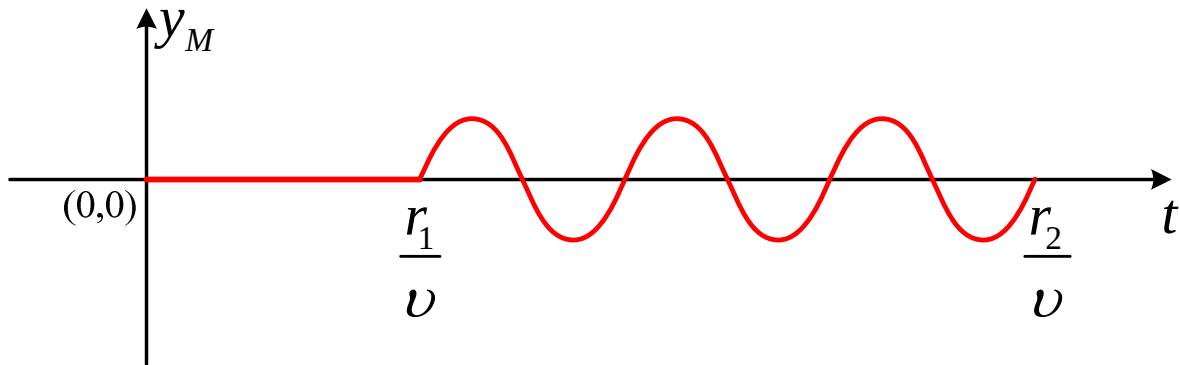
δ) $f_\Delta = f_s \frac{v}{v - \omega A \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})}$

Μονάδες $5 \times 5 = 25$

ΘΕΜΑ Β

B1. Στην επιφάνεια ενός υγρού διαδίδονται δύο κύματα που προέρχονται από δύο σύγχρονες πηγές, O_1 και O_2 , οι οποίες εκτελούν αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης $y_1=y_2=A\eta\mu\omega t$. Για τα κύματα αυτά δεχόμαστε ότι διατηρούν σταθερό πλάτος. Ένα σημείο M απέχει από τις δύο πηγές αποστάσεις r_1

και r_2 , όπου $r_2 > r_1$. Το επόμενο σχήμα δείχνει την απομάκρυνση y_M του σημείου M, από τη στιγμή $t=0$, οπότε αρχίζουν να ταλαντώνονται οι πηγές, μέχρι τη στιγμή t_2 , οπότε φθάνει στο M το κύμα από την πιο μακρινή πηγή O_2 .



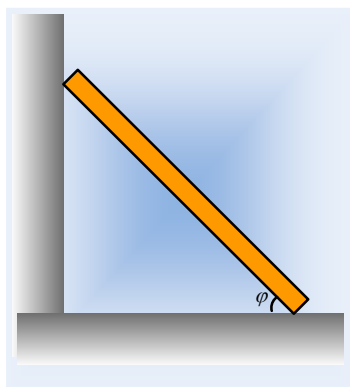
Η εξίσωση απομάκρυνσης του M, μετά τη συμβολή των κυμάτων σε αυτό, δηλαδή για $t \geq \frac{r_2}{v}$, δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha) y_M = 0 \quad \beta) y_M = 2A\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) + \pi\right] \quad \gamma) y_M = 2A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 2+6=8

B2. Ομογενής δοκός βάρους W και μήκους L ισορροπεί στηριζόμενη στο οριζόντιο δάπεδο και σε λείο κατακόρυφο τοίχο, όταν η γωνία που σχηματίζει με το οριζόντιο δάπεδο είναι τουλάχιστον θ , όπου $\sin\theta=0,8$ και $\eta\mu\theta=0,6$. Φέρνουμε τη δοκό σε τέτοια θέση ώστε να σχηματίζει με το οριζόντιο δάπεδο γωνία φ , όπου $\varphi > \theta$, με $\sin\varphi=0,6$ και $\eta\mu\varphi=0,8$.



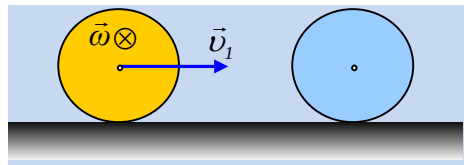
Ο λόγος της τριβής που δέχεται η δοκός από το οριζόντιο δάπεδο στη θέση αυτή, προς την οριακή τιμή της είναι:

$$\alpha) \frac{T}{T_{op}} = \frac{9}{16} \quad \beta) \frac{T}{T_{op}} = \frac{3}{8} \quad \gamma) \frac{T}{T_{op}} = \frac{4}{9}$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 2+6=8

B3. Λεία σφαίρα μάζας $m_1=M$ και ακτίνας R , κυλά χωρίς να γλιστρά σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του ΚΜ της είναι v_1 , ενώ η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο της είναι ω . Η σφαίρα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη επίσης λεία σφαίρα μάζας $m_2=2M$ και ίδιας ακτίνας R . Τι από τα επόμενα θα συμβεί, μετά την κρούση;



α) Η σφαίρα μάζας $m_1=M$ θα συνεχίσει να κυλά χωρίς να γλιστρά, αλλάζοντας φορά κίνησης με ταχύτητα μέτρου $v_1' = \frac{1}{3}v_1$ ενώ η σφαίρα μάζας $m_2=2M$ θα ολισθήσει προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_2' = \frac{2}{3}v_1$

β) Τόσο η σφαίρα μάζας $m_1=M$ όσο και η σφαίρα μάζας $m_2=2M$ θα περιστρέφονται, ενώ η πρώτη θα κινείται προς τ' αριστερά με ταχύτητα μέτρου $v_1' = \frac{1}{3}v_1$ και η δεύτερη προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_2' = \frac{2}{3}v_1$

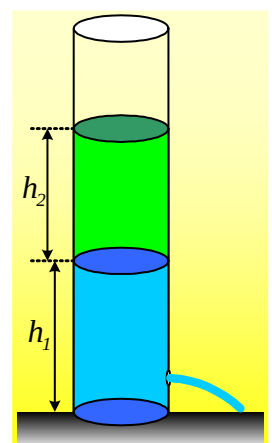
γ) Η σφαίρα μάζας $m_1=M$ θα περιστρέφεται και ταυτόχρονα θα κινείται προς τ' αριστερά με ταχύτητα μέτρου $v_1' = \frac{1}{3}v_1$, ενώ η σφαίρα μάζας $m_2=2M$ θα ολισθήσει προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_2' = \frac{2}{3}v_1$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 2+7=9

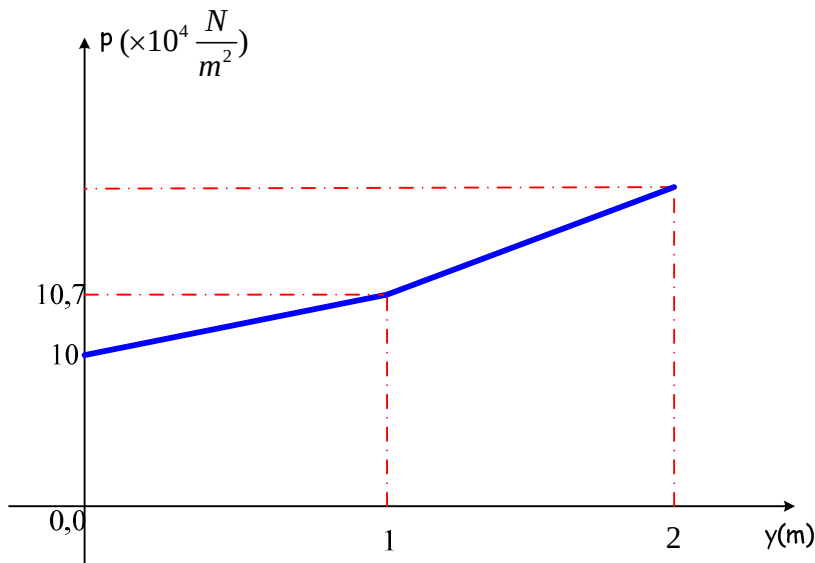
ΘΕΜΑ Γ

Σε ένα μεγάλο κατακόρυφο σωλήνα ηρεμούν δύο υγρά, το κάτω είναι νερό με πυκνότητα $\rho_1=1.000\text{kg/m}^3$ και το πάνω είναι λάδι πυκνότητας ρ_2 , όπως στο σχήμα, όπου $h_1=1\text{m}$ και $h_2=1\text{m}$. Μια τάπα, κλείνει μια οπή Δ του δοχείου,



εμβαδού $A=0,4\text{cm}^2$, η οποία βρίσκεται σε ύψος $h=0,2\text{m}$ από την βάση του σωλήνα.

Το επόμενο διάγραμμα παριστάνει τη μεταβολή της πίεσης σε συνάρτηση με το βάθος από την ελεύθερη επιφάνεια του λαδιού.



- Γ1.** Να υπολογίσετε την πυκνότητα του λαδιού και την πίεση στο πυθμένα του δοχείου
- Γ2.** Να υπολογίσετε τη δύναμη που δέχεται η τάπα από τα τοιχώματα του σωλήνα, θεωρώντας αμελητέο το βάρος της καθώς και ότι το εμβαδόν της είναι πολύ μικρό, ώστε να μπορούμε να δεχτούμε ότι σε όλα τα σημεία της, επικρατεί η ίδια πίεση p_Δ
- Γ3.** Σε μια στιγμή βγάζουμε την τάπα, οπότε μέσα σε ελάχιστο χρόνο, αποκαθίσταται μια μόνιμη και στρωτή ροή. Να υπολογιστεί η ταχύτητα εκροής, θεωρώντας ότι η διατομή του σωλήνα, είναι πολύ μεγαλύτερη από τη διατομή της οπής.

Η ταχύτητα εκροής του νερού δεν θα παραμένει σταθερή, αλλά θα μειώνεται καθώς θα κατεβαίνει η στάθμη του λαδιού, οπότε γενικά, η ροή δεν θα είναι μόνιμη. Η ζητούμενη ταχύτητα εκροής, είναι αυτή που θα αποκατασταθεί μέσα σε ελάχιστο χρόνο, μόλις απομακρυνθεί η τάπα και την οποία για ένα μικρό διάστημα μπορούμε να θεωρήσουμε σταθερή. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$

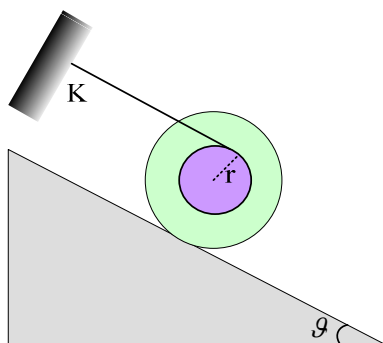
Μονάδες $(5+4)+7+9=25$

ΘΕΜΑ Δ

Ο αρχικά ακίνητος ομογενής κύλινδρος μάζας $m=1\text{Kg}$, ακτίνας $R=0,1\text{m}$, φέρει λεπτή εγκοπή βάθους

$r = \frac{R}{2}$, στην οποία είναι τυλιγμένο νήμα αμελητέου πάχους. Για τη γωνία κλίσης ξέρουμε ότι $\eta\mu\theta=0,6$ και

$\sigma\upsilon\eta\theta=0,8$. Κάποια στιγμή ο κύλινδρος αφήνεται ελεύθερος.



Δ1. Να υπολογίσετε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ του κυλίνδρου και του πλάγιου επιπέδου, ώστε ο κύλινδρος να ισορροπεί

Δ2. Έστω ότι ο συντελεστής οριακής τριβής είναι ίσος με το συντελεστή τριβής ολίσθησης και έχει τιμή

$$\mu_s = \mu = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ . Να υπολογίσετε την ταχύτητα του άξονα του κυλίνδρου } v \text{ καθώς και τη γωνιακή}$$

ταχύτητα περιστροφής ω του κυλίνδρου γύρω από τον άξονά του, 10s μετά τη στιγμή που ο κύλινδρος αφήνεται ελεύθερος

Δ3. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του κυλίνδρου ως προς το σημείο K, στο οποίο το νήμα είναι δεμένο στον τοίχο, 10s μετά τη στιγμή που ο κύλινδρος αφήνεται ελεύθερος

Δ4. Να υπολογίσετε την απώλεια μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος μέχρι και 10s μετά τη στιγμή αυτή.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του: $I = \frac{1}{2}mR^2$ και η επιτάχυνση της

βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$

Μονάδες 6+8+6+5=25

Θοδωρής Παπασγουρίδης

papasgou@gmail.com

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. γ) $\Delta t = \frac{T}{12}$ Κατά τη μετάβαση από τη θέση ισορροπίας στη θέση με απομάκρυνση $x = \frac{A}{2}$,

η φάση της ΑΑΤ αυξάνει κατά $\Delta\varphi = \pi/6$, οπότε: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi/6}{2\pi/T} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{12}$

A2. β) $x = -A$ Η στιγμιαία απομάκρυνση είναι ίση με:

$$x = x_1 + x_2 = A\eta\mu(\pi + \frac{5\pi}{6}) + A\eta\mu(\pi + \frac{\pi}{6}) = -A\eta\mu\frac{5\pi}{6} - A\eta\mu\frac{\pi}{6} = -\frac{A}{2} - \frac{A}{2} = -A$$

A3. α) $|A'| = 0$ Το κύμα y_1 περιγράφεται από την εξίσωση: $y_1 = A\eta\mu(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda})$ με $t \geq \frac{x}{v}$ ενώ το κύμα y_2 από την εξίσωση: $y_2 = A\eta\mu(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi)$ με $t \geq -\frac{x}{v}$ όπου x η τετμημένη θέσης.

Από τη συμβολή των δύο κυμάτων προκύπτει στάσιμο:

$$y = y_1 + y_2 = A \left[\eta\mu(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}) + \eta\mu(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi) \right] \Rightarrow \dots \Rightarrow$$

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2})\eta\mu(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}) \quad \text{με } -vt \leq x \leq vt$$

Για το σημείο στη θέση $x=0$, το πλάτος είναι ίσο:

$$|A'| = 2A \left| \sigma\upsilon\nu(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}) \right| \xrightarrow{x=0} |A'| = 2A \left| \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} \right| = 0$$

A4. β) τριπλασιασθεί Αρχικά $L = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} \Rightarrow f = \frac{v}{2L}$

Τελικά $L = 3\frac{\lambda'}{2} = 3\frac{v}{2f'} \Rightarrow f' = 3\frac{v}{2L} = 3f$

A5. α) $f_\Delta = f_s \frac{v - \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \frac{3\pi}{2})}{v}$ αφού $f_\Delta = f_s \frac{v - v_\Delta}{v}$ και $v_\Delta = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \frac{3\pi}{2})$ με $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

ΘΕΜΑ Β

B1. β) $y_M = 2A\eta\mu \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) + \pi \right], \quad t \geq \frac{r_2}{v}$

Για κάθε σημείο της επιφάνειας του υγρού, μετά τη συμβολή ισχύει:

$$A' = 2A\sigma v \left(2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \right) \Leftrightarrow A' = 2A\sigma v \left[2\pi \frac{v(t_2 - t_1)}{2\lambda} \right] \Leftrightarrow A' = 2A\sigma v \left(\pi \frac{v \cdot \Delta t}{\lambda} \right) \Leftrightarrow$$

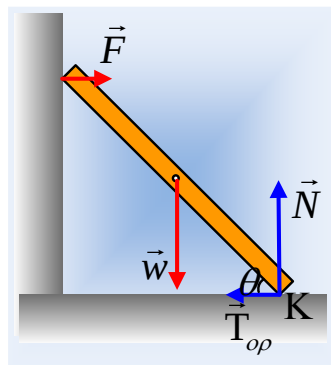
$$A' = 2A\sigma v \left(\pi \frac{\Delta t}{T} \right)$$

όπου Δt η χρονική διαφορά με την οποία φθάνουν στο σημείο του μέσου, τα κύματα από τις δύο πηγές. Για το σημείο M, $\Delta t = 3T$, άρα: $A' = 2A\sigma v 3\pi = -2A$. Οπότε:

$$y_M = -2A\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) \Rightarrow y_M = 2A\eta\mu \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) + \pi \right]$$

B2. α) $\frac{T}{T_{op}} = \frac{9}{16}$

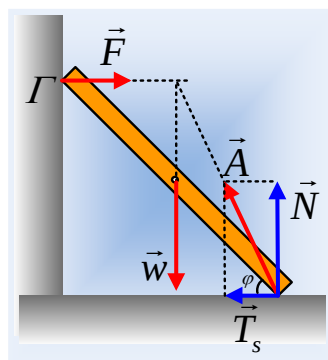
Εφόσον η δοκός ισορροπεί όταν η γωνία που σχηματίζει με το οριζόντιο δάπεδο είναι τουλάχιστον θ , συμπεραίνουμε ότι για γωνία μικρότερη της θ επίκειται ολίσθηση, άρα όταν η γωνία είναι θ η στατική τριβή λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της T_{op} . Έστω K το σημείο επαφής με το οριζόντιο δάπεδο και θ η γωνία που σχηματίζει η δοκός με αυτό. Τότε:



$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow FL\eta\mu\theta - W \frac{L}{2} \sigma\upsilon\nu\theta = 0 \Rightarrow F = W \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{2\eta\mu\theta}$$

Όμως: $F = T_{op} \Rightarrow T_{op} = W \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{2\eta\mu\theta} \Rightarrow T_{op} = W \frac{0,8}{2 \cdot 0,6} \Rightarrow T_{op} = \frac{2}{3}W$

Όταν φέρουμε τη δοκό σε τέτοια θέση ώστε να σχηματίζει με το οριζόντιο δάπεδο γωνία $\varphi > \theta$ έχουμε:

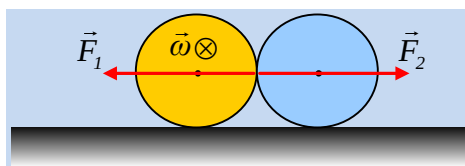


$$F = T \Rightarrow T = W \frac{\sigma \nu \varphi}{2\eta \mu \varphi} \Rightarrow T = W \frac{0,6}{2 \cdot 0,8} \Rightarrow T = \frac{3}{8} W \quad \text{Άρα: } \frac{T}{T_{op}} = \frac{9}{16}$$

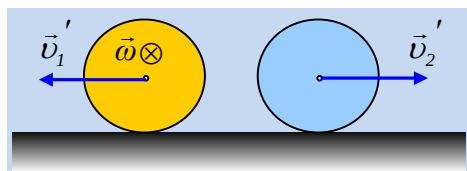
B3. γ) Η σφαίρα μάζας $m_1=M$ θα περιστρέφεται και ταυτόχρονα θα κινείται προς τ' αριστερά με ταχύτητα μέτρου $v_1' = \frac{1}{3}v_1$, ενώ η σφαίρα μάζας $m_2=2M$ θα ολισθήσει προς τα δεξιά με ταχύτητα

$$v_2' = \frac{2}{3}v_1$$

Κατά τη διάρκεια της κρούσης, οι δυνάμεις μεταξύ των σφαιρών βρίσκονται πάνω στην οριζόντια διάμετρο (κεντρικές). Έτσι δεν προκαλούν ροπή ως προς το νοητό άξονα περιστροφής, οπότε η στροφορμή κάθε σφαίρας, διατηρείται σταθερή. Έτσι η σφαίρα μάζας $m_1=M$ συνεχίζει να στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω , ενώ η σφαίρα μάζας $m_2=2M$ δεν αποκτά γωνιακή ταχύτητα.



Οι δυνάμεις επαφής όμως θα μεταβάλλουν την ορμή κάθε σφαίρας, οπότε οι ταχύτητες του ΚΜ κάθε σφαίρας μετά την ελαστική κρούση, υπολογίζονται:



$$\text{ΑΔΟ: } \vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετα)} \Rightarrow m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\text{Ελαστική: } \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} I_1 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

εφόσον η σφαίρα μάζας $m_1=M$ συνεχίζει να στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω .

$$\text{Με επίλυση του συστήματος βρίσκουμε ότι: } v_1' = -\frac{1}{3}v_1 \text{ και } v_2' = \frac{2}{3}v_1$$

Άρα η σφαίρα μάζας $m_1=M$ θα συνεχίσει να στρέφεται δεξιόστροφα, ενώ ταυτόχρονα κινούμενη προς τ' αριστερά με ταχύτητα μέτρου $v_1' = \frac{1}{3}v_1$, θα γλιστρά. Η σφαίρα μάζας $m_2=2M$ θα ολισθήσει προς τα

δεξιά, με ταχύτητα $v_2' = \frac{2}{3}v_1$

ΘΕΜΑ Γ

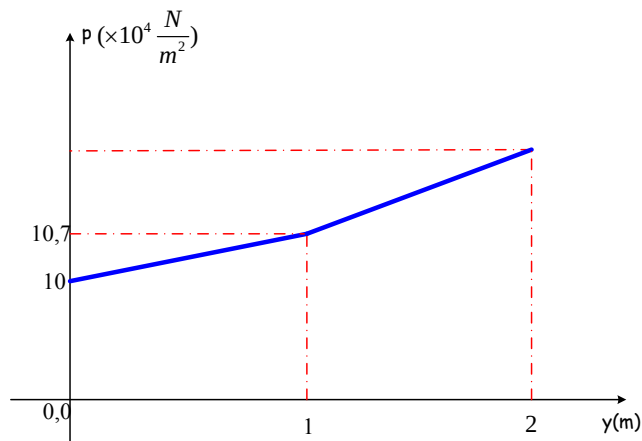
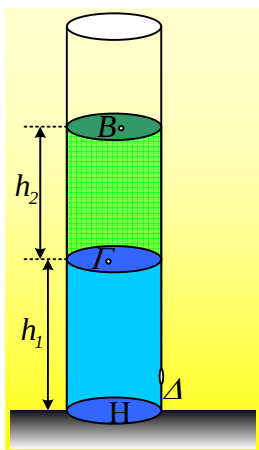
Γ1. Από το διάγραμμα βλέπουμε πως η πίεση στην ελεύθερη επιφάνεια του λαδιού έχει τιμή:

$$p = 10 \times 10^4 \frac{N}{m^2} = 10^5 \frac{N}{m^2}, \text{ όπου προφανώς αυτή είναι η τιμή της ατμοσφαιρικής πίεσης } p_{atm} = 10^5 \frac{N}{m^2}.$$

Σε βάθος $y=h_2=1\text{m}$ από την ελεύθερη επιφάνεια του λαδιού η πίεση έχει τιμή:

$$p_{\Gamma} = 10,7 \times 10^4 \frac{N}{m^2} = 1,07 \times 10^5 \frac{N}{m^2}$$

$$\text{Ισχύει όμως: } p_{\Gamma} = p_{atm} + \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_2 = \frac{p_{\Gamma} - p_{atm}}{g h_2} \Rightarrow \rho_2 = \frac{7 \times 10^3}{10} \frac{Kg}{m^3} \Rightarrow \rho_2 = 700 \frac{Kg}{m^3}$$



Η πίεση στον πυθμένα του δοχείου έχει τιμή:

$$p_H - p_{\Gamma} = \rho_1 g h_1 \Rightarrow p_H = p_{\Gamma} + \rho_1 g h_1 \Rightarrow p_H = 1,07 \times 10^5 \frac{N}{m^2} + 10^4 \frac{N}{m^2} \Rightarrow p_H = 1,17 \times 10^5 \frac{N}{m^2} \Rightarrow p_H = 11,7 \times 10^4 \frac{N}{m^2}$$

Γ2. Θεωρώντας πολύ μικρό το εμβαδόν της τάπας μπορούμε να δεχτούμε ότι σε όλα τα σημεία της, επικρατεί η ίδια πίεση p_{Δ} , όπου:

$$p_{\Delta} - p_{\Gamma} = \rho_1 g (h_1 - h) \Rightarrow p_{\Delta} = p_{\Gamma} + \rho_1 g (h_1 - h) \Rightarrow p_{\Delta} = 10,7 \times 10^4 \frac{N}{m^2} + 10^4 \cdot 0,8 \frac{N}{m^2} \Rightarrow p_{\Delta} = 11,5 \times 10^4 \frac{N}{m^2}$$

Η τάπα δέχεται μια οριζόντια δύναμη από το νερό μέτρου:

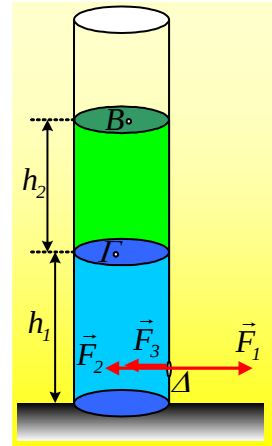
$$F_1 = p_{\Delta} \cdot A \Rightarrow F_1 = 11,5 \times 10^4 \frac{N}{m^2} \cdot 0,4 \times 10^{-4} m^2 \Rightarrow F_1 = 4,6 N$$

Ενώ επίσης δέχεται από την ατμόσφαιρα οριζόντια δύναμη:

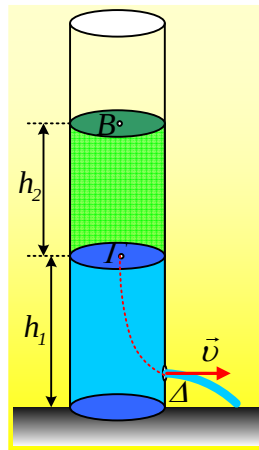
$$F_2 = p_{atm} \cdot A = 10^5 \cdot 0,4 \cdot 10^{-4} N = 4 N.$$

Αλλά η τάπα ισορροπεί, οπότε για τη δύναμη F_3 που δέχεται από τα τοιχώματα του σωλήνα, ισχύει:

$$F_1 = F_2 + F_3 \rightarrow F_3 = F_1 - F_2 = 4,6 N - 4 N = 0,6 N.$$



Γ3. Αφαιρώντας την τάπα, το νερό χύνεται με ταχύτητα εκροής v . Δεχόμενοι ότι ο σωλήνας έχει πολύ μεγαλύτερη διατομή, από την οπή, θεωρούμε ότι η επιφάνεια του λαδιού, παραμένει σε σταθερό ύψος και το λάδι ηρεμεί, οπότε $v_I = 0$. Ισχύει ότι: $p_I = p_{atm} + \rho_2 g h_2$



Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής $\Gamma\Delta$, έχουμε (θεωρούμε $h=0$ τον πυθμένα του σωλήνα) :

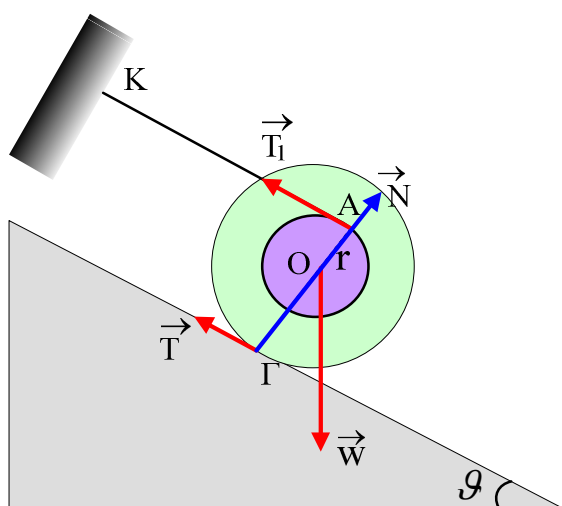
$$p_I + \frac{1}{2} \rho_1 v_I^2 + \rho_1 g h_1 = p_{\Delta} + \frac{1}{2} \rho_1 v_{\Delta}^2 + \rho_1 g h \Rightarrow (p_{atm} + \rho_2 g h_2) + \rho_1 g h_1 = p_{atm} + \frac{1}{2} \rho_1 v_{\Delta}^2 + \rho_1 g h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{\Delta} = \sqrt{2 \frac{\rho_2}{\rho_1} g h_2 + 2g(h_1 - h)} \Rightarrow v_{\Delta} = \sqrt{14 + 16} \frac{m}{s} \Rightarrow v_{\Delta} = \sqrt{30} \frac{m}{s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Για να παραμείνει ο κύλινδρος ακίνητος θα πρέπει:

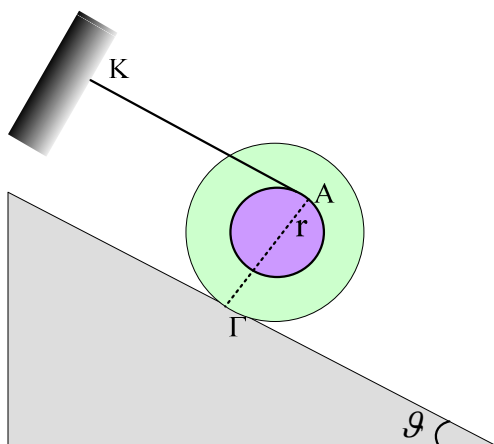
$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_1 r = T 2r \Rightarrow T_1 = 2T \text{ και } \Sigma F_x = 0 \Rightarrow mg \eta \mu \theta = T + T_1 \Rightarrow mg \eta \mu \theta = 3T \Rightarrow T = \frac{1}{3} mg \eta \mu \theta$$



Πρέπει: $T \leq T_{op} \Rightarrow \frac{1}{3} mg \eta \mu \theta \leq \mu_s mg \sigma \nu \theta \Rightarrow \mu_s \geq \frac{1}{4} = 0,25 \Rightarrow \mu_{s(\min)} = \frac{1}{4} = 0,25$

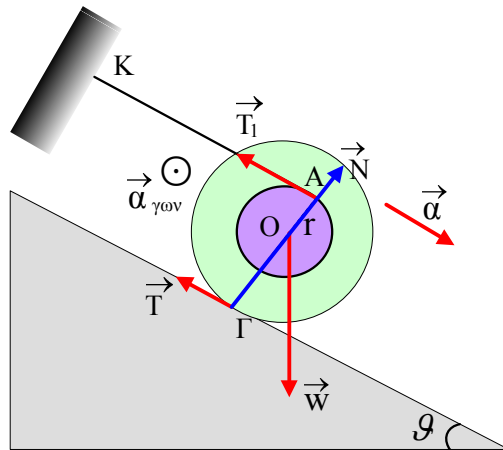
42. Εφόσον $\mu_s = \mu = \frac{1}{5} = 0,2 < 0,25$ ο κύλινδρος αρχίζει να ολισθαίνει πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο

Το σημείο A όπως και το ακλόνητο K όμως έχει μηδενική ταχύτητα



Για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει να έχει γραμμική ταχύτητα αντίθετη της μεταφορικής, δηλαδή ο κύλινδρος να στρέφεται αριστερόστροφα:

$$v_A = 0 \Rightarrow v = \omega r \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega r)}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow a = a_{\gamma\omega v} r \quad (1)$$



Η τριβή λοιπόν θα είναι τριβή ολίσθησης: $T = \mu_s mg \sin \theta = \frac{1}{5} mg \sin \theta \Rightarrow T = 1,6 N$

Για τη μεταφορική κίνηση: $\Sigma F_x = mg \sin \theta - T - T_1 = ma$

Για την περιστροφική: $\Sigma \tau_{(O)} = T_1 r - T \cdot 2r = I a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1 r - T \cdot 2r = \frac{1}{2} m 4r^2 \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1 - 2T = 2ma$

Προσθέτοντας κατά μέλη: $mg \sin \theta - 3T = 3ma \Rightarrow a = \frac{mg \sin \theta - 3T}{3m} \Rightarrow a = \frac{6 - 4,8}{3} = 0,4 \frac{m}{s^2}$

$$(1) \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{a}{r} \Rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = \frac{0,4}{0,05} = 8 \frac{rad}{s^2}$$

Οπότε: $v = a \cdot \Delta t \Rightarrow v = 0,4 \frac{m}{s^2} \cdot 10s \Rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$ και $\omega = a_{\gamma\omega\nu} \cdot \Delta t \Rightarrow \omega = 8 \frac{rad}{s^2} \cdot 10s \Rightarrow \omega = 80 \frac{rad}{s}$

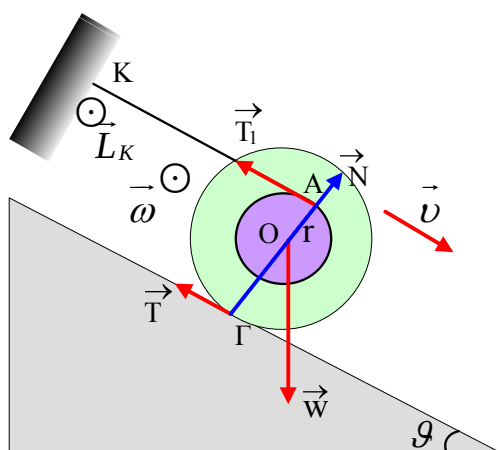
43. Από τη γενικευμένη μορφή του 2ου ΝΝ έχουμε:

$$\frac{dL_K}{dt} = \Sigma \tau_{(K)} = mg \sin \theta \cdot r - T \cdot 3r \Rightarrow \frac{dL_K}{dt} = (6 \cdot 0,05 - 1,6 \cdot 0,15) Kg \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow \frac{dL_K}{dt} = 0,06 Kg \frac{m^2}{s^2}$$

Οπότε:

$$\frac{\Delta L_K}{\Delta t} = 0,06 Kg \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow \frac{L_K - 0}{10s} = 0,06 Kg \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow L_K = 0,6 Kg \frac{m^2}{s} \text{ με διεύθυνση κάθετη στη σελίδα και}$$

φορά προς τον αναγνώστη



44. Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 10\text{s}$ ο άξονας του κυλίνδρου έχει μετατοπιστεί κατά:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 100\text{m} \Rightarrow \Delta x = 20\text{m}$$

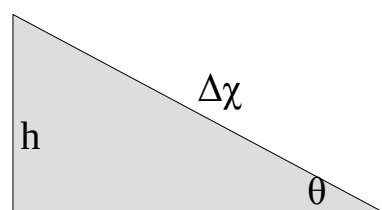
Οπότε έχει υψομετρική διαφορά σε σχέση με την αρχική του θέση:

$$\eta \mu \theta = \frac{h}{\Delta x} \Rightarrow h = 12\text{m}$$

Η απώλεια μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου είναι ίση με:

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + |\Delta E| \Rightarrow |\Delta E| = mgh - \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\Rightarrow |\Delta E| = 120\text{J} - 8\text{J} - 16\text{J} \Rightarrow |\Delta E| = 96\text{J}$$



Θοδωρής Παπασγουρίδης

papasgou@gmail.com