

Στο σχήμα δεν έχουν διατηρηθεί οι αναλογίες των μηκών για καλύτερη ευκρίνεια

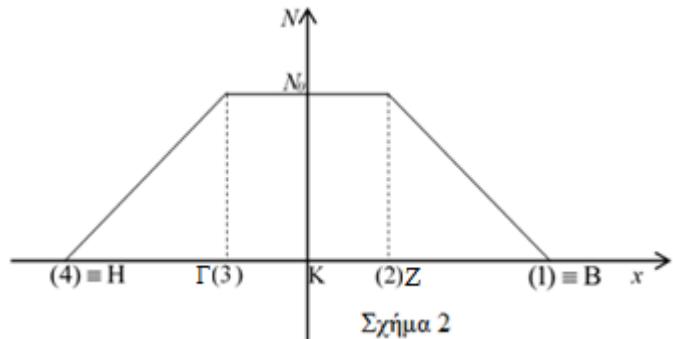
Κατακόρυφη στην οποία κινείται ο ανιχνευτής

Σχήμα 1

Σε πρώτη φάση μπορούμε να υποθέσουμε ότι η διάταξη βρίσκεται εκτός βαρυτικού πεδίου, ο ανιχνευτής είναι σημειακός και ότι σωματίδια καταγράφονται μόνο στην περιοχή (BH) της κατακορύφου επί της οποίας κινείται ο ανιχνευτής.

Γ.2.1. Να αποδείξετε ότι το εύρος της περιοχής (BH) είναι $3 \cdot d$.

Γ.2.2. Έχοντας την πληροφορία ότι η κατανομή των σωματιδίων (δηλ. το πλήθος N των σωματιδίων που φθάνουν σε κάθε θέση ανά δευτερόλεπτο) είναι τραπεζοειδής (βλ. Σχήμα 2) με κέντρο το K που είναι το σημείο της κατακορύφου που βρίσκεται ακριβώς απέναντι από το κέντρο της πηγής προσδιορίστε τις τετμημένες των σημείων (1) (που ταυτίζεται με το σημείο B του Σχήματος 1), (2), (3) και (4) (που ταυτίζεται με το σημείο H του Σχήματος 1) ως συνάρτηση του d .



Γ.2.3. Χρησιμοποιήστε το γεγονός ότι η κατανομή πρέπει να είναι συνεχής για να δείξετε ότι αν το πλήθος ανά μονάδα χρόνου των σωματιδίων που φθάνουν στην περιοχή απέναντι από την πηγή, δηλ. στο ευθύγραμμο τμήμα που ορίζουν τα σημεία (2) και (3) πλάτους d , είναι N_o τότε σε κάθε σημείο της περιοχής που ορίζεται από τα σημεία (1) και (2) πρέπει να φθάνουν στη μονάδα του χρόνου $N = N_o \left(\frac{3}{2} - \frac{x}{d} \right)$, όπου x η απόσταση από το σημείο K.



ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1^o ΘΕΜΑ

A.1.1. $M_{\Gamma\eta\zeta} \cong \dots$

A.1.2. $T_{\alpha\sigma\tau} \cong \dots$

A.2. Σχεδιάστε την απάντησή σας στο διπλανό σχήμα:



A.3. Σχεδιάστε το κύκλωμα της Γεωργίας στο χώρο που ακολουθεί:

2^o ΘΕΜΑ

B.1. $W = \dots$, B.2. $N = \dots$, B.3. $T_c = \dots$, $T_h = \dots$

B.4.
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....



3^ο ΘΕΜΑ

Γ.1. $y = \dots$

Γ.2.1.

Γ.2.2. $x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$ $x_3 = \dots$ $x_4 = \dots$

Γ.2.3.



Γ.2.4.



Γ.2.5. $x = \dots$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Δ.1.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Δ.2.1. Μονάδες συντελεστή $a = \dots$ Μονάδες συντελεστή $b = \dots$

Δ.2.2. Θέση ένδειξης $\theta = 10^\circ$ Θέση ένδειξης $\theta = 90^\circ$

Δ.2.3. Σχόλιο

.....
.....
.....
.....

Δ.3.1. $T_{πάγου} = \dots$ $T_{βρασμού} = \dots$

Δ.3.2. Εξήγηση

.....
.....
.....
.....



Δ.3.3. Απόδειξη

.....
.....
.....
.....
.....

Δ.4. Εξήγηση

.....
.....
.....
.....

Δ.5.

$$\frac{p}{p_{πάγου}} = \dots \quad T = \dots$$



Συνοπτικές Απαντήσεις

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1^ο ΘΕΜΑ

A.1.1. Ο υπολογισμός της μάζας της Γης γίνεται εύκολα αν εξισώσουμε τις δύο εκφράσεις για το βάρος ενός σώματος, μάζας m , που βρίσκεται στην επιφάνειά της:

$$mg = G \frac{M_{\text{Γης}} \cdot m}{R^2} \Rightarrow g = G \frac{M_{\text{Γης}}}{R^2} \Rightarrow M_{\text{Γης}} = \frac{gR^2}{G}$$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα, καταλήγουμε:

$$M_{\text{Γης}} \cong 6,1 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

A.1.2. Όπως διαπιστώσαμε στο προηγούμενο ερώτημα, η επιτάχυνση της βαρύτητας εξαρτάται μόνο από τη μάζα της πηγής του βαρυτικού πεδίου και την απόσταση από αυτή. Αφού κάθε αστέρας είναι ίδιος με τον Ήλιο και απέχει από τον άλλο απόσταση ίδια με εκείνη που απέχει η Γη από τον Ήλιο, συμπεραίνουμε ότι κάθε αστέρας προκαλεί στον άλλο μια βαρυτική επιτάχυνση ίση με εκείνη που προκαλεί ο Ήλιος στη Γη. Δηλαδή:

$$\alpha_{\kappa, \text{αστρου}} = \alpha_{\kappa, \text{Γης}}$$

Η επιτάχυνση αυτή λειτουργεί ως κεντρομόλος α_κ που διατηρεί τους δύο αστέρες σε κυκλική κίνηση. Έστω ότι οι δύο αστέρες κινούνται με επιτρόχιες ταχύτητες μέτρων v_1 και v_2 σε κυκλικές τροχιές ακτίνων R_1 και R_2 αντίστοιχα. Από το νόμο της παγκόσμιας έλξης προκύπτει ότι τα μέτρα των (κεντρομόλων) δυνάμεων που δέχονται οι δύο αστέρες είναι ίσα:

$$F_{\kappa,1} = F_{\kappa,2} \Rightarrow \frac{M_{\alpha\sigma\tau} v_1^2}{R_1} = \frac{M_{\alpha\sigma\tau} v_2^2}{R_2} \Rightarrow \frac{v_1^2}{R_1} = \frac{v_2^2}{R_2} \Rightarrow \frac{\omega_1^2 R_1^2}{R_1} = \frac{\omega_2^2 R_2^2}{R_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \omega_1^2 R_1 = \omega_2^2 R_2$$

όπου ω_1 και ω_2 οι γωνιακές ταχύτητες των αστέρων. Αφού η βαρυτική έλξη λειτουργεί ως κεντρομόλος, η διάκεντρος των δύο αστέρων διέρχεται από το κέντρο περιφοράς τους, άρα ισχύει:

$$\omega_1 = \omega_2$$

Έτσι καταλήγουμε ότι:

$$R_1 = R_2$$

Εξ άλλου

$$R_1 + R_2 = r_{HG}$$



όπου r_{HG} η απόσταση Ήλιου-Γης. Συνδυάζοντας τις δύο τελευταίες σχέσεις καταλήγουμε ότι:

$$R_1 = R_2 = \frac{r_{HG}}{2}$$

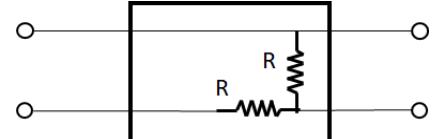
Γνωρίζουμε ότι σε μία κυκλική κίνηση ακτίνας r ισχύει:

$$\alpha_\kappa = r\omega^2$$

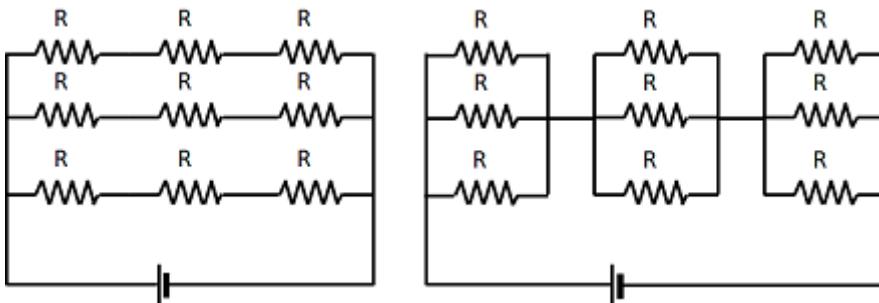
Άρα:

$$\begin{aligned} r_{\alpha\sigma\tau} \cdot \omega_{\alpha\sigma\tau}^2 &= r_{HG} \cdot \omega_{\Gamma\eta\varsigma}^2 \Rightarrow \frac{r_{HG}}{2} \cdot \omega_{\alpha\sigma\tau}^2 = r_{HG} \cdot \omega_{\Gamma\eta\varsigma}^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\omega_{\alpha\sigma\tau}^2}{2} = \omega_{\Gamma\eta\varsigma}^2 \Rightarrow \frac{4\pi^2}{2 \cdot T_{\alpha\sigma\tau}^2} = \frac{4\pi^2}{T_{\Gamma\eta\varsigma}^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T_{\alpha\sigma\tau} = \frac{T_{\Gamma\eta\varsigma}}{\sqrt{2}} \Rightarrow T_{\alpha\sigma\tau} = \frac{365 d}{\sqrt{2}} \Rightarrow T_{\alpha\sigma\tau} \approx 258 d \end{aligned}$$

A.2. Η απλούστερη συνδεσμολογία που συμφωνεί με τα πειραματικά δεδομένα, αποτελείται από δύο όμοιες αντιστάσεις συνδεδεμένες όπως στο σχήμα:



A.3. Δύο παραλλαγές του κυκλώματος της Γεωργίας φαίνονται στο επόμενο σχήμα:



2^ο ΘΕΜΑ

B.1. Χρησιμοποιώντας τη δοθείσα εξίσωση βρίσκουμε ότι $P_B = 2 \cdot 10^5 N/m^2$ και $V_B = 2 \cdot 10^{-3} m^3$. Οπότε το έργο είναι ίσο με $50J$.

B.2. $N|q_e||V| = 16J \Rightarrow N = 10^{18}$ ηλεκτρόνια.

$$\mathbf{B.3.} \quad T_c = \frac{P_A V_A}{n R} = 300 K .$$

Για την υψηλότερη θερμοκρασία που επιτυγχάνεται στον κύκλο:

$$P = 3 \cdot 10^5 - 10^8 V \Rightarrow \frac{nRT}{V} = 3 \cdot 10^5 - 10^8 V \Rightarrow T = 9 \cdot 10^5 V - 3 \cdot 10^8 V^2 .$$

Για να έχει η ανωτέρω εξίσωση λύση ως προς τον όγκο, θα πρέπει η διακρίνουσά της να



είναι θετική η μηδέν, οπότε καταλήγουμε σε μια ανίσωση με τη θερμοκρασία η οποία μας βγάζει ως μέγιστη τιμή της θερμοκρασίας την $T_h = 675K$. Θα πρέπει βέβαια να ελεγχθεί ότι αυτή η θερμοκρασία αντιστοιχεί σε σημείο του ευθύγραμμου τμήματος ΒΓ και όχι σε κάποιο άλλο σημείο της ευθείας ΒΓ.

Ένας πρόχειρος τρόπος ελέγχου είναι η παρατήρηση ότι οι θερμοκρασίες στις καταστάσεις Β και Γ, είναι $600^{\circ}K$, δηλαδή μικρότερες της T_h και ανήκουν στην ίδια ισόθερμη. Αφού οι ισόθερμες καμπύλες δεν τέμνονται, τα σημεία της ευθείας ΒΓ που **δεν** ανήκουν στο ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ αντιστοιχούν σε καταστάσεις χαμηλότερης θερμοκρασίας, συνεπώς η κατάσταση με θερμοκρασία T_h αντιστοιχεί σε σημείο του ευθύγραμμου τμήματος ΒΓ.

Εναλλακτικά, λύνοντας το τριώνυμο για αυτή την τιμή της θερμοκρασίας (που ισοδυναμεί με $\Delta=0$) προκύπτει $V = 1,5 \cdot 10^{-3} m^3$, δηλ. τιμή ανάμεσα στις V_A και V_G .

B.4. Προκειμένου για φορτισμένες μεταλλικές σφαίρες με αντίθετα φορτία, τα ηλεκτρόνια στη αρνητική σφαίρα θα πλησιάσουν προς το μέρος της άλλης και από τη θετικά φορτισμένη σφαίρα θα απογυμνωθούν σε μεγαλύτερο βαθμό από ηλεκτρόνια τα ιόντα που βρίσκονται εγγύτερα στην άλλη σφαίρα. Οπότε το κέντρο φορτίου (αντίστοιχη έννοια με το κέντρο μάζας) των σφαιρών θα μετατοπιστεί εγγύτερα προς την άλλη σφαίρα, άρα θα είναι μικρότερη η δυναμική ενέργεια (αλγεβρικά). (Οπως και πρέπει δηλαδή, καθόσον οι ευσταθείς καταστάσεις είναι αυτές με τη χαμηλότερη δυνατή δυναμική ενέργεια.)

3^ο ΘΕΜΑ

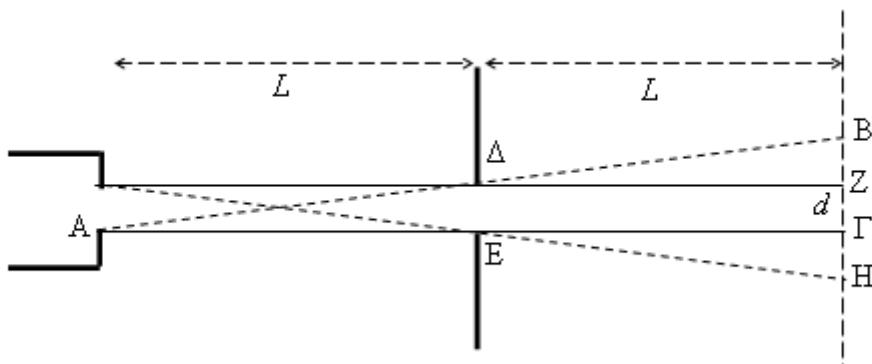
Γ.1. Αφού τα σωματίδια της δέσμης εκτελούν οριζόντια βολή για να καλύψουν την

οριζόντια απόσταση του $1m$ θα απαιτηθεί χρόνος $x = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{1}{500} s$. Στο χρόνο αυτό η

κατακόρυφη μετατόπιση των σωματιδίων της δέσμης είναι:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot \left(\frac{1}{500} \right)^2 \Rightarrow y = 1,96 \cdot 10^{-5} m .$$

Γ.2.1. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνονται με στικτές γραμμές οι ευθύγραμμες τροχιές που θα ακολουθήσουν τα «ακραία» σωματίδια που θα φθάσουν στον ανιχνευτή.



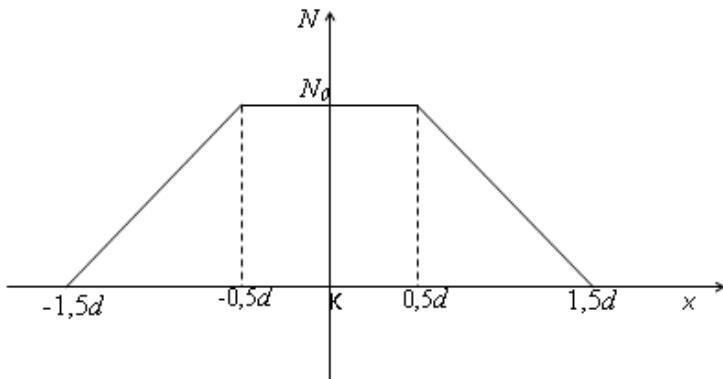
Σχήμα 1



Τα τρίγωνα ABG και ADE είναι ορθογώνια και έχουν κοινή γωνία την A , επομένως είναι ίσα. Θα πρέπει λοιπόν να ισχύει $\frac{(BG)}{(AE)} = \frac{2 \cdot L}{L} \stackrel{(AE)=d}{\Rightarrow} (BG) = 2 \cdot d$, και αφού $(ZG) = d$

προκύπτει ότι $(ZB) = d$. Με όμοιο τρόπο δείχνουμε ότι το συμμετρικό του (ZB) έχει επίσης μήκος d , γεγονός που σημαίνει ότι η περιοχή (BH) στην οποία φθάνουν σωματίδια έχει πλάτος $3 \cdot d$.

Γ.2.2. Πολύ εύκολα με βάση την απάντηση στο προηγούμενο ερώτημα προκύπτουν οι τετμημένες των σημείων (1), (2), (3) και 4 όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2

Γ.2.3. Για την περιοχή $\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{3 \cdot d}{2}$ η συνάρτηση είναι γραμμική επομένως πρέπει να είναι της μορφής $N = a \cdot x + b$. Όμως για $x = 1.5 \cdot d$ πρέπει να είναι $N = 0$ επομένως

$$0 = a \cdot \frac{3 \cdot d}{2} + b \Rightarrow b = -a \cdot \frac{3 \cdot d}{2}$$

και για $x = 0.5 \cdot d$ πρέπει να είναι $N = N_0$ άρα

$$N_0 = a \cdot \frac{d}{2} + b \stackrel{b = -a \cdot \frac{3 \cdot d}{2}}{\Rightarrow} N_0 = a \cdot \frac{d}{2} - a \cdot \frac{3 \cdot d}{2} \Rightarrow N_0 = -a \cdot d \Rightarrow a = -\frac{N_0}{d}$$

Για τον σταθερό όρο έχουμε



$$b = -a \cdot \frac{3 \cdot d}{2} \Rightarrow b = -\left(-\frac{N_0}{d}\right) \cdot \frac{3 \cdot d}{2} \Rightarrow b = \frac{3 \cdot N_0}{2}.$$

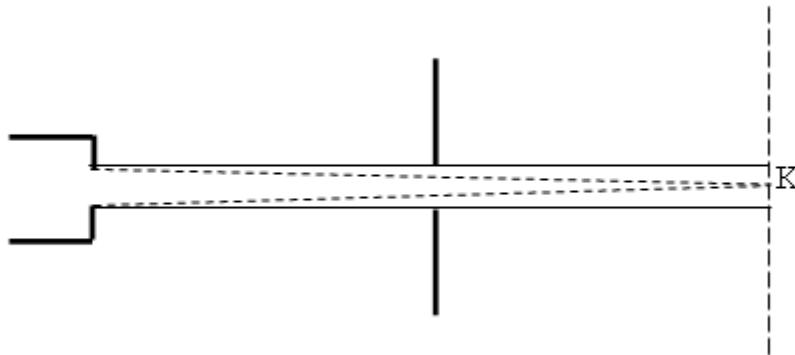
Επομένως η φθίνουσα γραμμική συνάρτηση στην περιοχή $\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{3 \cdot d}{2}$ τελικά θα

$$\text{περιγράφεται από τη σχέση } N = N_0 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{x}{d} \right).$$

Γ.2.4. Σε κάθε σημείο της κεντρικής περιοχής (ΖΓ) (βλ. Σχήμα 1) εύρους d θα φθάνει ο ίδιος αριθμός σωματιδίων ανά δευτερόλεπτο έστω N_0 . Αυτό συμβαίνει γιατί κάθε σημείο αυτού του ευθύγραμμου τμήματος (όπως για παράδειγμα το κέντρο Κ του ευθύγραμμου τμήματος ΖΓ) «βλέπει» όλη την πηγή όπως φαίνεται στο Σχήμα 3, επομένως θα είναι:

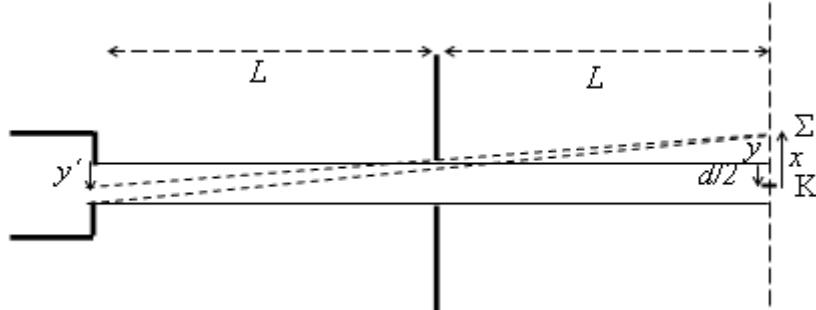
$$N_0 = a \cdot d$$

όπου a κάποια σταθερά αναλογίας.



Σχήμα 3

Για τα σημεία του τμήματος (ΖΒ) (βλ. Σχήμα 1), το πλήθος των σωματιδίων που φθάνει σε κάθε δευτερόλεπτο θα είναι ανάλογο με το εύρος της πηγής που «βλέπει» το κάθε σημείο Σ όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.



Σχήμα 4

Αν υποθέσουμε ότι το Σ απέχει από το κέντρο K του ευθύγραμμου τμήματος ($Z\Gamma$) (βλ. Σχήμα 1) απόσταση x . Προφανώς είναι:

$$x = \frac{d}{2} + y \Rightarrow y = x - \frac{d}{2}.$$

Το σημείο Σ «βλέπει» από την πηγή ένα μήκος $d - y'$, επομένως το πλήθος των σωματιδίων που καταγράφει ο ανιχνευτής στο Σ είναι:

$$N = a \cdot (d - y').$$

Τα τρίγωνα που έχουν πλευρές τα μήκη y και y' είναι όμοια (αφού είναι και τα δύο ορθογώνια, ενώ έχουν δύο γωνίες κατακορυφήν) επομένως θα ισχύει ότι:

$$\frac{y}{y'} = \frac{L}{L} \Rightarrow \frac{y}{y'} = 1 \Rightarrow y' = y \Rightarrow y' = x - \frac{d}{2}.$$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων για τα σωματίδια στα δύο σημεία έχω:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{a \cdot (d - y')}{a \cdot d} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{d - x + \frac{d}{2}}{d} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{\frac{3 \cdot d}{2} - x}{d} \Rightarrow N = N_0 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{x}{d} \right).$$

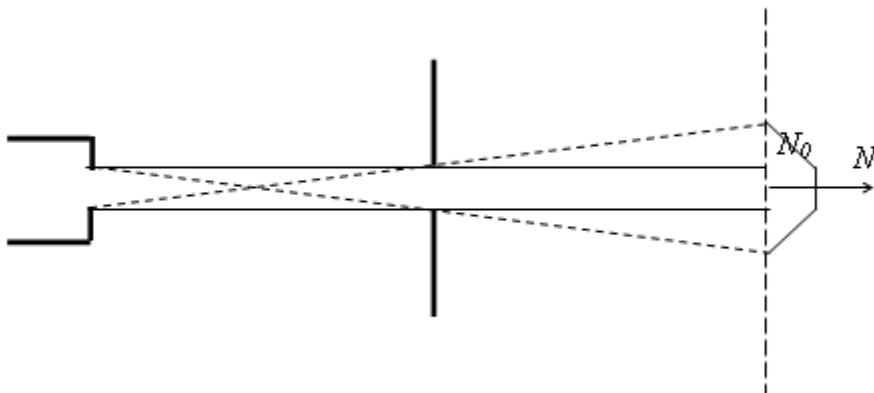
Η προηγούμενη εξίσωση που ισχύει για $\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{3 \cdot d}{2}$ δείχνει ότι το πλήθος των σωματιδίων που καταγράφει ο ανιχνευτής μειώνεται γραμμικά με την απόσταση έξω από την περιοχή



ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Λυκείου "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2019 - Β' Τάξη

13/04/2019

(ΓΖ) (βλ. Σχήμα 1) και μάλιστα όπως είναι αναμενόμενο για $x = \frac{d}{2} + d$ το πλήθος των σωματιδίων που καταγράφονται είναι μηδέν. Προφανώς και για την περιοχή (ΓΗ) (βλ. Σχήμα 1) θα έχω γραμμική μείωση με την απόσταση.



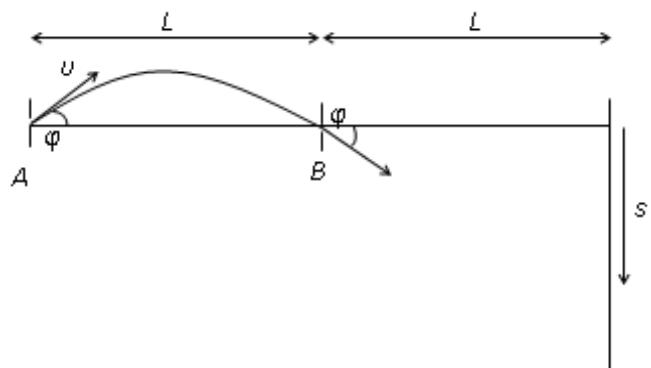
Σχήμα 5

Επομένως η κατανομή των σωματιδίων θα είναι τραπεζοειδής, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.

Γ.2.5. Πολύ εύκολα υπολογίζεται ότι $x \cong \frac{9,81 \cdot 1^2}{300} m \Rightarrow x \cong 0,11 mm$.

$$\text{ΣΧΟΛΙΟ ΣΧΕΤΙΚΑ ΜΕ ΤΗΝ ΕΞΙΣΩΣΗ } x \cong \frac{g \cdot L^2}{v^2}$$

Η γεωμετρία της διάταξης επιβάλλει γενικά σε ένα σωματίδιο να εκτελέσει πλάγια βολή με αρχική κατεύθυνση της ταχύτητας προς τα πάνω προκειμένου να περάσει από τη σχισμή και να φθάσει στον ανιχνευτή στην περίπτωση παρουσίας βαρυτικού πεδίου όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Ο χρόνος πτήσης μεταξύ Α και Β είναι

$$\frac{L}{v \cdot \sin \varphi}, \text{ ενώ για να περάσει το σωματίδιο από τη σχισμή θα πρέπει}$$



ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Λυκείου "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2019 - Β' Τάξη

13/04/2019

$$y=0 \Rightarrow v \cdot \eta \mu \varphi \cdot \left(\frac{L}{v \cdot \sigma v \varphi} \right) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{L}{v \cdot \sigma v \varphi} \right)^2 = 0 \Rightarrow 2 \cdot \eta \mu \varphi \cdot \sigma v \varphi = \frac{g \cdot L}{v^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta \mu 2 \varphi = \frac{g \cdot L}{v^2}.$$

Επειδή οι εμπλεκόμενες ταχύτητες είναι πολύ μεγάλες, οι δυνατές τιμές των γωνιών φ είναι μικρές, επομένως μπορώ να χρησιμοποιήσω την προσέγγιση $\eta \mu(2\varphi) \cong 2\varphi$, (άρα $\varphi \cong \frac{g \cdot L}{2v^2}$), αλλά και να θεωρήσω ότι $\sigma v(\varphi) \cong 1$.

Η πτώση του ατόμου θα είναι (η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με τον οριζόντιο άξονα στο Β είναι επίσης φ όπως εύκολα αποδεικνύεται αφού στη συγκεκριμένη θέση οι συνιστώσες της ταχύτητας είναι ίδιες με τις συνιστώσες στο σημείο εκτόξευσης):

$$\begin{aligned} s &= v \cdot \eta \mu \varphi \cdot \left(\frac{L}{v \cdot \sigma v \varphi} \right) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{L}{v \cdot \sigma v \varphi} \right)^2 \xrightarrow[\sigma v \varphi \approx 1]{\eta \mu \varphi \approx \varphi} \\ &\Rightarrow s = v \cdot \frac{g \cdot L}{2 \cdot v^2} \cdot \left(\frac{L}{v} \right) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{L}{v} \right)^2 \Rightarrow s = \frac{g \cdot L^2}{2 \cdot v^2} + \frac{g \cdot L^2}{2 \cdot v^2} \Rightarrow s = \frac{g \cdot L^2}{v^2}. \end{aligned}$$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Δ.1. Υποθέτοντας ότι $\theta = \alpha \cdot l + b$ και εφαρμόζοντας τη σχέση για τα ζεύγη ($\theta_{πάγου} = 0^\circ C$, $l_{πάγου}$) και ($\theta_{βρασμού} = 100^\circ C$, $l_{βρασμού}$) έχω $0 = \alpha \cdot l_{πάγου} + b \Rightarrow b = -\alpha \cdot l_{πάγου}$ και

$$100 = \alpha \cdot l_{βρασμού} + b \Rightarrow 100 = \alpha \cdot l_{βρασμού} - \alpha \cdot l_{πάγου} \Rightarrow \alpha = \frac{100}{l_{βρασμού} - l_{πάγου}}$$

οπότε θα είναι $b = -\frac{100 \cdot l_{πάγου}}{l_{βρασμού} - l_{πάγου}}$.

Με βάση τις τιμές των σταθερών α και b που προσδιορίσαμε προκύπτει ότι:

$$\theta = \frac{100}{l_{βρασμού} - l_{πάγου}} \cdot l - \frac{100}{l_{βρασμού} - l_{πάγου}} \cdot l_{πάγου} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow \theta = \frac{100}{l_{\beta\text{ρασμού}} - l_{\piάγου}} \cdot (l - l_{\piάγου}) \Rightarrow \theta = 100 \frac{l - l_{\piάγου}}{l_{\beta\text{ρασμού}} - l_{\piάγου}}$$

Δ.2.1. Προκειμένου να είναι η σχέση $\theta = \alpha \cdot \ln(b \cdot l)$ διαστατικά ορθή θα πρέπει το γινόμενο $b \cdot l$ να είναι καθαρός αριθμός, επομένως θα πρέπει η σταθερά b να έχει μονάδες αντίστροφου μήκους, ενώ η σταθερά α θα πρέπει να έχει μονάδες θερμοκρασίας.

Δ.2.2. Εφαρμόζω και πάλι την σχέση $\theta = \alpha \cdot \ln(b \cdot l)$ για τα δεδομένα ζεύγη τιμών προκειμένου να προσδιορίσω τις σταθερές α και b . Για το πρώτο ζεύγος (5, 0) έχουμε:

$$0 = \alpha \cdot \ln(b \cdot 5) \xrightarrow{\alpha \neq 0} \ln(b \cdot 5) = 0 \Rightarrow b \cdot 5 = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{5} \text{ cm}^{-1}$$

ενώ για το δεύτερο ζεύγος (25, 100) προκύπτει:

$$100 = \alpha \cdot \ln(b \cdot 25) \xrightarrow{b=1/5} \alpha \cdot \ln(5) = 100 \Rightarrow \alpha = \frac{100}{\ln(5)} \text{ } ^\circ\text{C}$$

άρα η σχέση παίρνει τη μορφή:

$$\theta = \frac{100}{\ln 5} \cdot \ln \frac{l}{5}$$

Εύκολα τώρα με επίλυση της σχέσης αυτής διαπιστώνω ότι η ένδειξη 10 αντιστοιχεί σε 5,873 cm και η ένδειξη 90 σε 21,25 cm.

Δ.2.3. Η συγκεκριμένη κλίμακα δεν είναι ισοδιάστατη και επομένως θα έχω πολύ μικρότερη ακρίβεια στο διάστημα 0 έως 10 (που αντιστοιχεί σε $5,873-5=0,873 \text{ cm}$) από ότι στο διάστημα 90 έως 100 (που αντιστοιχεί σε $25-21,25=3,71 \text{ cm}$).

Δ.3.1. Από την πειραματικά προσδιορισμένη σχέση $\frac{p_{\beta\text{ρασμού}}}{p_{\piάγου}} = 1,366$ με βάση την σχέση αναλογίας που υποθέσαμε ότι συνδέει τα δύο μεγέθη $T = c \cdot p$ έχουμε:

$$\frac{p_{\beta\text{ρασμού}}}{p_{\piάγου}} = 1,366 \Rightarrow \frac{\frac{T_{\beta\text{ρασμού}}}{c}}{\frac{T_{\piάγου}}{c}} = 1,366 \Rightarrow \frac{T_{\beta\text{ρασμού}}}{T_{\piάγου}} = 1,366$$



που μαζί με τη σχέση $T_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu} - T_{\pi \alpha \gamma \nu} = 100^{\circ}K$ συνιστούν ένα σύστημα που λύνεται και δίνει τις τιμές $T_{\pi \alpha \gamma \nu} = 273,2K$ και $T_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu} = 373,2K$.

Δ.3.2. Η όλη διαδικασία εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το πόσο καλά θεωρούμε ότι αναπαράγουμε το σημείο που το καθαρό νερό βράζει και παγώνει, αλλά και από το πόσο καθαρό είναι το νερό που χρησιμοποιούμε. Αν πετύχουμε με μεγαλύτερη ακρίβεια αυτές τις συνθήκες θα αλλάξουν οι σχέσεις άρα και ο λόγος τους. Αυτό, με δεδομένο ότι πάντα επιλέγουμε να είναι $T_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu} - T_{\pi \alpha \gamma \nu} = 100^{\circ}K$, θα οδηγήσει σε διαφορετικές τιμές για τα $T_{\pi \alpha \gamma \nu}$ και $T_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu}$ όπως φαίνεται από τη διαδικασία του ερωτήματος Δ.3.1.

Δ.3.3. Αφού $T = \alpha \cdot p$ για το ζεύγος τιμών $(p_{\pi \alpha \gamma \nu}, T_{\pi \alpha \gamma \nu})$ προκύπτει

$$T_{\pi \alpha \gamma \nu} = c \cdot p_{\pi \alpha \gamma \nu} \Rightarrow c = \frac{T_{\pi \alpha \gamma \nu}}{p_{\pi \alpha \gamma \nu}}$$

ενώ για το ζεύγος τιμών $(p_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu}, T_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu})$ προκύπτει

$$T_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu} = c \cdot p_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu} \Rightarrow c = \frac{T_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu}}{p_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu}}$$

Τέλος για την τυχαία θερμοκρασία (T) που θα αντιστοιχεί στην τυχαία πίεση (p) θα έχουμε αντιστοίχως

$$T = c \cdot p \Rightarrow c = \frac{T}{p}$$

Από όλες αυτές τις σχέσεις έχουμε:

$$\frac{T}{p} = \frac{T_{\pi \alpha \gamma \nu}}{p_{\pi \alpha \gamma \nu}} = \frac{T_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu}}{p_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu}} \Rightarrow \begin{cases} T = T_{\pi \alpha \gamma \nu} \frac{p}{p_{\pi \alpha \gamma \nu}} \Rightarrow T = 273,2 \frac{p}{p_{\pi \alpha \gamma \nu}} \\ T = T_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu} \frac{p}{p_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu}} \Rightarrow T = 373,2 \frac{p}{p_{\beta \rho \alpha \sigma \mu \nu}} \end{cases}$$

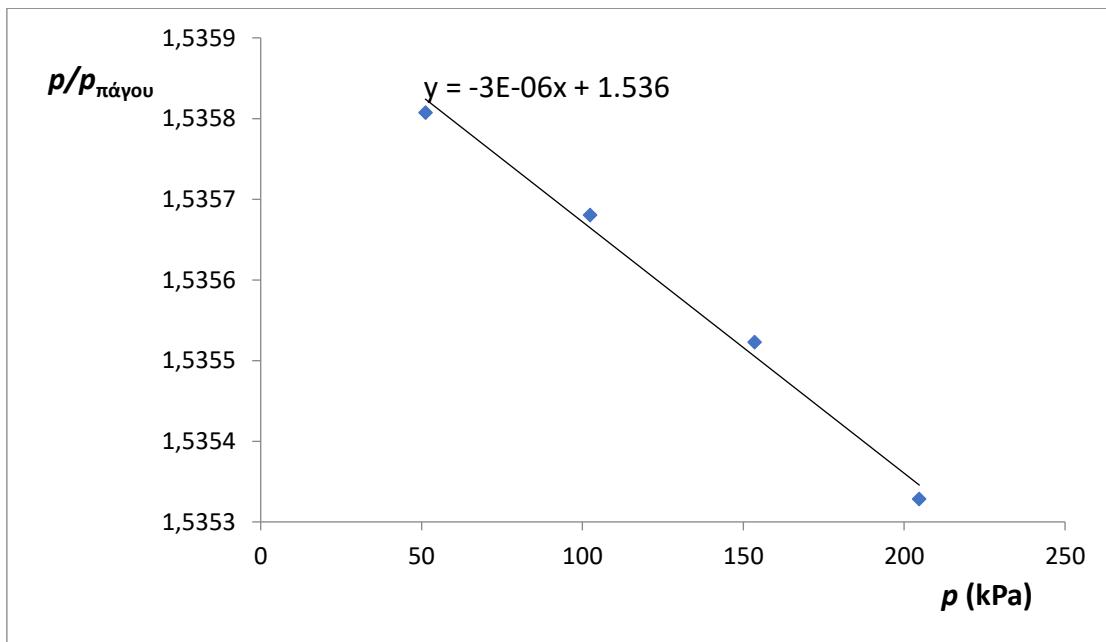
Δ.4. Καθώς μειώνουμε την ποσότητα, το αέριο γίνεται πιο αραιό και η συμπεριφορά του προσεγγίζει αυτή ενός ιδανικού αερίου άρα από την καταστατική εξίσωση και αφού $V =$ σταθερό, ο λόγος των πιέσεων θα είναι ίσος με το λόγο των θερμοκρασιών ανεξάρτητα από το είδος και την ποσότητα του αερίου.



Δ.5. Από τον πίνακα υπολογίζω το λόγο $\frac{p}{p_{πάγου}}$.

$p_{πάγου}$ (kPa)	133,32	99,992	66,661	33,331
p (kPa)	204,69	153,54	102,37	51,190
$p/p_{πάγου}$	1,5353	1,5355	1,5356	1,5358

Η γραφική παράσταση $\frac{p}{p_{πάγου}} = f(p_{πάγου})$ φαίνεται στο διάγραμμα που ακολουθεί.



και η τομή με τον άξονα $\frac{p}{p_{πάγου}}$ είναι το 1,536. Επομένως με βάση τη σχέση που αποδείχθηκε στο ερώτημα Δ.3.3. θα έχω:

$$T = 273,2 \frac{p}{p_{πάγου}} \Rightarrow T = 273,2 \cdot 1,536 \Rightarrow T = 419,64K$$