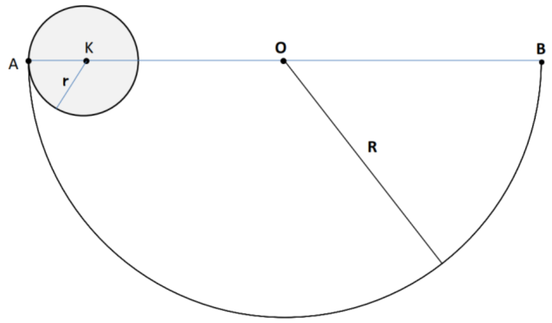
Η ΑΣΚΗΣΗ

Έστω λεία ημικυλινδρική επιφάνεια που η διατομή της φαίνεται στο σχήμα . Η ακτίνα της είναι R=1m και η διάμετρός της AB είναι οριζόντια. Ομογενής σφαίρα μάζας M=0,5Kg και ακτίνας r=0,2m τοποθετείται όπως φαίνεται στο σχήμα 1 και αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί.



α. Ποια η δύναμη που δέχεται η σφαίρα από την ημικυλινδρική επιφάνεια στο κατώτερη θέση της;

β. Ποιο το είδος της τροχιάς που διαγράφει το σημείο A **της επιφάνειας της σφαίρας** που βρίσκεται αρχικά σε επαφή με το χείλος της ημικυλινδρικής επιφάνειας και ποια τα χαρακτηριστικά της; Σχεδιάστε τη και δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.(Θεωρήστε το σημείο A να είναι χρωματισμένο πράσινο).

γ. Ποια η ταχύτητα και ποια η επιτάχυνση του ανωτέρω σημείου στην κατώτερη θέση της τροχιάς του; Δίνεται $g=10m/s^2$.

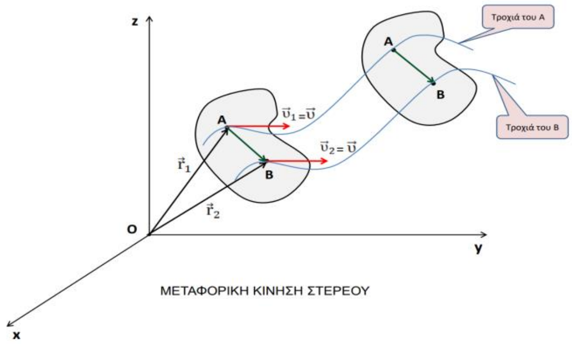
Η ΛΥΣΗ

α. Όπως φαίνεται στην τυχαία θέση της - σχήμα 1 – η σφαίρα δέχεται δύο δυνάμεις : Το βάρος της και τη δύναμη $\vec{N}$ από την ημικυλινδρική επιφάνεια. Επειδή οι φορείς τους διέρχονται από το κέντρο μάζας που ταυτίζεται με το γεωμετρικό κέντρο η ροπή τους ως προς αυτό είναι μηδέν οπότε η σφαίρα δεν θα περιστρέφεται. Συνεπώς, η κίνησή της είναι ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ! Μια πιο «αυστηρή» δικαιολόγηση βρίσκεται στη δημοσίευση **μεταφορική κίνηση και Στ=0.**

Μερικά στοιχεία για τη μεταφορική κίνηση: Εξ ορισμού στη μεταφορική κίνηση, όλα τα υλικά σημεία από τα οποία θεωρούμε ότι αποτελείται, έχουν κάθε στιγμή την ίδια ταχύτητα $\vec{\boldsymbol{\upsilon}}$ **,** συνεπώς και την ίδια επιτάχυνση $\vec{\boldsymbol{\alpha}}$ οπότε θα διαγράφουν την ίδια ακριβώς τροχιά κατά σχήμα και μέγεθος. Επιπλέον το διάνυσμα $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$ που συνδέει δύο σημεία του στερεού παραμένει σταθερό κατά την κίνησή του (σχήμα).

Απόδειξη μόνο για συναδέλφους: Από σχήμα : $\vec{r}_1+\overrightarrow{AB}=\vec{r}_2$ ή $\overrightarrow{AB}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$ ή

$\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}=\frac{d\vec{r}_2}{dt}-\frac{d\vec{r}_1}{dt}=\vec{\upsilon}_2-\vec{\upsilon}_1=\vec{\upsilon}-\vec{\upsilon}=\vec{0}$ Άρα $\overrightarrow{AB}$ = σταθερό.



Επιπλέον για τη κινητική ενέργεια του στερεού έχουμε: K= $K_1 + K_2$ + ……+K_N =

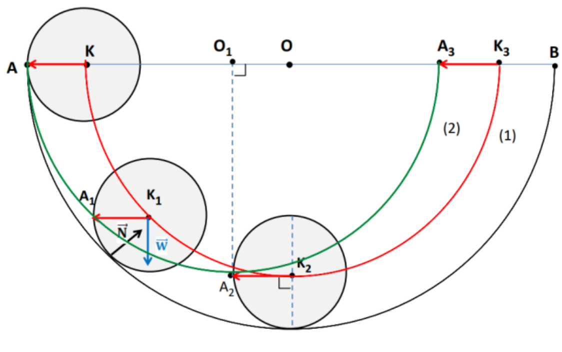
= $\frac{1}{2}m_1υ^2$ +$\frac{1}{2}m_2υ^2$ +……+$\frac{1}{2}m_Nυ^2$ =$\frac{1}{2}$ $(m_1$+m_2+…..+$m_N)$ υ² ή **K=** $\mathbf{\frac{1}{2}Mυ^2}$

Συνέχεια της λύσης: Από Θ.Δ.Μ.Ε μεταξύ αρχικής και κατώτερης θέσης έχουμε:

Mg(R-r) =$\frac{1}{2}$Mυ² ή υ=$\sqrt{2g(R-r)}$ ή **υ=4m/s**

Και : $F_{κεν=}$N-w (σχήμα 2) ή N-w =M $\frac{υ^2}{R-r}$ ή N = M(g + $\frac{υ^2}{R-r}$) ή **N=15*N*** .

β. Προφανώς το κέντρο της σφαίρας διαγράφει το «κόκκινο» ημικύκλιο (O, R-r). Σύμφωνα με τα παραπάνω το σημείο A της σφαίρας θα διαγράφει το «πράσινο» ημικύκλιο (O_1, R-r) με OO_1=r (σχήμα 1). Επιπλέον, το διάνυσμα που συνδέει το κέντρο της σφαίρας με το «πράσινο» σημείο της A, θα παραμένει σταθερό κατά την κίνησή της: $\overrightarrow{KA}$ =$\overrightarrow{K_1A_1}$ =$\overrightarrow{K_2A_2}$ =$\overrightarrow{K_3A_3}$.

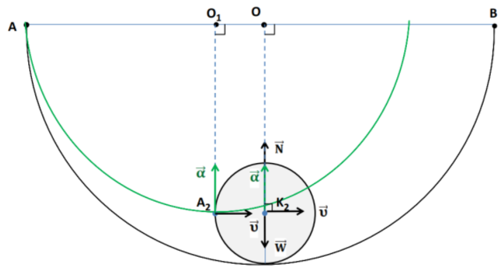


Σχήμα 1

γ. Τα δύο σημεία ,το κέντρο της σφαίρας και το «πράσινο» σημείο, διέρχονται ταυτόχρονα από το κατώτερο σημείο της τροχιάς τους (σχήμα 1) .

Το κέντρο στη θέση αυτή έχει οριζόντια ταχύτητα **υ=4m/s**. Την ίδια ταχύτητα έχει και το «πράσινο» σημείο.

Ομοίως στη θέση αυτή για την επιτάχυνση αυτών των σημείων ισχύει:



Σχήμα 2

$\alpha = \alpha_{κεν} = \dfrac{\upsilon^2}{R-r}$ ή **α=20m/s^2** με $\vec{\alpha}$ κατακόρυφη προς τα πάνω (σχήμα 2) .