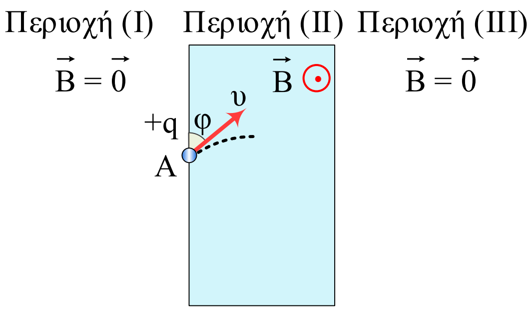
Δύναμη Lorentz – επιστροφή στο σημείο εκτόξευσης.

Στο σχήμα φαίνεται κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου B = 10^{-2} T εύρους D = 1,5 m (περιοχή (II)). Φορτισμένο σωματίδιο φορτίου q = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C και μάζας m = $1{,}6\cdot10^{-27}$ kg εκτοξεύεται οριζόντια από σημείο Α (δεν φαίνεται στο σχήμα) της περιοχής (I) και εισέρχεται στο πεδίο με ταχύτητα που σχηματίζει γωνία φ = 60° με το όριο του πεδίου. Το σωματίδιο διαγράφει κυκλική τροχιά μέσα στο πεδίο με την μέγιστη δυνατή ακτίνα ώστε να εξέλθει από το πεδίο στην περιοχή (I). Η βαρύτητα και η αντίσταση του αέρα αμελούνται.



α. Να βρεθεί η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που εκτελεί το σωματίδιο μέσα στο πεδίο.

β. Να βρεθεί η μεταβολή της ορμής του σωματιδίου εξαιτίας του πεδίου.

Το σωματίδιο μετά την έξοδο του από το πεδίο επιστρέφει στο σημείο εκτόξευσης του (Α).

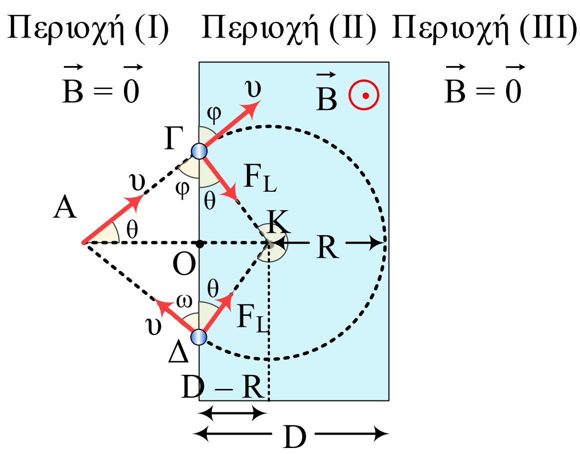
γ. Να βρεθεί:

i. το μήκος της τροχιάς που διέγραψε από τη στιγμή της εκτόξευσης του μέχρι να επιστρέψει στο σημείο Α και

ii. ο ολικός χρόνος κίνησης του (από τη στιγμή της εκτόξευσης μέχρι την επιστροφή στο Α)

Λύση

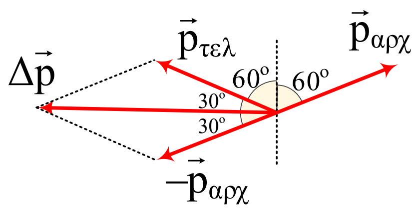
α. Για να μην βγει το σωματίδιο στην περιοχή (III) πρέπει όταν κινείται με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ η κυκλική τροχιά που διαγράφει κατά την κίνηση του στην περιοχή (II) να εφάπτεται στο όριο του πεδίου με την περιοχή (III). Το κέντρο της κυκλικής τροχιάς Κ προσδιορίζεται από την μεσοκάθετο της χορδής (ΓΔ) και την διεύθυνση της $\vec{F}_L$ στην είσοδο (σημείο Γ) του σωματιδίου στο πεδίο.



Τρίγωνο ΓΟΚ: $\eta\mu\theta=\dfrac{D-R}{R}\Rightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{D-R}{R}\Rightarrow R=\dfrac{2D}{3}\Rightarrow$ **R = 1 m**.

β. $\left.\begin{aligned}\theta+\varphi=90\\ \omega+\theta=90\end{aligned}\right\}\Rightarrow\omega=\varphi=60^{o}=\dfrac{\pi}{3}\text{rad}$

$\Delta p=\sqrt{p_{\tau}^{2}+p_{\alpha}^{2}+2p_{\tau}p_{\alpha}\sigma\upsilon\nu60}\Rightarrow\mathbf{\Delta p=m\upsilon\sqrt{3}}$ (1)



$\upsilon=\dfrac{RB|q|}{m}\Rightarrow\upsilon=\dfrac{1\cdot10^{-2}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{1{,}6\cdot10^{-27}}\dfrac{m}{s}\Rightarrow$ **υ = 10^6 m/s**.

και από την (1) $\Rightarrow\Delta p=m\upsilon\sqrt{3}=1{,}6\cdot10^{-27}\cdot10^{6}\sqrt{3}\ \dfrac{kg\cdot m}{s}\Rightarrow$

$$\mathbf{\Delta p=1{,}6\sqrt{3}\cdot10^{-21}\ \frac{kg\cdot m}{s}}$$

γ.i. Το σημείο Α είναι το σημείο τομής του φορέα της ταχύτητας κατά την είσοδο με τον φορέα της ταχύτητας κατά την έξοδό (σχήμα). Το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ισόπλευρο.

$$(\Gamma\Delta)=2(\mathrm{O}\Gamma)=2R\sigma\upsilon\nu\theta=2\cdot1\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\text{m}\Rightarrow(\Gamma\Delta)=(\mathrm{A}\Gamma)=(\mathrm{A}\Delta)=\sqrt{3}\,\text{m}$$

Η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα είναι (ΓΚΔ) = 4π/3 rad και το αντίστοιχο τόξο:

s = (ΓΚΔ)·R ⇒ **s = 4π/3 m**.

Άρα το μήκος της τροχιάς $\ell_{\text{ΑΓΔΑ}} = 2(\text{ΑΓ}) + s \Rightarrow \boldsymbol{\ell_{\text{ΑΓΔΑ}} = (2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3})\,m}$.

ii. $t_{ολ} = \frac{\ell_{\text{ΑΓΔΑ}}}{\upsilon} \Rightarrow \boldsymbol{t_{ολ} = (2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3}) \cdot 10^{-6}\,s}$