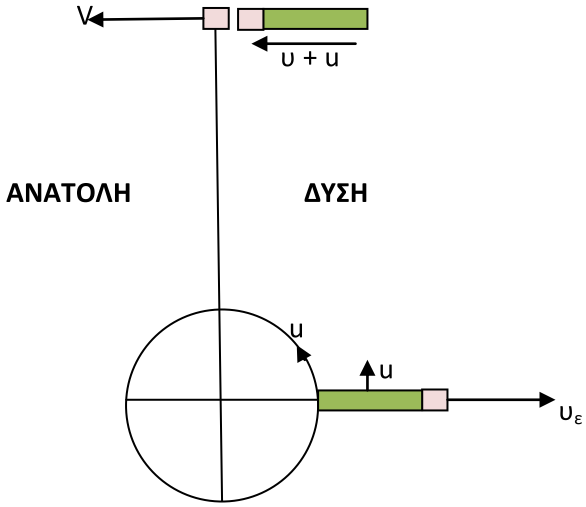


Πύραυλος εκτοξεύεται από ένα σημείο του ισημερινού της γης με ταχύτητα $υ_ε$. Ο πύραυλος στο ανώτερο σημείο του φέρει δορυφόρο προκειμένου να τον θέσει σε τροχιά σε ύψος h = 3600 km πάνω από την επιφάνεια της γης. Ο πύραυλος παίρνει κλίση προς την ανατολή και φτάνει στο απαιτούμενο ύψος με ταχύτητα υ κάθετα στην ευθεία που τον ενώνει με το κέντρο της γης. Με δεδομένο ότι η γη περιστρέφεται από τη δύση προς την ανατολή ο πύραυλος τη στιγμή της εκτόξευσης έχει γραμμική ταχύτητα u η οποία στο απαιτούμενο ύψος γίνεται συγγραμική με την υ. Ο δορυφόρος ελευθερώνεται έχοντας την απαιτούμενη ταχύτητα V = υ + u ώστε να γίνει δορυφόρος της γης σε αυτό το ύψος. Δίνονται η ακτίνα της γης $R_Γ$ = 6400 km, η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης g_0 = 10 m/s^2 και η περίοδος περιστροφής της γης T = 24 h.

1.Να βρεθούν η ταχύτητα V του δορυφόρου στο ύψος h, η ταχύτητα περιστροφής της γης u και η ταχύτητα υ με την οποία ο πύραυλος έφτασε στο ύψος h.

2.Να βρεθεί το % ποσοστό ενέργειας που εξοικονομήθηκε με την εκμετάλλευση της ταχύτητας περιστροφής της γης.

3.Ποιά ταχύτητα μετράει για τον δορυφόρο ένας παρατηρητής πάνω στην περιστρεφόμενη γη;

Λύση

1.Η ταχύτητα V που πρέπει να έχει ο δορυφόρος σε απόσταση r = $R_Γ$ + h από το κέντρο της γης(ως προς ένα ακίνητο σύστημα αναφοράς πχ

τον ήλιο) πρέπει να είναι τέτοια ώστε η ελκτική δύναμη από τη γη να είναι κεντρομόλος $\frac{GmM_\Gamma}{r^2} = \frac{mV^2}{r}$, $g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2}$ => V = $R_\Gamma\sqrt{\frac{g_0}{r}}$ = 6,4 km/s

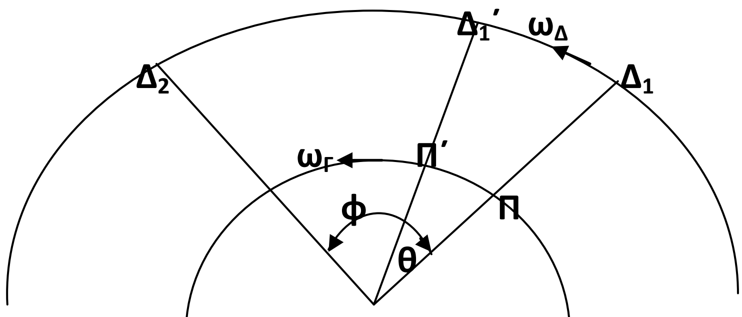
Η ταχύτητα περιστροφής της γης είναι u = $\frac{2\pi R_\Gamma}{T}$ = 0,465 km/s

Η ταχύτητα υ με την οποία ο δορυφόρος έφτασε στο ύψος h είναι υ = V – u => υ = 5,935 km/s

2.Η ενέργεια που εξοικονομούμε είναι $\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}m\upsilon^2$ και σε ποσοστό ($\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}m\upsilon^2$)/$\frac{1}{2}mV^2$x100% = 14%

3.Ο παρατηρητής στη γη κινείται επίσης από τη δύση προς την ανατολή με ταχύτητα u έτσι αφού ο δορυφόρος κινείται επίσης από τη δύση προς την ανατολή με ταχύτητα υ + u ο παρατηρητής στη γη τον βλέπει να κινείται με ταχύτητα υ = 5,935 km/s(σχετική ταχύτητα).

2^{ος} τρόπος



Έστω ω_Δ η γωνιακή ταχύτητα περιφοράς του δορυφόρου γύρω από τη γη και ω_Γ η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της γης. Κάποια στιγμή παρατηρητής Π στη γη βλέπει τον δορυφόρο κατακόρυφα στη θέση Δ_1. Σε χρόνο t ο δορυφόρος γράφοντας γωνία φ φτάνει στη θέση Δ_2. Ο παρατηρητής Π σε χρόνο t μετακινείται στη θέση Π΄ και για να μετρήσει τη γωνία που έγραψε για αυτόν ο δορυφόρος ξεκινάει από το σημείο κατακόρυφα πάνω του Δ_1΄ που εκλαμβάνει ως αρχική θέση του δορυφόρου μέχρι το Δ_2 έστω φ_Π. Για τον παρατηρητή επομένως είναι σαν ο η αρχική θέση του δορυφόρου να μετακινήθηκε από το Δ_1 στο Δ_1΄ κατά γωνία θ με την γωνιακή ταχύτητα της γης.

Αν ω γωνιακή ταχύτητα που μετράει ο παρατηρητής τότε: $\varphi_\Pi = \varphi - \theta$ => $\omega t = \omega_\Delta t - \omega_\Gamma t$ => υ/r = V/r – u/r => υ = V – u

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Είναι πολύ εύκολο από τη γη να μετρήσουμε την φ_Π σε χρόνο t και άρα την ω και την υ (προσοχή όχι τη V).